

Etude des performances des systèmes de communication MISO avec voie de retour

Didier LE RUYET¹, Berna ÖZBEK², Hajer KHANFIR¹

¹Laboratoire Electronique et Communications
292 rue Saint Martin, BP 75141 Paris Cedex 03, France

²Electronical and Electronics Engineering Department Izmir Institute of Technology
Urla, BP 35430 Izmir, Turkey
leruyet@cnam.fr, berna.ozbek@iyte.edu.tr
hajer.khanfir@cnam.fr

Résumé – Dans cet article nous étudions différentes solutions de voie de retour pour les systèmes de communication point à point à antennes multiples à l'émission (MISO). Nous considérons deux familles de voies de retour : la voie de retour analogique pour laquelle le vecteur des coefficients des canaux avec ou sans normalisation est simplement transmis en analogique et la voie de retour basée sur une quantification vectorielle du canal normalisé. Nous présentons différentes bornes ainsi que des résultats de simulation. Pour un rapport signal à bruit faible à moyen, la voie de retour analogique avec normalisation du canal donne les meilleures performances. L'augmentation du nombre de mots de code dans la version quantifiée permet de réduire la distorsion mais la chaîne devient alors plus sensible au bruit de la voie montante.

Abstract – In this paper, we evaluate different point to point multiple input single output (MISO) antenna communication systems with a feedback link. We consider two feedback link schemes : the analog feedback link where the channel vector or the normalized channel vector is transmitted and quantized feedback link where a vector quantization of the normalized channel vector is performed before modulation. We provide bounds on the performance and give numerical results. We have shown that at low to medium uplink SNR the analog feedback of the normalized channel vector outperforms the other schemes. Increasing the number of codewords for the quantized version allows to reduce the distortion but the scheme becomes more sensitive to the uplink noise.

1 Introduction

Les systèmes multi-antennes sont un des principaux axes de développement pour augmenter les débits des communications sans fils. Lorsque l'émetteur connaît totalement ou partiellement les coefficients des canaux de transmission, il est possible d'augmenter significativement les performances en effectuant un précodage à l'émission. Lorsque l'émetteur ne connaît pas directement les canaux à l'émission, il est nécessaire d'avoir recours à une voie de retour pour transmettre ces informations à l'émetteur.

Une première approche consiste à transmettre le vecteur composé des coefficients du canal directement en analogique sans opération de quantification préalable sur la voie de retour. On peut montrer que cette technique permet d'atteindre la distorsion minimale au sens de Shannon [3] [4].

Une seconde approche est de quantifier le vecteur de précodage avant modulation puis transmission sur la voie de retour à débit limité [1] [2].

Dans cet article nous proposons d'étudier et de comparer les performances des systèmes avec voie de retour analogique et quantifiée. Nous évaluerons en particulier l'impact d'un bruit additif blanc gaussien sur le canal de la voie montante.

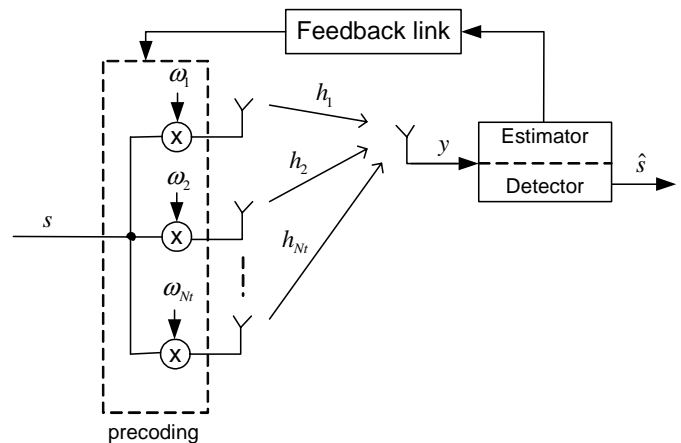


FIG. 1 – système de communication

2 Description du système de communication

Nous considérons un système de communication point à point entre un émetteur utilisant N_t antennes et un récepteur n'ayant qu'une seule antenne. Ce système de communication est présenté sur la figure 1. Pour des canaux non sélectifs en fréquence, la relation entre le symbole complexe s avant précodage et l'entrée du récepteur y en voie

descendante est donnée par :

$$y = \mathbf{h}\mathbf{w}s + n \quad (1)$$

où $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{N_t}]$ est le vecteur du canal et $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{N_t}]^T$ est le vecteur de précodage.

