

Fusion – Diffusion d'images : approche par EDP

Olivier Laviaille¹, Sorin Pop^{1,2}, Romulus Terebes², Pierre Baylou¹, Monica Borda²

⁽¹⁾Equipe Signal Image – LAPS - IMS – 351, cours de la libération, 33405 Talence Cedex

⁽²⁾Technical University of Cluj-Napoca 15 C. Daicoviciu Street, 3400 Cluj-Napoca, Roumanie
olivier.laviaille@laps.ims-bordeaux.fr

Résumé – Nous proposons l'utilisation d'une formulation à base d'Equations aux Dérivées Partielles pour mener conjointement une procédure de fusion d'images et une procédure de diffusion. Cette approche permet, à partir de plusieurs sources bruitées, l'obtention d'une image de sortie fusionnée et lissée. Le transfert de l'information pertinente d'une source à l'autre est réalisé en inversant le processus diffusif. Nous démontrons l'intérêt de notre méthode sur des exemples concernant des images floues et des images bruitées.

Abstract – In this paper, we present a new general method for image fusion based on Partial Differential Equation (PDE). We propose to combine pixel-level fusion and diffusion processes through the use of a simple model based on a smoothed version of the Perona-Malik Diffusion equation. The insertion of the relevant information contained in images is achieved in the fused image by reversing the diffusion process. One of the advantages of such an original approach is to improve the quality of the results in case of noisy input images. Finally, two examples will demonstrate the efficiency of our method both on blurred and noisy images.

Introduction

La fusion d'image est un processus qui consiste à combiner différentes sources dans le but d'améliorer la qualité de l'image résultante. En général, les algorithmes de fusion doivent permettre de retrouver dans l'image résultante l'information pertinente contenue dans l'une ou l'autre des images sources tout en évitant d'injecter artéfacts ou inconsistances.

Dans les années récentes un grand nombre de travaux ont été consacrés aux méthodes de fusion de bas niveau [1]. Parmi les méthodes classiques, nous pouvons citer les méthodes fondées sur des décompositions pyramidales [2,3], des transformées en ondelettes [4] ou encore l'ensemble des approches fondées sur des combinaisons pondérées des sources [5]. Dans le même temps, l'ensemble de ces techniques a été appliqué dans un grand nombre de domaines tels que la télédétection [6], l'imagerie médicale [7] ou la détection de défauts [8]. Les méthodes les plus classiques font appel à une décomposition multi-échelle. Le principe de ces méthodes est d'obtenir une représentation multi-échelle de chaque source puis de combiner l'ensemble de ces sources en utilisant un schéma de sélection approprié associé à une transformation inverse.

Dans cet article, nous proposons une approche originale fondée sur les Equations aux Dérivées Partielles. Cette approche étant largement inspirée par des travaux préalables sur la diffusion non linéaire. Le filtrage par diffusion non linéaire fondé sur une EDP a été proposé initialement par Perona et Malik [9]. Depuis, ces méthodes ont été très largement utilisées dans le cadre de filtres permettant de préserver les contours, de rehausser les objets

ou les contrastes et/ou permettant la prise en compte de l'orientation locale des structures. Les diffusions de type scalaire (par opposition aux diffusions tensorielles, consistent à faire évoluer l'image (U) selon :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}(c(x, y, t)\nabla U) \quad (1)$$

où la diffusivité $c(x, y, t)$ est défini comme une fonction (g) non croissante de $|\nabla U|$ qui permet de gérer le comportement de la diffusion. Un exemple de choix pour g est [9] :

$$c(x, y, t) = g(|\nabla U|) = \frac{1}{1 + (|\nabla U|/K)^2} \quad (2)$$

K est une constante jouant le rôle de barrière de diffusion : les contours correspondant à un gradient supérieur à K sont préservés.

Depuis, un certain nombre d'inconvénients de la méthode originale ont été soulignés. Catté et al. [10] proposent par exemple de remplacer l'image originale dans la fonction de diffusivité par une version lissée par un filtre Gaussien : c'est de cette manière que les auteurs établissent l'existence et l'unicité de la solution :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}[g(|\nabla G_\sigma * U|)\nabla U] \quad (3)$$

Cet article s'appuie essentiellement sur l'approche de diffusion non linéaire qui vient d'être décrite. Notons cependant que bien d'autres approches ont été depuis développées parmi lesquelles nous pouvons citer les filtres de chocs [11], les approches tensorielles [12, 13] ou encore les diffusions utilisant les mesures d'orientation locale [14].

