

Débruitage des signaux par approche EMD : Multi-EMD_{SG}

J.-C. CEXUS, A.-O. BOUDRAA, S. BENRAMDANE

Institut de Recherche de l'École Navale, IRENav (EA 3634)
École Navale, Lanvéoc-Poulmic, BP 600, 29240 Brest-Armées, France.
Tel: (33) (0)2 98 23 38 66 Fax: (33)(0) 2 98 23 38 57

jean-christophe.cexus@ensieta.fr; (boudra, benramdane)@ecole-navale.fr

Résumé – Le but de ce travail est de mettre en œuvre la Décomposition Modale Empirique (EMD) [1] dans une problématique de débruitage des signaux via une nouvelle approche appelée Multi-EMD_{SG}, combinant l'EMD et le filtre polynomial de Savitzky-Golay (SG) [2]. Pour cela, on exploite les caractéristiques des modes empiriques issus de l'EMD pour étudier une nouvelle approche de débruitage des signaux. On montre, sur la base de simulations intensives, que l'application itérative du même processus EMD_{SG} proposé dans [3] : (EMD \Rightarrow débruitage par filtre de Savitzky-Golay (SG) \Rightarrow reconstruction du signal) permet d'améliorer sensiblement les résultats du débruitage. Ainsi, l'EMD associée à un filtrage et appliquée d'une manière itérative permet d'améliorer le Rapport Signal à Bruit (RSB) comparé à l'approche ondelettes. L'influence de certains paramètres sont étudiés (taille de la fenêtre de filtrage...) aussi bien pour l'approche EMD_{SG} que pour son extension Multi-EMD_{SG}. Enfin, l'approche Multi-EMD_{SG} est comparée aux approches EMD_{SG} et ondelettes.

Mots clefs : Décomposition Modale Empirique (EMD), Débruitage, Filtre de Savitzky-Golay (SG), Signaux à Modulation d'Amplitude et Modulation de Fréquence (AM-FM).

Abstract – This paper introduces an extension of recently introduced signal denoising scheme called EMD_{SG} [3] which combines the Empirical Mode Decomposition (EMD) [1] and the Savitzky-Golay (SG) filter [2]. We show based on extensive numerical simulations that the iterative application of the EMD_{SG} process, called Multi-EMD_{SG}, improves the signal to noise ratio compared to wavelet approach. Sensitivity of both EMD_{SG} and Multi-EMD_{SG} to parameters selection such as window size and polynomial order of SG are examined. Multi-EMD_{SG} scheme is tested on simulated data and results compared to wavelet approach and to EMD_{SG}.

1 Introduction

Le traitement des données bruitées est un problème classique en traitement des signaux. Particulièrement dans le cas d'un bruit blanc Gaussien et additif où un certain nombre de méthodes de filtrage ont été proposées [4, 5]. Les approches linéaires telles que le filtre de Wiener [4] sont en général utilisées en raison de leur simplicité de mise en œuvre. Cependant, ces méthodes ne sont pas efficaces pour les signaux présentant des ruptures, ou encore pour les signaux non-stationnaires. Pour surmonter ces difficultés, des approches non-linéaires ont été proposées telles que les ondelettes [5, 6]. Cependant, une des limites de l'approche par ondelettes est la nécessité de prédéfinir les fonctions de base nécessaires à la décomposition du signal. Récemment Huang *et al.* ont introduit l'EMD comme méthode de décomposition en sous-bandes, locale et auto-adaptative pour l'analyse des signaux non-stationnaires [1]. L'EMD est entièrement pilotée par les données et, contrairement à la transformée de Fourier ou aux ondelettes, cette décomposition ne repose sur aucune famille de fonctions (ondelette mère...) définie a priori. L'avantage principal de l'EMD est que les fonctions de base sont dérivées du signal lui-même [1]. Par conséquent, l'analyse est adaptative contrairement aux méthodes traditionnelles où les fonctions de base sont fixes. Ainsi l'EMD permet de décomposer un signal en une somme finie de composantes,

de type AM-FM, appelées IMF (Intrinsic Mode Function). Dans cet article, nous présentons une méthode de débruitage basée sur l'EMD. Le signal bruité est décomposé de manière adaptative en IMF issues de l'algorithme de tamisage [1]. Le principe du débruitage est basé sur la reconstruction itérative du signal à partir des IMF préalablement filtrées [3]. L'idée fondamentale du débruitage proposé repose d'une part sur le prétraitement des IMF à l'aide du filtre SG (EMD_{SG}) et d'autre part d'itérer l'ensemble du processus sur le signal reconstruit un certain nombre de fois. Le débruitage est appliqué à des signaux AM-FM simulés avec différents niveaux de bruit et les résultats comparés aux ondelettes ainsi qu'à ceux obtenus avec une autre approche basée sur l'EMD : EMD_{SG} [3].

