

# Reconnaissance automatique de modulations numériques à l'aide de méthodes MCMC

Nathalie THOMAS, Jean-Yves TOURNERET, Marie-Laure BOUCHERET,

IRIT - ENSEEIHT, 2 rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse cedex 7, France  
 {Nathalie.Thomas, Jean-Yves.Tourneret, Marie-Laure.Boucheret}@enseeiht.fr

**Résumé** – L'article décrit une méthode de reconnaissance de modulations numériques en présence de divers types d'erreurs : erreurs de synchronisation sur la fréquence porteuse, évanouissements non sélectifs en fréquence de type Rayleigh ou interférences inter-symboles liées à une égalisation imparfaite du canal de transmission. La méthode proposée est issue de la théorie Bayésienne de la décision. L'originalité de ce travail réside dans la phase d'apprentissage qui estime les densités de chaque classe à l'aide de méthodes de simulation de type MCMC. La méthode proposée permet d'estimer les paramètres inconnus intervenant dans le modèle du signal de communication et d'obtenir de bonnes performances de classification. Ce classifieur semble robuste aux erreurs de transmission considérées.

**Abstract** – This paper describes a classification method to recognize digital modulations in presence of transmission imperfections due to imperfect carrier synchronization, flat Rayleigh fading or residual channel (imperfect equalization). The proposed methodology is based on the classical Bayesian decision theory. The main contribution of this paper lies in the training phase: MCMC simulation methods are used to estimate the parameters of the class conditional densities. The proposed classifier seems to be robust to errors affecting the communication channel.

## 1 Introduction

La reconnaissance de modulations numériques consiste à identifier, au niveau du récepteur d'une chaîne de transmission, la constellation à laquelle appartiennent les symboles du message transmis. Cette reconnaissance est nécessaire dans de nombreux scénarios de communication, qu'ils soient coopératifs ou non coopératifs [1]. Le classifieur optimal de Bayes, qui minimise la probabilité d'erreur moyenne de classification, est difficile à implanter lorsque les signaux reçus sont perturbés non seulement par un bruit additif, mais également par des erreurs liées aux imperfections possibles sur le canal de transmission : offsets de phase et de fréquence porteuse, offsets de phase et de fréquence horloge, évanouissements non sélectifs ou sélectifs en fréquence [1],[2]. De nombreuses méthodes de classification de modulations numériques sont disponibles dans la littérature. On peut regrouper les principaux classifieurs en deux grandes classes : les classifieurs Bayésiens, qui cherchent à estimer les lois a posteriori des diverses classes, en évitant l'intégration coûteuse nécessaire pour cette estimation et les classifieurs cherchant à extraire de chaque modulation des caractéristiques pertinentes pour leur reconnaissance [1],[2]. Nous étudions dans cet article une méthode de classification Bayésienne qui estime les paramètres liés aux imperfections du canal de transmission (phase et fréquence porteuse résiduelles, coefficient d'atténuation et phase introduits par le canal, interférences inter-symboles) afin d'annuler leurs effets. La constellation obtenue après correction est alors comparée à chaque constellation du dictionnaire.

## 2 Modèle du signal et hypothèses

Pour construire le modèle de signal considéré dans cette étude, nous nous plaçons en sortie du filtre adapté et de l'échantillonneur idéal. Cela suppose, d'une part, que le filtre adapté est connu et qu'il respecte le critère de Nyquist et, d'autre part, que le rythme symbole est récupéré au niveau du récepteur et que l'instant optimal d'échantillonnage peut être retrouvé (les erreurs de synchronisation sur l'horloge sont supposées négligeables). Dans ces conditions, nous allons considérer deux types de modèles pour l'équivalent bande de base du signal reçu.