Le rapport signal à bruit (SNR) instantané est :

$$\gamma = \frac{E_S}{N_0} |\mathbf{h}\mathbf{w}|^2 \quad (2)$$

Dans cet article, nous considérerons que le canal a été parfaitement estimé par le mobile.

Concernant la voie de retour analogique, nous considérerons deux solutions :

- transmission analogique du vecteur canal \mathbf{h}
- transmission analogique du vecteur canal normalisé $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{h}}{\|\mathbf{h}\|}$

Nous ne considérerons pas ici les problèmes de la chaîne RF liés à la grande dynamique nécessaire à la transmission analogique (signaux gaussiens).

Pour la voie de retour quantifiée, le vecteur de précodage \mathbf{w} est choisi parmi un ensemble de $N = 2^B$ vecteurs où B est le nombre de bits de l'index à transmettre. La construction de l'ensemble des vecteurs de précodage $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N]$ peut être vu comme un problème d'empilement de lignes [1] [2].

Pour des canaux i.i.d., nous avons :

$$\mathbf{W}_{opt} = \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{N_t \times N}} \max_{1 \leq i < j \leq N} |\mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_j| \quad (3)$$

\mathbf{w}_i peut être vu comme les coordonnées d'un point situé à la surface d'une hypersphère de rayon unitaire et centrée à l'origine.

Le rapport signal à bruit instantané (SNR) peut s'écrire :

$$\gamma = \frac{E_S}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2 (1 - Z) \quad \text{avec} \quad Z = \min_i (1 - |\mathbf{g}\mathbf{w}_i|^2) \quad (4)$$

Z est une variable aléatoire dans l'intervalle $[0, 1]$. On notera $p(z)$ et $F(z)$ respectivement la densité de probabilité et la fonction de répartition de Z .

3 Taux d'erreurs symbole moyen pour la voie de retour quantifiée

Le taux d'erreurs symbole moyen pour un canal de Rayleigh peut être calculé par moyennage sur l'ensemble des SNR instantanés γ en utilisant la relation de Craig [5] :

$$\begin{aligned} \overline{SER} &= \int_{\gamma=0}^{\infty} SER(\gamma) p(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{(M-1)\pi}{M}} \int_0^1 \left(1 + \frac{g_{PSK}(1-z) \frac{E_s}{N_0}}{\sin^2 \theta}\right)^{-N_t} p(z) dz d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

où M est la dimension de la constellation et $g_{PSK} = \sin^2(\pi/M)$ est un facteur dépendant de la constellation.

Dans [2], les auteurs ont proposés une borne supérieure de $F(z)$ pour la voie de retour quantifiée en considérant

que les régions associées aux différents mots de code ne se chevauchent pas :

$$F(z) \leq \tilde{F}(z) \begin{cases} Nz^{N_t-1} & \text{si } 0 \leq z < N^{-\frac{1}{N_t-1}} \\ 1 & \text{si } z \geq N^{-\frac{1}{N_t-1}} \end{cases} \quad (6)$$

et la densité de probabilité associée $\tilde{p}(z)$:

$$\tilde{p}(z) = \begin{cases} N(N_t - 1)z^{N_t-2} & \text{si } 0 \leq z < N^{-\frac{1}{N_t-1}} \\ 0 & \text{si } z \geq N^{-\frac{1}{N_t-1}} \end{cases} \quad (7)$$

Nous obtenons une borne inférieure sur le taux d'erreurs symbole en remplaçant $p(z)$ par (7) dans l'équation (5). Nous avons

$$\overline{SER}_{lb} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{(M-1)\pi}{M}} A(\theta) d\theta \quad (8)$$

avec

$$A(\theta) = \left(1 + \frac{g_{PSK}\tilde{\gamma}}{\sin^2 \theta}\right)^{-1} \left[1 + \left[1 - \left(\frac{1}{N}\right)^{\frac{1}{N_t-1}}\right] \frac{g_{PSK}\tilde{\gamma}}{\sin^2 \theta}\right]^{1-N_t} \quad (9)$$

Lorsque la voie de retour est bruitée, l'index du mot de code décodé peut être différent de l'index émis. Nous introduisons une variable aléatoire Y prenant en compte les éventuelles erreurs de transmission.