Dans la section suivante, nous introduisons une formulation sous forme d'équation aux dérivées partielles

dans laquelle chacune des images sources est considérées comme état initial. Nous construisons ensuite les images fusionnées en menant en parallèle un processus de diffusion permettant de filtrer l'image courante et un processus de diffusion inverse permettant d'injecter l'information contenue dans les autres images sources. La section 3 nous permettra d'illustrer les résultats obtenus sur des images floues en comparaison avec les résultats fournis par des techniques de décomposition pyramidale. Finalement, l'intérêt de notre approche sera souligné à partir d'applications concernant des images de départ bruitées.

Fusion par EDP

Nous considérons que chaque image source contient une partie de l'information pertinente. Nous proposons l'application d'un processus de fusion-diffusion gouverné par EDP sur chacune des sources. A chaque étape du processus, nous cherchons à conserver l'information pertinente de la source courante tout en injectant l'information en provenance des autres sources.

L'équation d'évolution que nous proposons d'utiliser est :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \text{div}(g_d(\nabla U_{\sigma_i})\nabla U_i) - \beta_i \text{div}(g_f(\nabla U|_{max})\nabla U_{max}) \quad (4)$$

où i représente l'image source courante. max correspond à la source dans laquelle est localement observé le maximum du gradient ; β_i est nul si $i=max$ et prend sinon la valeur d'un paramètre $\beta \in [0;1]$ permettant de régler l'importance du processus de fusion.

Le premier terme de (4) est un terme de diffusion directement inspiré de Catté et al [10] qui permet, nous le verrons, de fusionner des sources bruitées. Dans le second terme, la sélection de l'image correspondant à la valeur maximum du gradient nous permet d'injecter les contours. Lorsque ce maximum est détecté dans le bloc courant, seul le terme de diffusion agit ; dans le cas contraire, le contour est injecté par diffusion inverse. L'intensité de la fusion est gouvernée par le choix de la fonction g_f . Du fait de la présence du terme diffusif anisotrope, nous avons choisi dans cet article une fonction constante ($g_f=1$) qui conduit à un comportement isotrope de la fusion.

Finalement, le processus de fusion est un processus de diffusion linéaire inverse similaire à une déconvolution gaussienne. Il est bien connu que ce type de processus conduit à des instabilités, des amplifications du bruit et des oscillations [15]. Nous proposons de nous affranchir de ces inconvénients majeurs en fixant une contrainte consistant à borner les niveaux de gris dans l'image résultante et en introduisant un terme de régularisation agissant comme un terme d'attache aux données initiales et permettant de prévenir l'apparition de faux contours lors du processus de fusion.

L'objectif de la fusion étant d'injecter des hautes fréquences (contours, coins), lorsque un signal basse fréquence doit être injecté, le processus conduit à la

création de fausses discontinuités. L'objet du terme de régularisation est donc d'interdire toute nouvelle discontinuité en limitant la différence entre deux pixels voisins à la différence maximum observée sur l'ensemble des sources à l'étape précédente. Ce terme, introduit dans l'EDP (4) prend la forme :

$$\gamma \cdot \text{div}(g_R(\nabla U_i, \nabla U_k^{t=0})\nabla U_i) \quad (5)$$

où γ est le poids associé à la régularisation et g_R une fonction non nulle lorsque le gradient observé est supérieur au gradient maximum observé sur l'ensemble des sources. Nous proposons dans [16] une forme pour cette fonction.

Les équations (4) et (5) décrivent l'évolution d'une image. Il est bien clair que le processus agit en parallèle sur l'ensemble des images produisant p images fusionnées à partir de p sources contrairement aux méthodes classiques de fusion. En pratique, en introduisant les deux contraintes précédemment décrites, nous pouvons observer la convergence des images fusionnées (diminution de l'erreur quadratique moyenne entre les images). Le nombre d'itérations du processus peut être choisi arbitrairement et dépend entre autre de la constante de temps utilisé dans l'EDP ; un critère objectif fondé sur une mesure de distance entre images fusionnées ou sur un facteur de qualité peut être proposé.

L'utilisation de notre algorithme sur des images discrètes réclame l'utilisation d'un schéma numérique approprié. Nous avons adopté un schéma explicite et des approximations fondées sur les dérivées spatiales avec un 4-voisinage.

Résultats

Notre approche est illustrée sur un exemple très classique présentant des images partiellement floues. Les Figures 1a et 1e montrent un détail de deux images avec des zones de focus différentes. Les images Fig.1d et h sont les images fusionnées après 200 itérations avec une constante de temps $dt=0.1$ et $\beta=1$.