### 2.1 Canal résiduel dû à une égalisation imparfaite

Le modèle considéré dans le cas d'une égalisation imparfaite est le suivant [1] :

$$x_l = e^{j(2\pi l f_r + \phi)} \sum_{m=0}^q h_m s_{l-m} + n_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (1)$$

où  $L$  est le nombre de symboles dans l'intervalle d'observation et

- $s_l$  est un symbole complexe appartenant à une constellation prise dans l'ensemble des  $c$  constellations considérées (dictionnaire) notées  $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c\}$ . La  $j^{\text{ème}}$  classe  $\omega_j$  représente un ensemble de  $M_j$  symboles complexes notés  $\{S_1, S_2, \dots, S_{M_j}\}$ . Les symboles  $s_l$ ,  $l = 1, \dots, L$ , sont supposés indépendants et identiquement distribués.
- $\phi$  et  $f_r$  sont respectivement l'offset de phase et l'erreur résiduelle normalisée de fréquence porteuse,

- $\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_q)$  représente l'ensemble des coefficients de la réponse impulsionnelle du canal résiduel, avec  $h_0 = 1$ .
- $(n_0, n_1, \dots, n_L)$  est un échantillon complexe de bruit blanc gaussien, c'est-à-dire que les variables aléatoires  $n_1, \dots, n_L$  sont supposés indépendantes, identiquement distribuées, de moyenne nulle et de variance  $\sigma_n^2$ . On suppose également que les parties réelle et imaginaire de  $n_l$  sont indépendantes et identiquement distribuées.

## 2.2 Canal à évanouissements non sélectifs en fréquence

Le modèle à considérer pour le signal reçu dans le cas où le canal présente des évanouissements non sélectifs en fréquence est le suivant :

$$x_l = \alpha_l e^{j\phi_l} e^{j2\pi l f_r} s_l + n_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (2)$$

Le canal est supposé de type Rayleigh (communication en l'absence de ligne de vue directe), ainsi :

- $\alpha_l$  une variable aléatoire suivant une loi de Rayleigh, qui représente l'atténuation due au canal de transmission.
- $\phi_l$  est une variable aléatoire uniformément répartie sur  $[0, 2\pi]$ , qui représente la phase introduite par le canal de propagation et contient l'offset de phase porteuse.
- $f_r$  est l'erreur résiduelle normalisée de fréquence porteuse.

Ce type de canal est généré par filtrage passe-bas d'un bruit blanc gaussien complexe. On utilise pour cela un filtre de Butterworth dont la valeur de la fréquence de coupure  $T_s f_d$  permet de régler la vitesse des évanouissements (slow ou fast fading) ( $T_s$  représente la durée symbole tandis que  $f_d$  est la fréquence Doppler). Nous nous plaçons dans le cas d'évanouissement lent (slow fading). L'amplitude  $\alpha_l$  et la phase  $\phi_l$  peuvent alors être considérés comme constantes sur un intervalle d'observation de durée  $L$  à définir (Figure 1). Le modèle considéré pour le signal reçu s'écrit alors :

$$x_{k,l} = \alpha_k e^{j\phi_k} e^{j2\pi l f_r} s_{k,l} + n_{k,l}, \quad l = 1, \dots, L, \quad (3)$$

$\alpha_k$  et  $\phi_k$  représentent les moyennes des amplitudes et phases du signal reçu sur le  $k$ ème bloc de  $L$  symboles observés :

$$\alpha_k = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^L \alpha_{k,l}, \quad \phi_k = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^L \phi_{k,l}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

## 3 Le classifieur Bayésien avec apprentissage MCMC

### 3.1 Cas idéal

Dans le cas idéal où le signal reçu s'écrit  $x_l = s_l + n_l$ , pour  $l = 1, \dots, L$ , c'est-à-dire en l'absence d'erreurs de phase et de fréquence, pour un canal sans évanouissement

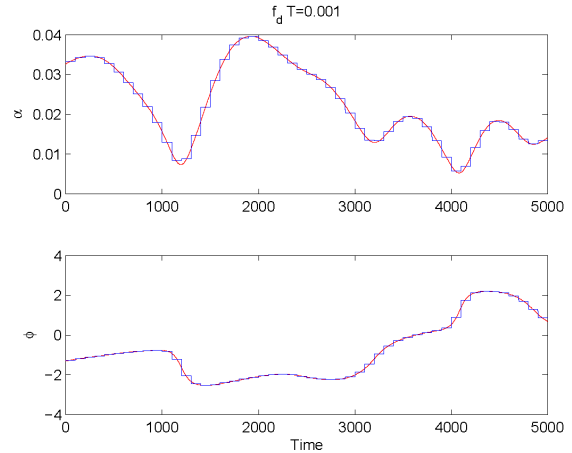


FIG. 1 – tracé de  $\alpha_l$  et  $\phi_l$  (continu) et  $\alpha_k$  et  $\phi_k$  (paliers) dans un cas de slow fading ( $T_s f_d = 0.001$ ),  $L=100$  symboles.

