

# Séparation et égalisation aveugles de signaux CDMA par la décomposition en blocs d'un tenseur au moyen de l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Dimitri NION, Lieven DE LATHAUWER

Laboratoire ETIS, UMR 8051 CNRS-ENSEA-UCP  
6 avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise, France  
nion@ensea.fr, delathau@ensea.fr

**Résumé** – Dans cet article, nous nous intéressons à la séparation et à l'égalisation aveugles de signaux CDMA reçus par un réseau d'antennes, après propagation par trajets multiples engendrant de l'Interférence Entre Symboles (IES). En exploitant trois diversités induites à la réception, le problème peut se résoudre par la décomposition d'un tenseur d'ordre 3 en composantes blocs (DCB), qui est une nouvelle décomposition tensorielle généralisant la décomposition PARAFAC. Nous proposons de calculer la DCB par la méthode d'optimisation de Levenberg-Marquardt, qui offre de meilleures performances que l'algorithme classique des moindres carrés alternés.

**Abstract** – In this paper, we focus on the blind equalization-separation problem of CDMA signals received by an antenna array, after a multipath propagation scenario with Inter-Symbol-Interference (IES). By exploiting three available diversities, this problem can be solved by the decomposition of a third-order tensor in block terms, which is a generalization of PARAFAC. We propose to compute this decomposition with the Levenberg-Marquardt algorithm which outperforms the standard alternating least squares algorithm.

## 1 Introduction

Dans cet article, nous considérons un accès multi-utilisateurs basé sur l'étalement de spectre par codage DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access). Dans les systèmes actuels, la connaissance des codes CDMA au niveau du récepteur est exploitée pour effectuer la *séparation* des signaux des utilisateurs. De plus, dans les systèmes dits coopératifs, les utilisateurs transmettent une séquence d'apprentissage connue du récepteur. Ce dernier peut ensuite identifier le filtre caractérisant le canal de propagation afin d'annuler l'Interférence Entre Symboles (IES) due aux trajets multiples. Cette opération est appelée *égalisation*. Cependant, si le canal varie rapidement au cours du temps, il est nécessaire d'envoyer périodiquement la séquence d'apprentissage, ce qui limite le débit utile (environ 25 % du débit total est consacré à l'apprentissage en GSM, jusqu'à 50 % en UMTS). Dans ce contexte, les méthodes *aveugles* suscitent un vif intérêt dans la mesure où elles n'imposent pas la connaissance de cette séquence. De plus, si les codes CDMA ne sont pas connus du récepteur, comme c'est le cas en écoute discrète, les techniques aveugles constituent une approche adéquate.

Classiquement, le problème d'estimation aveugle de canaux et de sources repose sur la formulation algébrique matricielle  $\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}$ , où l'objectif est d'identifier la matrice du canal global  $\mathbf{H}$  et/ou la matrice des symboles  $\mathbf{S}$  à partir de la matrice des observations  $\mathbf{Y}$  uniquement. Cependant, dans le cas de signaux CDMA transmis vers un réseau d'antennes, les diversités spatiale, spectrale et temporelle confèrent au signal global reçu une structure algébrique multilinéaire. Notre approche consiste à collecter les échantillons de ce signal dans un tenseur d'ordre trois dont chaque dimension caractérise une diversité. La décomposition de ce tenseur permet ensuite d'en extraire la

contribution de chaque utilisateur. La structure de ces contributions diffère selon le scénario de propagation considéré. Ainsi, dans le cas de la propagation par trajets directs uniquement, les auteurs de [8] ont montré que l'estimation aveugle du signal de chaque utilisateur peut être obtenue par la décomposition en termes de rang 1 du tenseur des observations, ou décomposition PARAFAC (pour PARALLEL FACTOR) [4]. Dans [7], nous avons montré que pour un canal à trajets multiples engendrant de l'IES, l'*égalisation* et la *séparation* aveugles des signaux CDMA peuvent être réalisées *conjointement* par une décomposition multilinéaire plus générale que PARAFAC, la décomposition en composantes blocs (DCB) du tenseur des observations [1–3]. L'algorithme proposé dans [3, 7] pour le calcul de la DCB est un algorithme des moindres carrés alternés (ou ALS pour *Alternating Least Squares*). Cependant, cet algorithme converge parfois lentement et il demeure sensible au mauvais conditionnement des données à extraire. Dans cet article, nous montrons qu'il est possible de s'affranchir de ces inconvénients en calculant la DCB par la méthode d'optimisation de Levenberg-Marquardt (LM) [6], qui est une technique de type Gauss-Newton.