Nos résultats sont comparés à des résultats obtenus au travers de la boîte à outils Matlab *fusetool* [17].

Les deux méthodes de référence sont la décomposition par pyramide laplacienne et la "Shift Invariant Discrete Wavelet Transform" (SIDTW) utilisant une fonction de Haar. Nous présentons également deux résultats plus basiques obtenus par ACP (Fig. 1f) et par la moyenne directe des sources (Fig 1b).

L'évaluation objective des résultats se fait au travers de la mesure "*weighted fusion quality measure*" proposée par Piella [18] :

$$Q_W(u, v, f) = \sum_w c(w) [\lambda_u(w) \cdot Q_0(u, f | w) + \lambda_v(w) \cdot Q_0(v, f | w)] \quad (6)$$

où Q_0 est le facteur de qualité de Wang and Bovik [19] mesuré sur la fenêtre w .

$$RMSE(U_A, U_B) = \sqrt{\frac{\sum_{x,y} (U_A(x,y) - U_B(x,y))^2}{n}} \quad (7)$$

où n est le nombre de pixels. La RMSE est égale à 14,80 entre les deux images originales ; nous observons une RMSE de 0.41 à la fin du processus : les deux images finales sont pratiquement similaires. Par suite, la simple moyenne des deux sorties ou un choix fondé sur un critère de qualité peut être envisagé.

Le principal intérêt de la fusion-diffusion par EDP est la possibilité de traiter le cas de sources bruitées et d'adapter l'équation de diffusion pour obtenir un filtrage anisotrope de ces sources. La figure 2 illustre le fonctionnement de notre approche sur les mêmes images corrompues par un bruit blanc gaussien (SNR = 9dB).

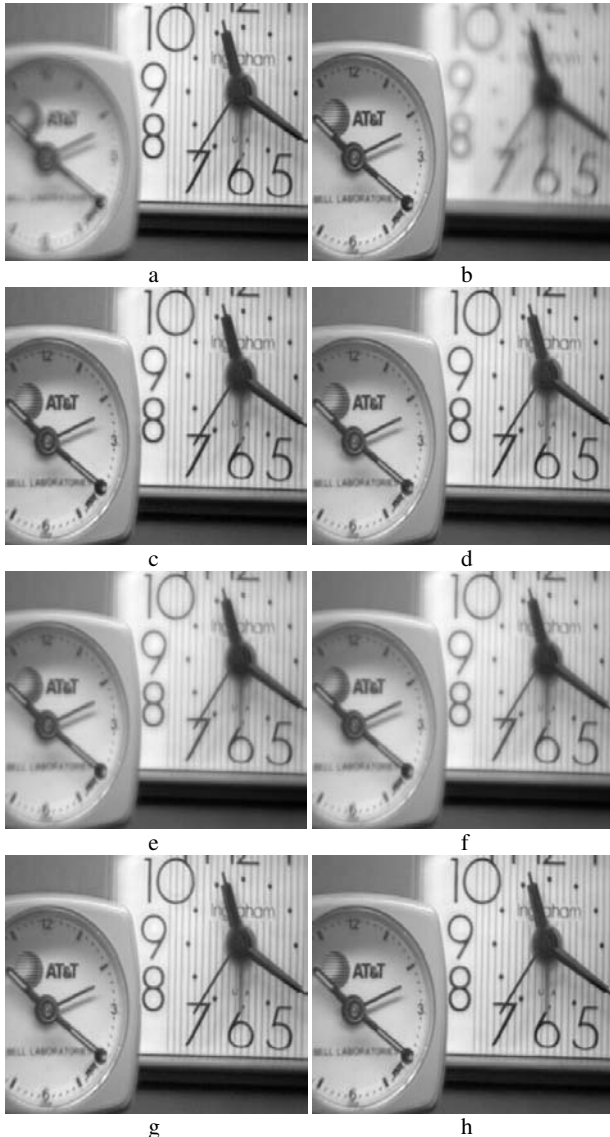


Figure 1. a,e) détail des deux images originales; **Résultats:** b) Moyenne ($Q_w=0.869$); c) pyramide laplacienne - 6 niveaux de décomposition ($Q_w=0.941$); f) ACP ($Q_w=0.867$); g) SIDTW- 3 niveaux ($Q_w=0.942$); d,h) fusion par EDP - 200 itérations, $dt=0.1$ (Eq. 5) ($Q_w=0.941$, $Q_w=0.941$);

L'ACP et la moyenne conduisent aux résultats les moins intéressants ($Q_w=0.867$ et 0.869), ce qui traduit la mauvaise impression visuelle. Notre approche conduit à un résultat ($Q_w=0.941$) équivalent à celui des méthodes de références. De plus, l'impression visuelle elle-même permet de conclure à des résultats comparables.