et sans interférence entre symboles, le classifieur Bayésien est défini par [3] :

$$\text{Affecter } \mathbf{x} \text{ à } \omega_i \text{ si } l(\mathbf{x}|\omega_i) \geq l(\mathbf{x}|\omega_j), \quad \forall j = 1, \dots, c,$$

où  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)$  et  $l(\mathbf{x}|\omega_j)$  est le logarithme de la fonction de vraisemblance associée à la classe  $\omega_j$  (constellation de  $M_j$  symboles  $S_1, S_2, \dots, S_{M_j}$ ) :

$$l(\mathbf{x}|\omega_j) = \sum_{l=1}^L \ln \left[ \frac{1}{M_j} \sum_{i=1}^{M_j} \exp \left( -\frac{1}{\sigma_n^2} \|x_l - S_i\|^2 \right) \right].$$

Le logarithme de la vraisemblance  $l(\mathbf{x}|\omega_j)$  peut être interprété comme une distance entre les observations  $x_1, \dots, x_L$  et les symboles de la  $j$ ème constellation  $\omega_j$ .

### 3.2 Apprentissage paramétrique

Notons  $\theta$  le vecteur contenant les paramètres inconnus du modèle :  $\theta = (f_r, \phi, \mathbf{h})$  lorsque l'on considère la présence d'un canal résiduel et  $\theta = (\alpha_k, \phi_k, f_r)$  dans le cas d'un canal à évanouissements non sélectifs en fréquence. Le classifieur considéré dans cet article (de type *plug-in*) est défini comme suit :

$$\text{Affecter } \mathbf{x} \text{ à } \omega_i \text{ si } \hat{l}(\mathbf{x}|\omega_i) \geq \hat{l}(\mathbf{x}|\omega_j), \quad \forall j = 1, \dots, c,$$

où la fonction  $\hat{l}(\mathbf{x}|\omega_j)$  est définie par :

$$\hat{l}(\mathbf{x}|\omega_j) = \sum_{l=1}^L \ln \left[ \frac{1}{M_j} \sum_{i=1}^{M_j} \exp \left( -\frac{1}{\sigma_n^2} \|\hat{x}_l - S_i\|^2 \right) \right],$$

avec  $\hat{x}_l = \mathcal{F}^{-1} \left[ x_l e^{-j(2\pi l \hat{f}_r + \hat{\phi})} \right]$  dans le cas d'un canal résiduel et  $\hat{x}_l = \frac{x_l}{\alpha_k} e^{-j(2\pi l \hat{f}_r + \hat{\phi}_k)}$  dans le cas d'un canal à évanouissements non sélectifs en fréquence.

Ce classifieur peut s'expliquer de la façon suivante : on corrige les observations  $x_1, \dots, x_L$  de façon à annuler les imperfections (erreurs de phase, de fréquence, d'amplitude, canal résiduel) et, pour chaque constellation du dictionnaire, on compare les observations corrigées ( $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_L$ )

avec les symboles de la constellation considérée  $\omega_j$ . Bien entendu, ceci suppose que l'on sait estimer les paramètres inconnus du modèle, à savoir  $f_r$ ,  $\phi$ , et  $\mathbf{h}$  pour l'exemple d'un canal résiduel dû à une égalisation imparfaite et  $\alpha_k$ ,  $\phi_k$  et  $f_r$  dans le cas d'un canal à évanouissements non sélectifs en fréquence. L'estimation de ces paramètres est effectuée à l'aide d'une approche Bayésienne couplée avec une méthode de simulation MCMC. Ceci fait l'objet de la prochaine partie de l'article.