1.1 Principe de l'EMD

L'EMD repose sur la décomposition adaptative du signal, $x(t)$, en une série d'IMF, au moyen du processus de tamisage. Chacune des IMF peut être considérée comme un niveau d'échelle (de détails) distinct les unes des autres [1]. Cette notion d'échelle est locale et la décomposition est non-linéaire [1]. La décomposition décrit localement $x(t)$ comme une succession de contributions d'oscillations rapides (hautes fréquences) sur des oscillations plus lentes (basses fréquences). Ainsi, localement, chaque IMF contient les oscillations de plus basse fréquence que celles extraites

précédemment. En outre, contrairement aux ondelettes, l'EMD n'utilise aucun filtre ou fonction prédéterminée. A noter, que l'EMD nécessite toutefois le choix d'une fonction interpolatrice (classiquement spline cubique) afin d'estimer les enveloppes supérieures et inférieures du signal nécessaires à la reconstruction de l'IMF [1]. Suite au procédé de tamisage, le signal $x(t)$ peut alors s'écrire [1] :

$$x(t) = \sum_{j=1}^N IMF_j(t) + r_N(t), \quad (N \in \mathbb{N}^*), \quad (1)$$

avec $IMF_j(t)$, $j \in \{1, \dots, N\}$ l'ensemble des IMF, $r_N(t)$ le résidu et N le nombre d'IMF (profondeur de la décomposition).

1.2 Débruitage par EMD (EMD_{SG})

L'approche consiste à reconstruire le signal avec toutes les IMF préalablement pré-traitées. La méthode est vue comme une technique de débruitage. L'idée du débruitage est de pré-filtrer ou de seuiller (au sens du débruitage par ondelettes) chaque IMF séparément [3]. Ainsi, si on considère $f_j(t)$ un mode non bruité de longueur finie T et IMF_j sa version bruitée par un bruit supposé blanc, Gaussien et additif, $b_j(t)$, alors :

$$IMF_j(t) = f_j(t) + b_j(t), \text{ avec } j = \{1, \dots, N\}. \quad (2)$$

Nous définissons alors $\tilde{f}_j(t)$ une estimée de $f_j(t)$ basée sur l'observation bruitée de $IMF_j(t)$. L'estimation de $\tilde{f}_j(t)$ est alors donnée par la relation :

$$\tilde{f}_j(t) = \Gamma[IMF_j(t), \tau_j], \quad (3)$$

avec $\Gamma[IMF_j(t), \tau_j]$ la fonction de pré-traitement définie par le paramètre τ_j (taille de fenêtre, valeur du seuil...) et appliquée au signal $IMF_j(t)$. Le signal débruité (reconstruit) $\tilde{x}(t)$ est donné par la relation :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{j=1}^N \tilde{f}_j(t) + r_N(t). \quad (4)$$

Dans cet article, la fonction de pré-traitement Γ est une opération de filtrage basée sur le filtre SG [2]. Ce filtre RIF est très rapide et efficace pour le lissage des données bruitées. En effet, contrairement aux filtres classiques dont les propriétés sont définies dans le domaine fréquentiel et ensuite formulées temporellement, ce filtre dérive directement de la formulation d'un problème de lissage de données dans l'espace des temps. Ce filtre apparaît donc intéressant dans le cadre de l'EMD où l'on ne change pas d'espace de représentation. Ce filtre effectue localement une régression pour estimer la valeur de chaque point du signal [2] :

$$\tilde{f}_j(i) = \sum_{m=-M_G}^{m=M_D} \alpha_m IMF_j(i+m), \quad (5)$$

avec $i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, et M_G et M_D le nombre de points à gauche et à droite du point i . L'idée du filtre SG est de trouver les coefficients α_m (Eq. 5) qui conservent les moments d'ordres supérieurs à l'intérieur de la fenêtre d'analyse. Les points $IMF_j(i - M_G), \dots, IMF_j(i + M_D)$ sont approximés par un polynôme d'ordre p de la forme : $\alpha_0 + \alpha_1 i^1 + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_L i^p$. Les coefficients α_m sont obtenus par un lissage au sens des moindres carrés, en utilisant une fenêtre glissante. Dans ce qui suit, cette approche de débruitage est appelée EMD_{SG}.