$$Y = 1 - |\mathbf{g}\mathbf{w}_j|^2 \quad (10)$$

où

$$\begin{cases} j = \arg \min_i (1 - |\mathbf{g}\mathbf{w}_j|^2) & \text{si pas d'erreurs} \\ j \neq \arg \min_i (1 - |\mathbf{g}\mathbf{w}_j|^2) & \text{si erreurs} \end{cases} \quad (11)$$

La pdf de Y est obtenue par l'association de deux pdf $p_C(y)$ et $p_E(y)$ correspondant respectivement aux cas absence d'erreurs de transmission/ présence d'erreurs de transmission. $p_C(y)$ est identique à $p(z)$ calculée précédemment. Nous avons :

$$p(y) = (1 - CER)p_C(y) + CERp_E(y) \quad (12)$$

Le taux d'erreurs mot (CER) dépend de la modulation choisie. En optimisant l'association entre les mots de code et les symboles transmis il est possible de modifier la pdf et par conséquent d'améliorer sensiblement les performances du système.

La pdf $p_E(y)$ est difficile à déterminer analytiquement. En présence d'erreurs de transmission et pour un vecteur canal normalisé \mathbf{g} , asymptotiquement, les vecteurs reçus \mathbf{w}_j sont distribués uniformément sur une hypersphère de rayon unitaire. Par conséquent, nous pouvons dériver une borne inférieure pour le taux d'erreurs symbole en approximant $p_E(z)$ par une distribution uniforme.

A partir de la borne inférieure (8) nous obtenons la borne inférieure modifiée pour le taux d'erreurs symbole moyen suivante :

$$\overline{SER}_{lb} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{(M-1)\pi}{M}} \left[A(\theta)(1 - CER) + \frac{1}{N_t - 1} CER \right] d\theta \quad (13)$$

4 Taux d'erreurs symbole pour la voie de retour analogique

Pour la première solution, nous considérons que le vecteur canal normalisé \mathbf{g} est transmis sur la voie de retour bruitée. Le vecteur reçu est donné par :

$$\mathbf{w}' = \mathbf{g}^H + \epsilon \quad (14)$$

Le vecteur de précodage \mathbf{w} est appliqué après normalisation :

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}'}{\|\mathbf{w}'\|} \quad (15)$$

Chaque élément du vecteur de bruit ϵ est complexe de moyenne nulle et de variance $\sigma_{UL}^2 = \frac{(N_0)_{UL}}{2}$ par dimension.

Le signal reçu y est donné par :

$$y = \mathbf{h}\mathbf{w}s + n \quad (16)$$

Pour cette version, après développement, Z s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} Z &= 1 - |\mathbf{g}\mathbf{w}|^2 \\ &= 1 - \frac{1 + 2\Re(\mathbf{g}\epsilon) + |\mathbf{g}\epsilon|^2}{1 + 2\Re(\mathbf{g}\epsilon) + \|\epsilon\|^2} \end{aligned} \quad (17)$$

Pour la seconde solution, le vecteur de canal \mathbf{h} est transmis sur la voie de retour bruitée. Le vecteur reçu est :

$$\mathbf{w}' = \mathbf{h}^H + \epsilon \quad (18)$$

Nous avons :

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{h}^H + \epsilon}{\|\mathbf{h}^H + \epsilon\|} \quad (19)$$

Z s'exprime alors comme suit :

$$Z = 1 - \frac{\|h\|^2 + 2\|h\|\Re(\mathbf{g}\epsilon) + |\mathbf{g}\epsilon|^2}{\|h\|^2 + 2\|h\|\Re(\mathbf{g}\epsilon) + \|\epsilon\|^2} \quad (20)$$

Comme il est difficile de comparer les expressions (17) and (20) nous avons évalué les pdf de Z par simulation de Monte-Carlo.

Les pdf $p(z)$ sont présentées sur la figure 2 pour la voie de retour analogique de \mathbf{h} et de \mathbf{w} pour $N_t = 4$ et $(E_s/N_0)_{UL} = 4dB$ et $(E_s/N_0)_{UL} = -2dB$.