### 3.3 Estimation des paramètres inconnus

#### • Estimateur MMSE

Le vecteur de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta}$  est estimé par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE)  $E[(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})^2]$  :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{MMSE}} = E[\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}] \quad (5)$$

Bien évidemment, il est impossible d'obtenir une expression exacte de l'estimateur MQ de  $\boldsymbol{\theta}$ , que ce soit pour un canal résiduel dû à une égalisation imparfaite ou un canal à évanouissements non sélectifs en fréquence. Cet article propose d'approcher  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{MMSE}}$  à l'aide d'échantillons simulés suivant la loi *a posteriori*  $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$  (qui est définie à une constante multiplicative près d'après le théorème de Bayes) [4]. Plus précisément, si  $\boldsymbol{\theta}^n$  désigne un vecteur paramètre distribué suivant  $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ , l'estimateur MMSE de  $\boldsymbol{\theta}$  sera calculé comme suit

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{MMSE}} = \int \boldsymbol{\theta} p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta} \simeq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\theta}^n, \quad (6)$$

Nous utilisons dans cet article l'algorithme de Metropolis-Hastings (MH) qui génère les éléments  $\boldsymbol{\theta}^n$  à l'aide d'une chaîne de Markov dont la loi cible est  $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ .

#### • Algorithme de Metropolis-Hastings

L'espace d'état de la chaîne de Markov est noté  $\Omega$  et l'état courant  $\boldsymbol{\theta}^n = (f_r^n, \phi^n, \mathbf{h}^n)$  ou  $\boldsymbol{\theta}^n = (\alpha_k^n, \phi_k^n, f_r^n) \in \Omega$ . A chaque itération un candidat  $z$  est généré suivant une loi de proposition  $q(z|\boldsymbol{\theta}^n)$ . Ce candidat est accepté avec la probabilité suivante :

$$\beta(\boldsymbol{\theta}^n, z) = \min \left\{ 1, \frac{p(z|\mathbf{x})q(\boldsymbol{\theta}^n|z)}{p(\boldsymbol{\theta}^n|\mathbf{x})q(z|\boldsymbol{\theta}^n)} \right\}. \quad (7)$$

Une propriété fondamentale de l'algorithme MH est que n'importe quelle loi de proposition  $q(z|\boldsymbol{\theta}^n)$  peut être utilisée, à condition que le support de  $p(\cdot|\mathbf{x})$  soit inclus dans celui de  $q(z|\boldsymbol{\theta}^n)$  [4]. Nous utilisons l'algorithme MH à marche aléatoire qui propose de générer  $z$  en perturbant localement l'échantillon précédent :  $z = \boldsymbol{\theta}^n + \epsilon$ . Dans ce cas la loi de proposition est de la forme  $q(z|\boldsymbol{\theta}^n) = g(z - \boldsymbol{\theta}^n)$ . Notons que le choix d'une distribution symétrique pour  $g$  conduit à une probabilité d'acceptation qui est indépendante de  $q$ . Notons également que tous les échantillons générés par la chaîne ne doivent pas être pris en compte. Les premiers échantillons, se situant dans la phase de convergence (*burn-in*), doivent en effet être supprimés.

#### • Réduction de la complexité calculatoire

Afin de gagner en temps de calcul, plusieurs auteurs (voir [6]) suggèrent de diviser  $\boldsymbol{\theta}$  en un certain nombre de blocs et de ne mettre à jour qu'un seul bloc à chacune des itérations. Nous proposons ici de mettre à jour uniquement une

des composantes de  $\boldsymbol{\theta}$  à chaque itération. D'autre part, la probabilité d'acceptation (7) dépend des densités de probabilité  $p(z|\mathbf{x})$  et  $p(\boldsymbol{\theta}^n|\mathbf{x})$  dont l'obtention demande d'évaluer une somme de fonctions log. Le coût calculatoire de cette opération peut être réduit en utilisant l'approximation suivante :