1.3 Débruitage par Multi-EMD (Multi-EMD_{SG})

Dans la démarche proposée ci-dessus (EMD_{SG}), le fait de traiter les IMF par la fonction Γ conduit à des fonctions $\tilde{f}_j(t)$ ne vérifiant pas nécessairement les conditions d'une IMF au sens de Huang *et al.* [1]. Cela est d'autant plus préjudiciable si l'on souhaite estimer la Fréquence Instantanée (FI) et l'Amplitude Instantanée (AI) à l'aide de la transformée de Hilbert [1, 11] ou encore avec l'opérateur de Teager-Kaiser [8, 10]. Pour y remédier, l'idée est alors de réitérer le processus EMD_{SG} sur le signal $\tilde{x}(t)$ reconstruit à partir de l'équation (Eq. 4) lors de l'itération précédente. Cette méthode où l'on applique EMD_{SG} un certain nombre de fois est appelée Multi-EMD_{SG} (cf. Tab.1).

Entrée :	Signal bruité : $y(t)$;
Sortie :	Signal reconstruit : $\tilde{y}(t)$.
Initialisation :	
	$h_k(t) \leftarrow y(t)$, (k , itération pour boucle <i>Multi-EMD</i>) ;
	Fixer $FinIteration$: nombre d'itérations maximum pour la boucle <i>Multi-EMD</i> $k \leq FinIteration$.
Étape A.	
	Fixer le critère d'arrêt du tamisage et appliquer l'EMD sur le signal $h_k(t)$ pour extraire les j IMF, $j \in \{1, \dots, N\}$ et le résidu $r_N(t)$;
Étape B.	
	Débruiter chaque IMF, en utilisant les relations (Eq. 3) et (Eq. 5) ;
Étape C.	
	Reconstruire le signal débruité $\tilde{h}_k(t)$ en utilisant la relation (Eq. 4) ;
Étape D.	
	Répéter les étapes A.-C. tant que $k < FinIteration$ et alors mettre $\tilde{h}_k(t) (\equiv \tilde{h}_{k+1}(t)) \leftarrow \tilde{h}_k(t)$ (k° itération) sinon $\tilde{y}(t) \leftarrow \tilde{h}_k(t)$.

TAB. 1 – Pseudo-code de « débruitage » par Multi-EMD_{SG}.

Le nombre maximum d'itérations (variable k) est noté $FinIteration$. Cette variable est déterminée expérimentalement. En fait, comme le montre l'étude sur un signal AM-FM (ci-dessous), il semble que celui-ci soit tributaire d'un certain nombre de paramètres tels que le choix de la taille (L) de la fenêtre du filtre SG, le niveau du bruit (ou RSB), ou encore la fréquence d'échantillonnage (F_s) du signal. Enfin, à noter que lors de la première itération ($k = 1$) dans l'approche Multi-EMD_{SG} celle-ci correspond en fait à la méthode EMD_{SG}.

1.4 Résultats

L'approche Multi-EMD_{SG} est appliquée à un signal AM-FM de la forme $x(n) = a(n) \cos[\phi(n)]$ avec :

$$a(n) = 1 + \kappa \cos(\Omega_a n), \quad (6)$$

$$\phi(n) = \Omega_c n + (\Omega_m / \Omega_f) \sin(\Omega_f n), \quad (7)$$

avec $\kappa = 0.5$, $\Omega_c = 0.5\pi$, $\Omega_a = 0.02\pi$, $\Omega_f = 0.03\pi$, $\Omega_m = 0.2\Omega_c$. Un bruit blanc Gaussien et additif de RSB variant entre $-5dB$ et $20dB$ est utilisé. L'ensemble des simulations représente (sauf mention contraire) des valeurs moyennes (pour chaque RSB, 5 réalisations différentes ont été simulées). La taille, L , de la fenêtre d'analyse du filtre SG

varie entre 7 et 31 et l'ordre du polynôme est fixé à $p = 3$. Comme l'EMD est très sensible à l'échantillonnage [7, 9], Fs est prise 8 fois plus grande que la fréquence de Shannon (sauf mention contraire). La méthode est comparée aux ondelettes (Symlets8 sur 5 niveaux de décomposition, méthode de seuillage basée sur le principe du risque non biaisé de Stein) et au débruitage par EMD_{SG} .