Notre méthode conduisant à la construction de deux images de sortie, nous proposons d'illustrer la convergence des deux images fusionnées A et B en utilisant la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) :

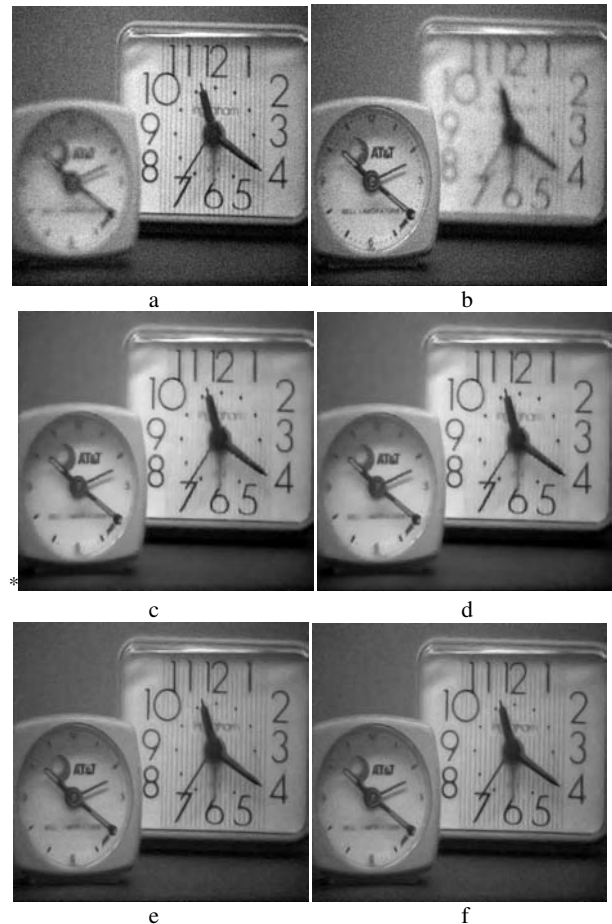


Figure 2 a,b) images originales bruitées; c,d) images fusionnées - diffusion de Catté et al; e,f) images fusionnées - diffusion 1D/2D

Nous montrons deux types de résultats qui permettent d'illustrer tout l'intérêt de la formulation par EDP.

Les premiers résultats (Fig 2c et d) sont issus d'un processus de fusion-diffusion directement inspiré de (4). Le terme de fusion est un terme de diffusion adaptative inspiré par le travail de Catté et al [10]. Ce type de diffusion

préservé les contours sous réserve que le niveau de bruit ne soit pas trop important ; surtout, c'est un processus extrêmement local qui ne prend pas en compte l'orientation de la structure. Par suite, la fusion est réalisée mais on note une atténuation sensible des lignes verticales dans le réveil de droite.

Le second type de résultat a été obtenu en utilisant la méthode de diffusion 1D/2D présentée dans [20]. Cette méthode permet à la fois de lisser de manière isotrope les zones homogènes (fond de l'image) et d'obtenir un comportement très anisotrope lorsque des structures orientées apparaissent. L'utilisation de ce terme de diffusion associé à un terme de fusion isotrope donne des résultats présentant une préservation améliorée des structures orientées (Fig. 2e et f).

Conclusion et perspectives

L'approche présentée peut être facilement étendue à d'autres types d'équation de diffusion. En particulier, nous avons proposé une extension de la méthode dans le cas 3D ; cette extension est fondée sur l'utilisation d'une méthode de diffusion directionnelle que nous avons proposée dans le cadre du filtrage des blocs sismiques [21]. Par suite, en intégrant cette diffusion dans l'équation (4) et en y associant le terme de régularisation (5), nous proposons une méthode de fusion en sismique azimutale [22][23].

La prochaine étape concerne l'étude de la fonction de fusion. Nous chercherons à construire une EDP intégrant une fonction de fusion anisotrope et d'en évaluer l'apport. Ainsi, la méthode de fusion-diffusion pourra acquérir un caractère très général et s'adapter à différentes applications.