$$\ln \left( \sum_{i=1}^p e^{a_i} \right) = a_M + \ln \left( 1 + \sum_{i \neq M} e^{a_i - a_M} \right), \\ \simeq a_M = \max_{i=1}^p a_i.$$

avec  $a_M = \max_{i=1}^p a_i$ . En appliquant ce résultat à  $a_i = -\frac{1}{\sigma_n^2} \|x_l - S_i\|^2$ , on arrive au résultat suivant :

$$l(x|\omega_j) \propto \sum_{l=1}^L \left[ -\ln M_j + \ln \left( \sum_{i=1}^{M_j} e^{a_i} \right) \right], \\ \simeq -L \ln M_j - \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^L \left( \max_{i=1}^{M_j} \|x_l - S_i\|^2 \right).$$

Cette dernière expression simplifie l'évaluation de la vraisemblance et la perte de performance liée à cette approximation ne s'est pas avérée critique dans nos simulations.

## 4 Simulations

L'ensemble des constellations (classes) considéré dans les simulations est le même que dans [1], à savoir BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM normalisées. Les résultats de classification ont été obtenus en utilisant 1000 blocs d'observation de  $L = 100$  symboles pour chaque classe, soient 4000 blocs au total pour les  $c = 4$  classes considérées. Trois classifieurs sont comparés :

- le classifieur de référence qui suppose que le vecteur paramètre  $\boldsymbol{\theta}$  est connu (noté ML). Ce classifieur, bien que non implantable dans un contexte de transmission avec erreurs, fournit une référence en termes de probabilité d'erreur de classification.
- le classifieur proposé basé sur les méthodes MCMC (noté MCMC plug-in),
- le classifieur développé par [1] qui calcule les cumulants d'ordre 4 (noté Cumulant c40).

Concernant l'estimateur MMSE utilisé dans le classifieur MCMC plug-in, le vecteur de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\theta}$  est estimé pour chaque paquet de 100 symboles à partir d'une chaîne de Markov de 1000 échantillons dont 500 pour la période de chauffage.

### 4.1 Canal résiduel dû à une égalisation imparfaite

Cette section présente les simulations réalisées dans le cas où des interférences apparaissent dans le signal reçu, par exemple du fait d'une égalisation imparfaite du canal de transmission. La robustesse du classifieur proposé face à une erreur résiduelle de canal est illustrée sur la figure 2, pour un SNR de 5 dB, un offset de phase  $\phi = 0$  et une erreur de fréquence résiduelle  $f_r$  nuls. Cette figure compare

le taux de bonne classification ( $P_{cc} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c P[\text{affecter } \mathbf{x} \text{ à } \omega_i | \mathbf{x} \in \omega_i]$ ) en fonction de la norme du canal résiduel ( $\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$ ) pour les trois classifieurs considérés et montre que le classifieur basé sur les méthodes MCMC est moins affecté par les erreurs de canal résiduel que les autres.

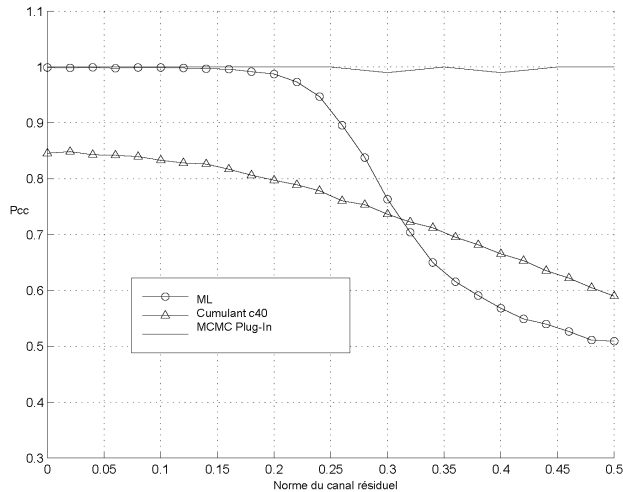


FIG. 2 – Taux de bonne classification en fonction du module du canal résiduel (SNR=5 dB,  $f_r = 0$ ).