A partir de ces résultats et en utilisant l'équation (5), nous pouvons prédire que la voie de retour analogique du vecteur de canal normalisé \mathbf{g} donnera les meilleures performances car la queue de la distribution de $p(z)$ est plus

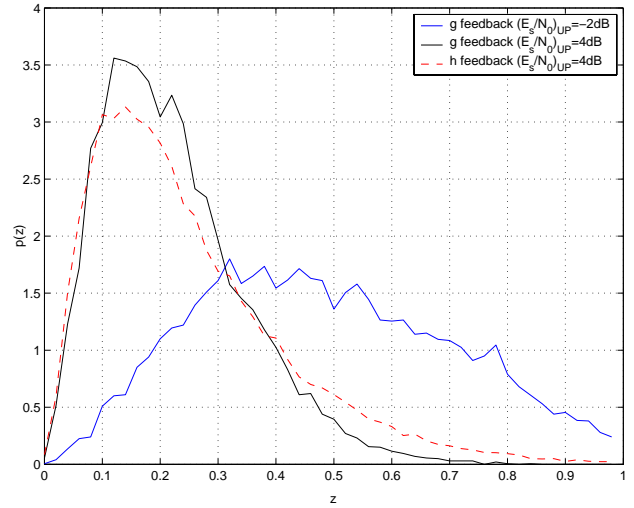


FIG. 2 – densité de probabilité $p(z)$ pour voie de retour analogique.

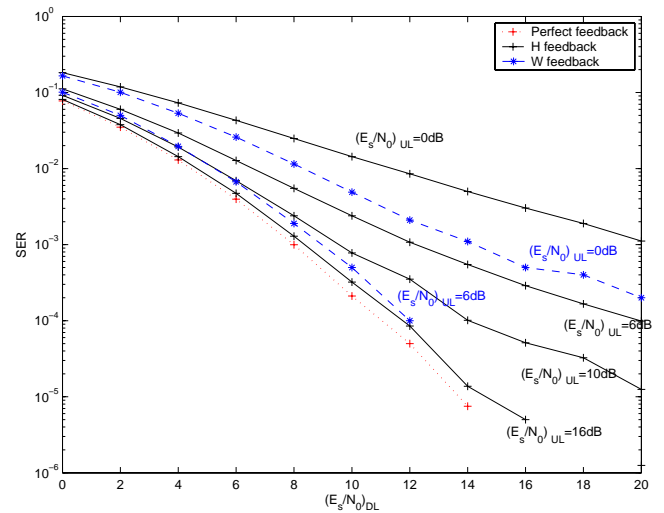


FIG. 3 – $SER = f(E_s/N_0)_{DL}$ pour les solutions de voie de retour analogiques.

courte dans ce cas. Alors que la voie de retour analogique de \mathbf{h} minimise la distorsion, cette solution n'est pas optimale d'un point de vue des performances globales. Ce résultat s'explique car la contrainte imposée sur la norme de \mathbf{g} nous permet d'éliminer une partie de l'énergie du bruit en voie montante.

5 Résultats de simulation

Dans ce paragraphe, nous allons considérer différentes solutions de voie de retour pour $N_T = 4$ et des canaux i.i.d..

Afin de comparer ces chaînes de transmission, nous avons fixé la même énergie moyenne transmise par symbole. Alors que pour la voie de retour de \mathbf{g} l'énergie associée à la transmission du vecteur \mathbf{g} est constante (car $\|\mathbf{g}\| = 1$), au niveau du symbole, le signal transmis est gaussien avec la même variance que pour le schéma de voie de retour de \mathbf{h} .

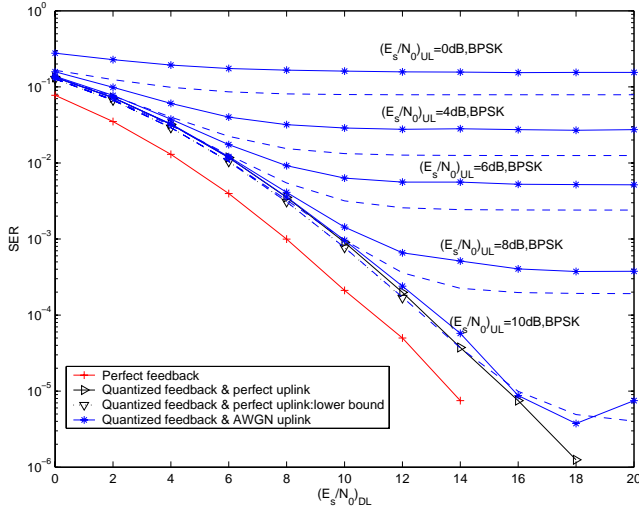


FIG. 4 – $SER = f(E_S/N_0)_{DL}$ pour la voie de retour quantifiée.