REFERENCES

- [1] R.S. Blum, Z. Xue and Z. Zhang, "An overview of image fusion", in: R.S. Blum, Z. Liu(Eds), Multi-Sensor Image Fusion and Its Applications, Signal and Image Processing Series, Dekker/CRC Press, 2005.
- [2] P.J. Burt and R.J. Kolczynski, "Enhanced image capture through fusion", 4th Intl. Conf. on Computer Vision, Berlin, Germany, pp. 173-182, 1993.
- [3] G. Piella, "A general framework for multiresolution image fusion: from pixels to regions", Information Fusion, Vol. 9, pp. 259-280, 2003.
- [4] O. Rockinger, "Image Sequence Fusion Using a Shift-Invariant Wavelet Transform", International Conference on Image Processing ICIP 1997, Washington DC, Vol. III, pp. 288-292, 1997.
- [5] O. Rockinger and T. Fechner, "Pixel-level image fusion: the case of image sequences" Proc. SPIE, vol. 3374, pp. 378-388, 1998.
- [6] G. Simone, A. Farina, F.C. Morabito, S.B. Serpico and L. Bruzzone, "Image fusion techniques for remote sensing applications", Information Fusion, Vol.3(1), pp.3-15, 2002.
- [7] C.S. Pattichis, M.S. Pattichis and E. Micheli-Tzanakou, "Medical image fusion applications: an overview", Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers, Vol. 2, pp. 1263-1267, 2001.
- [8] J.M. Reed and S. Hutchinson, "Image fusion and subpixel parameter estimation for automated optical inspection of electronic components", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 43 (3), pp. 346-354, 1996.
- [9] P. Perona and J. Malik, "Scale space and edge detection using anisotropic diffusion", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.12, no.7, pp. 629-639, 1990.
- [10] F. Catté, P.L. Lions, J.M. Morel and T. Coll, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion I", SIAM Journal on Numerical Analysis, vol.29, no.1, pp. 182-193, 1992.
- [11] L. Alvarez and L. Mazorra: "Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion", SIAM J Numerical Analysis, vol. 31, nr.2, pp. 590-605, 1994.
- [12] J. Weickert - "Conservative image transforms with restoration and scale-space properties", International Conference on Image Processing, ICIP'96, Lausanne, Switzerland, Vol.1, pp. 465-468, 1996.
- [13] R. Terebes, M. Borda, O. Laviaille and P. Baylou, "Flow Coherence Diffusion, Linear and Nonlinear case", Lectures Notes in Computer Science, vol. 3708, pp.316-323, 2005.
- [14] R. Terebes, M. Borda, Y. Baozong, O. Laviaille and P. Baylou, "A new PDE based approach for image restoration and enhancement using robust diffusion directions and directional derivatives based diffusivities", International Conference on Signal Processing, vol. 1, pp.707-712, Beijing, China, 2004.
- [15] G. Gilboa, N. Sochen and Y. Zeevi, "Forward-and-Backward Diffusion Processes for Adaptive Image Enhancement and Denoising", IEEE Trans. Image Processing, Vol. 11, No. 7, pp. 689-703, July 2002.
- [16] S.Pop, O. Laviaille, R. Terebes, M. Borda, "A PDE-based approach for image fusion" Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Delft – Lecture Notes in Computer Sciences, Août 2007
- [17] O. Rockinger "Image Fusion Toolbox for Matlab", <http://www.metapix.de/toolbox.htm> 1999
- [18] G. Piella, "New quality measures for image fusion", Intl. Conference on Information Fusion, Stockholm, Sweden, pp. 542-546, 2004.
- [19] Z. Wang and A.C. Bovik, "A universal image quality index", IEEE Signal Processing Letters, 9, Vol.3, pp. 81–84, March 2002.
- [20] R. Terebes "Diffusion Directionnelle. Application à la restauration et à l'amélioration d'images de documents anciens", Thèse en cotutelle Université de Cluj-Napoca (Roumanie)-Université Bordeaux I, 2004
- [21] O. Laviaille, S.Pop, C. Germain, M. Donias, S. Guillon, N. Keskes, Y. Berthoumieu "Seismic Fault Preserving Diffusion", Journal of Applied Geophysics, Volume 61, Issue 2, pp 83-164, 2007
- [22] S. Pop, O. Laviaille, R. Terebes, Borda M., "Low-Level Fusion: A PDE-Based Approach" IEEE Fusion'07, Québec, Canada, Juillet 2007.
- [23] S.Pop, R. Terebes, M. Borda, S. Guillon, N. Keskes, P. Baylou, O. Laviaille, "3D Seismic data fusion and filtering using a PDE-based approach" IEEE ICIP'07, San Antonio, USA, Sept. 2007.