## 4.2 Canal à évanouissements non sélectifs en fréquence

La fréquence de coupure  $T_s f_d$  du filtre de Butterworth utilisé pour générer le canal à évanouissements non sélectifs en fréquence est de 0.001 (slow fading). L'amplitude et la phase du signal reçu varient d'un symbole au suivant mais sont considérées comme constantes par bloc de  $L = 100$  symboles (voir (4)). En l'absence d'erreur de fréquence résiduelle  $f_r$ , la figure 3 compare les taux de bonne classification en fonction du SNR pour les trois classifieurs considérés. La robustesse du classifieur proposé face à une erreur résiduelle de fréquence est ensuite illustrée sur la figure 4 pour un SNR de 10 dB. Elle montre que le classifieur basé sur les méthodes MCMC est moins affecté par les erreurs de fréquence résiduelle que les autres classifieurs.

## 5 Conclusions

Cet article étudie divers classifieurs de modulations numériques adaptés à un canal résiduel dû à une égalisation imparfaite ou à un canal de transmission non sélectif en fréquence. Les classifieurs étudiés dans cet article sont construits à partir d'une mesure de distance entre les symboles reçus et les éléments des diverses constellations. L'extension de ces classifieurs à des canaux sélectifs en fréquence est en cours d'étude.

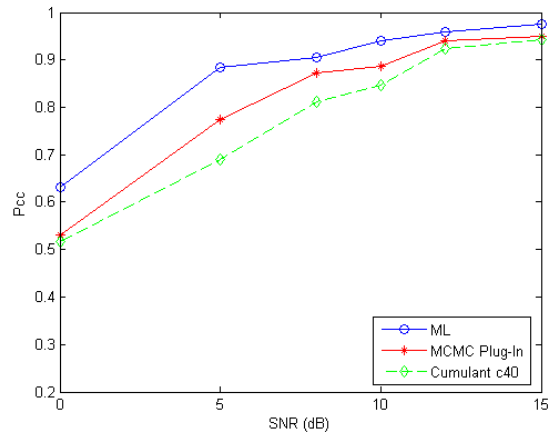


FIG. 3 – Taux de bonne classification en fonction du SNR ( $f_r = 0$ ).

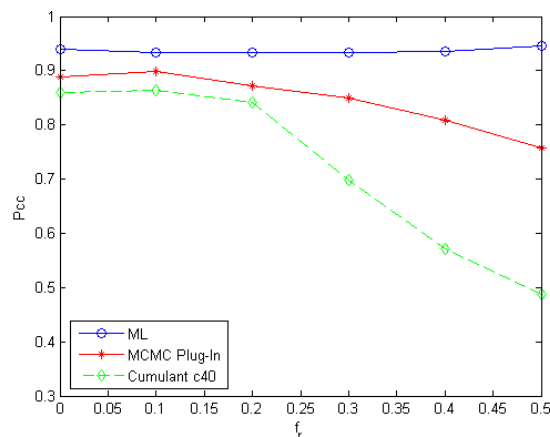


FIG. 4 – Taux de bonne classification en fonction de l'erreur de fréquence résiduelle (SNR=10 dB).

## Références

- [1] A. Swami and B. Sadler, "Hierarchical digital modulation using cumulants," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 3, pp. 416-429, Mar. 2000.
- [2] O. A. Dobre, A. Abdi, Y. Bar-Ness and W. Su, "A survey of automatic modulation classification techniques : classical approaches and new developments," *to appear in IEE Proceedings :Communications*, 2007.
- [3] W. Wei and J. M. Mendel, "Maximum Likelihood Classification for Digital Amplitude-phase Modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 2, pp. 189-193, Feb. 2000.
- [4] C. Robert, *Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov*, Economica, 1996.
- [5] B. Picinbono, *Signaux aléatoires. Tome III : Bases du traitement statistique du signal*, Dunod, 1995.
- [6] W. R. Gilks, S. Richardson, and D. J. Spiegelhalter, *Introducing Markov Chain Monte Carlo*, in *Markov chain Monte Carlo in practice*, pp. 1-19, W. R. Gilks, S. Richardson, and D. J. Spiegelhalter Eds. London (1996).