Sur la figure 3, nous présentons les performances $SER = f(E_S/N_0)_{DL}$ des voies de retour analogiques de \mathbf{h} et \mathbf{g} pour différents $f(E_S/N_0)_{UL}$. Comme nous l'avons montré précédemment, la voie de retour utilisant \mathbf{g} donne de meilleures performances qu'en utilisant \mathbf{h} .

Sur la figure 4, nous présentons les performances $SER = f(E_S/N_0)_{DL}$ de la voie de retour quantifiée pour différents $f(E_S/N_0)_{UL}$. Le nombre de mots de codes est fixé à $N = 16$ et la modulation choisie est la modulation BPSK (4 symboles sont nécessaire pour transmettre l'index d'un mot de code). Par rapport aux voies de retour analogique, on observe un effet de palier sur le taux d'erreurs symbole en fonction de la puissance du bruit de la voie montante. Il faut cependant noter qu'il est possible de réduire cet effet de palier en ajoutant un code correcteur d'erreurs. Nous présentons également les courbes obtenues en utilisant la borne inférieure (13) pour différents $(E_S/N_0)_{UL}$. Nous pouvons vérifier que cette borne est fine.

Sur la figure 5, nous comparons les performances des voies de retour analogiques et quantifiées pour $f(E_S/N_0)_{DL} = 6dB$. Comme nous l'avons vu précédemment, la voie de retour analogique de \mathbf{g} donne les meilleures performances. Pour la voie de retour quantifiée, l'augmentation du nombre de mot de code améliore les performances à fort rapport signal à bruit car l'erreur de quantification est réduite. Cependant, à faible $f(E_S/N_0)_{UL}$ ce schéma est plus sensible aux erreurs de transmission.

6 Conclusions

Dans cet article, nous avons comparé différents schémas de voie de retour pour les canaux i.i.d. Nous avons montré que la voie de retour analogique du vecteur canal normalisé donne les meilleures performances. L'augmentation du nombre de mots de code dans la version quantifiée permet de réduire la distorsion sur le vecteur \mathbf{w} . Cependant, pour un même nombre de symboles par mot de code, elle est plus sensible au bruit de la voie montante.

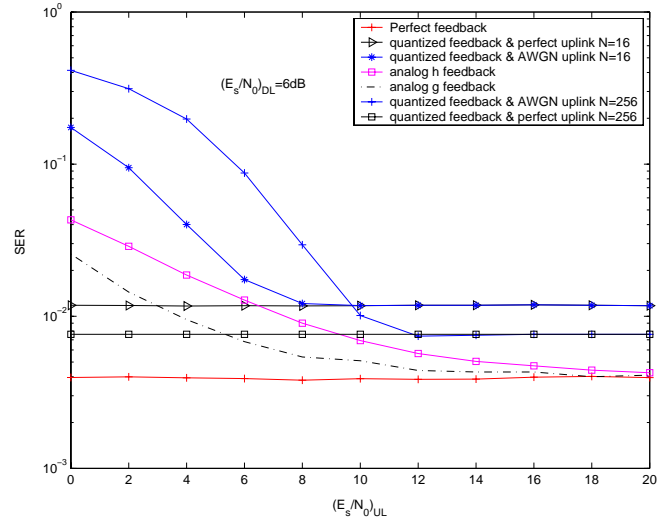


FIG. 5 – $SER = f(E_S/N_0)_{UL}$ des différents schémas de voie de retour

En perspective, l'étude de l'impact de la corrélation temporelle des canaux ainsi que l'effet des non-linéarités sur les performances devra être menée.

Références

- [1] D. J. Love, R. W. Heath and T. Strohmer, "Grassmanian beamforming for multiple input multi output wireless systems" in *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 49-10, pp.2735-2747, oct. 2003.
- [2] K. K. Mukkavilli, A. Sabarwal, E. Erkip, B. Aazhang, "On beamforming with finite rate feedback in multiple antenna systems" in *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 49-10, pp.2562-2579, oct. 2003.
- [3] M. Gaspar, R. Rimoldi, M. Vetterli, "To code, or not to code : lossy source channel communication revisited" in *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 49, pp.1147-1158, May 2003.
- [4] T. L. Marzetta, B. M. Hochwald, "Fast transfer of channel state information in wireless systems" in *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 54-4, pp.1268-1278, April 2006.
- [5] M. K. Simon, M. S. Alouini, "A unified approach to the performance analysis of digital communication over generalized fading channels" in *Proceedings of the IEEE*, vol. 86-9, pp.1860-1877, sept. 1998.