Les Figs. 1 et 2 montrent l'évolution moyenne du RSB après traitement en fonction de L pour des RSB de départ respectivement égal à $3dB$ et $5dB$ pour les deux approches EMD_{SG} et Multi- EMD_{SG} . Les RSB moyens (respectivement de $11, 2dB$ et $12, 6dB$) obtenus à l'aide des ondelettes sont superposés. Des régressions polynomiales sont estimées pour les différentes courbes. On peut noter que Multi- EMD_{SG} donne un RSB supérieur à celui EMD_{SG} et ce pour des petites valeurs de L . Si L devient trop grand alors on observe une chute du RSB et les deux approches Multi- EMD_{SG} et EMD_{SG} ont le même comportement. Cela se retrouve d'ailleurs dans les Figs. 4 et 5.

La Fig. 3 montre le nombre d'itérations moyen pour obtenir le meilleur RSB par débruitage en fonction de la taille L pour EMD_{SG} et Multi- EMD_{SG} . On peut noter que le 'meilleur' RSB est dépendant de L . Plus L est grand plus le nombre d'itérations k est petit. La Fig. 6 permet d'en tirer les mêmes remarques.

Les Figs. 4 et 5 montrent, pour des RSB initiaux variant de $-5dB$ à $25dB$, les résultats moyens de débruitage (en terme de RSB en échelle logarithmique) des trois méthodes : ondelettes, EMD_{SG} et Multi- EMD_{SG} pour des valeurs de L respectivement de 11 et 27 et pour des fréquences Fs respectivement de 4 et 8. Dans les deux cas, le gain en RSB avec Multi- EMD_{SG} est supérieure à celui de EMD_{SG} . Pour $Fs = 8$, nous pouvons noter que la méthode EMD_{SG} tant à converger vers la méthode Multi- EMD_{SG} . Notons que pour $L = 11$ l'approche Multi- EMD_{SG} fournit un RSB très supérieur à celui de EMD_{SG} . Par rapport aux ondelettes, l'approche Multi- EMD_{SG} semble plus pertinente notamment pour $Fs = 8$. Pour $Fs = 4$, $L = 11$, et pour des petits RSB, les méthodes Multi- EMD_{SG} et ondelettes sont équivalentes mais pour des RSB plus grands, l'approche Multi- EMD_{SG} devient plus intéressante. A noter que pour $L = 27$, les deux approches Multi- EMD_{SG} et EMD_{SG} sont équivalentes sur toutes la plages de RSB. Cela s'explique par le choix d'une valeur importante de L (cela a déjà été observé dans les figures précédentes). Nous observons aussi que les deux approches ont des gains en RSB qui chutent fortement pour des signaux moins bruités pour un $Fs = 4$ et $L = 27$.

La Fig. 6 montre l'évolution du RSB pour la méthode Multi- EMD_{SG} en fonction du nombre d'itérations mais aussi en fonction de la valeur de L . On peut noter que les résultats permettent de regrouper l'ensemble des remarques faites précédemment. Ainsi, il apparaît que le fait d'itérer (méthode Multi- EMD_{SG}) permet d'aboutir à des meilleurs taux de RSB que l'approche EMD_{SG} et d'être équivalente à l'approche par ondelettes, voir mieux pourvu que la valeur de L soit correctement choisie.

La Fig. 7 montre un exemple de débruitage d'un signal AM-FM. Celle-ci montre que le Multi- EMD_{SG} atténue fortement le bruit tout en conservant les structures impor-

tautes du signal.

1.5 Conclusion

Les résultats de débruitage des signaux AM-FM avec la méthode proposée (EMD_{SG}) semble très prometteuse pour la suite. Cette étude montre l'importance du choix de la fenêtre d'analyse du filtre SG (ordre et taille de la fenêtre d'analyse). D'ailleurs, des études sur le choix de l'ordre du filtre sont en cours notamment sur le fait que l'ordre (p) du polynôme doit 'évoluer' (ou non) en fonction du rang de l'IMF. Bien évidemment par la suite, il est nécessaire d'appliquer cette méthode sur une plus large classe de signaux simulés et réels ainsi qu'avec d'autres types de bruits afin de valider un certain nombre de points comme par exemple la convergence ou encore le choix du filtre (autre que SG) ...

Références

- [1] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shin, Q. Zheng, N.C. Yen, C.C. Tung and H.H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," *Proc. Royal Soc. London A*, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [2] A. Savitzky and M.J.E. Golay, "Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures," *Analytical Chemistry*, vol. 36, pp. 1627-1639, 1964.
- [3] A.O. Boudraa and J.C. Cexus, "Denoising via Empirical Mode Decomposition". *IEEE-ISCSP 2006*, 4 pages, Marrakech, Maroc, Mars 2006.
- [4] J.G. Proakis and D.G. Manolakis, *Digital Signal Processing : Principles, Algorithms, and Applications*, (3rd edition), Prentice-Hall, 1996.
- [5] D.L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no.3, pp. 613-627, 1995.
- [6] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 41, pp. 3397-3415, 1993.
- [7] P. Flandrin, G. Rilling and Paulo Gonçalves, "Empirical Mode Decomposition as a Filter Bank," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 2, pp. 112-114, 2004.
- [8] P. Maragos, J.F. Kaiser and T.F. Quatieri, "On separating amplitude from frequency modulations using energy operators," *Proc. ICASSP.*, vol. 2, pp. 1-4, 1992.
- [9] P. Flandrin, P. Goncalves and G. Rilling, "Detrending and Denoising with Empirical Mode Decompositions", *Proc. EUSIPCO*, Vienne, Autriche, septembre, 2004.
- [10] A. Boudraa, J.-C. Cexus, F. Salzenstein and L. Guillon, "IF estimation using empirical mode decomposition and nonlinear Teager energy operator," *Proc. IEEE-ISCSP*, pp. 45-48, Hammamet, Tunisia, Mars 2004.
- [11] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of signal," *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 4, pp. 520-568, 1992.

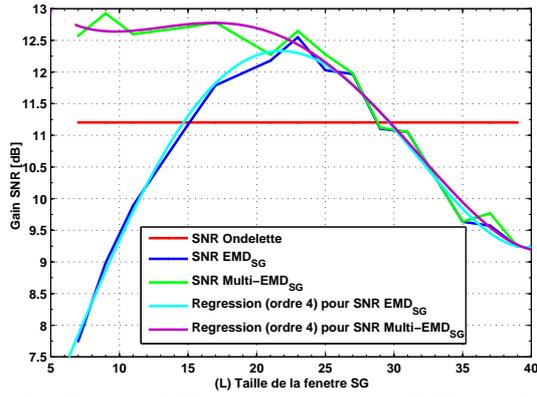


FIG. 1 – Gain en RSB après traitement (RSB initial 3dB)

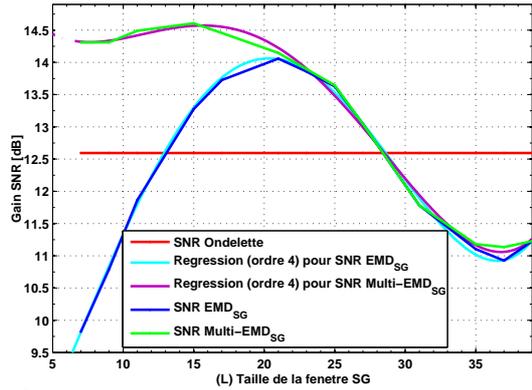


FIG. 2 – Gain en RSB après traitement (RSB initial 5dB)

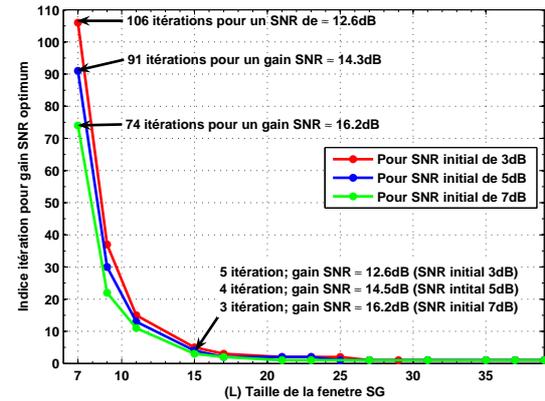


FIG. 3 – Itérations nécessaires pour obtenir le meilleur RSB par Multi-EMD_{SG}

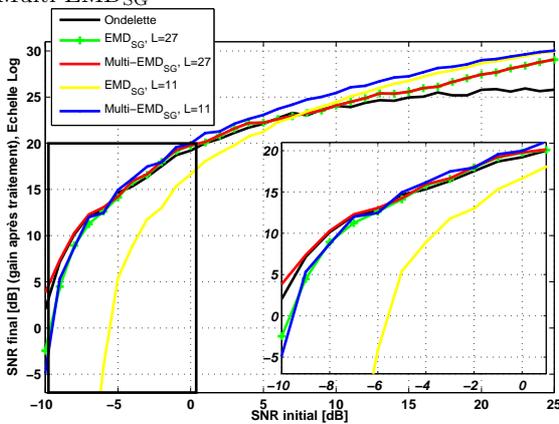


FIG. 4 – Gain en RSB pour $F_s = 8$

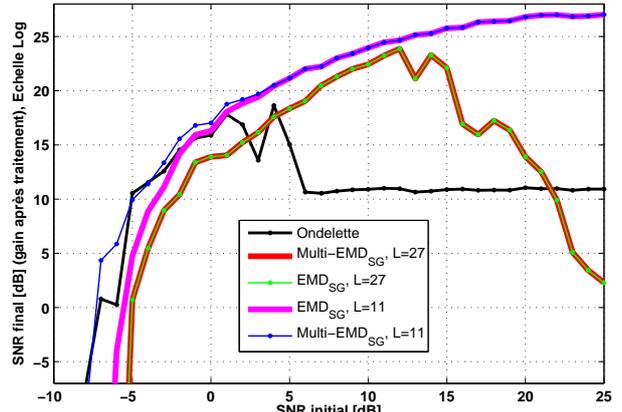


FIG. 5 – Gain en RSB pour $F_s = 4$

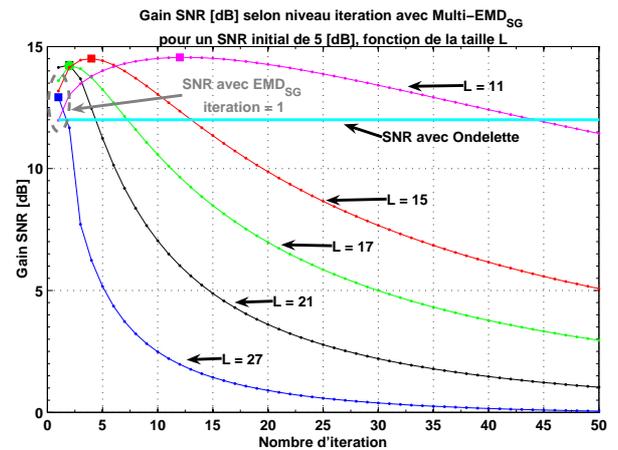


FIG. 6 – RSB en fonction du nombre d'itérations pour plusieurs valeurs de L

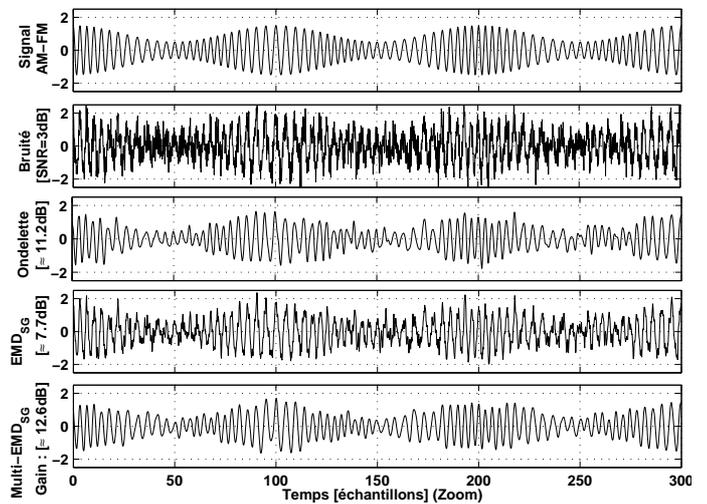


FIG. 7 – Comparaison des différents approches (RSB initial de 3dB), $L = 7$, $F_s = 8$