## 2 Modélisation des données

### 2.1 Modèle analytique

Considérons  $R$  utilisateurs, transmettant simultanément dans la même bande passante vers un réseau de  $K$  antennes. Les signaux de ces utilisateurs sont étalés par des codes CDMA de longueur  $I$ , tels que  $T_s = IT_c$ , où  $T_s$  est la période symbole et  $T_c$  la période chip. Soient les séquences  $\left\{ s_j^{(r)} \right\}_{j=1}^J$  et

$\{c_i^{(r)}\}_{i=1}^I$ , représentant respectivement  $J$  symboles successifs transmis par l'utilisateur  $r$  et les  $I$  chips de sa séquence d'étalement. On note  $h_r(t)$  la forme d'onde d'étalement de cet utilisateur :  $h_r(t) = \sum_{i=1}^I c_i^{(r)} g(t - iT_c)$ , où  $g(t)$  représente le filtre de mise en forme (cosinus surélevé).

Nous considérons un scénario de propagation selon  $P$  trajets spéculaires avec large dispersion des retards. Pour un utilisateur  $r$  donnée, le  $p^{\text{ème}}$  trajet est caractérisé par son délai  $\tau_{rp}$ , son angle d'arrivée sur le réseau d'antennes  $\theta_{rp}$  et son atténuation  $\beta_{rp}$ . Soit  $L$  la longueur de la réponse impulsionnelle du canal au rythme symbole, ce qui signifie que l'IES est présente sur  $L$  symboles consécutifs. A la réception, le signal global est échantillonné au rythme chip et l'intervalle d'observation est de durée  $JT_s = IJT_c$ , pendant lequel nous supposons le canal stationnaire. Pour simplifier la notation, nous considérons le même nombre de trajets  $P$  et de symboles interférents  $L$  pour chaque utilisateur. Le  $i^{\text{ème}}$  échantillon associé au  $j^{\text{ème}}$  symbole du signal global reçu par la  $k^{\text{ème}}$  antenne s'écrit

$$y_{ijk} = \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P a_k(\theta_{rp}) \sum_{l=1}^L h_{rp}(i + (l-1)I) s_{j-l+1}^{(r)}, \quad (1)$$

où  $a_k(\theta_{rp})$  est le coefficient d'amplification de la  $k^{\text{ème}}$  antenne selon l'angle d'incidence  $\theta_{rp}$ , dans lequel on a incorporé l'atténuation  $\beta_{rp}$  et où  $h_{rp}(i + (l-1)I)$  est l'échantillon de  $h_r(t - \tau_{rp})$  à l'instant  $t = (i + (l-1)I)T_c$ .

Dans le modèle analytique de l'équation (1), les indices  $i, j$ , et  $k$  correspondent à trois diversités induites par le système : la diversité spectrale apportée par l'étalement CDMA ( $i = 1 \dots I$ ), la diversité temporelle ( $j = 1 \dots J$ ) et la diversité spatiale ( $k = 1 \dots K$ ). Collectons les  $IJK$  échantillons  $y_{ijk}$  dans un tenseur  $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$  d'ordre 3, c'est à dire un cube.

## 2.2 Modèle algébrique équivalent

Nous avons montré dans [7] que  $\mathcal{Y}$  a une structure algébrique très particulière : la structure en composantes blocs. Avant d'expliquer ce modèle, nous introduisons la définition d'algèbre multilinéaire suivante.

**Définition. (Produit mode-n)** Les produits mode-2 et mode-3 d'un tenseur d'ordre trois,  $\mathcal{H} \in \mathbb{C}^{I \times L \times P}$ , respectivement par les matrices  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{J \times L}$  et  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{K \times P}$ , notés  $\mathcal{H} \bullet_2 \mathbf{S}$  et  $\mathcal{H} \bullet_3 \mathbf{A}$ , résultent en des tenseurs de taille  $(I \times J \times P)$  et  $(I \times L \times K)$  dont les éléments sont respectivement définis par

$$(\mathcal{H} \bullet_2 \mathbf{S})_{ijp} = \sum_{l=1}^L h_{ilp} s_{jl}, \quad (\mathcal{H} \bullet_3 \mathbf{A})_{ilk} = \sum_{p=1}^P h_{ilp} a_{kp}.$$

Ainsi, le modèle algébrique multilinéaire strictement équivalent au modèle analytique de l'équation (1) est :

$$\mathcal{Y} = \sum_{r=1}^R \mathcal{H}_r \bullet_2 \mathbf{S}_r \bullet_3 \mathbf{A}_r. \quad (2)$$

L'équation (2) est l'expression de la décomposition en composantes blocs (DCB) du tenseur des observations  $\mathcal{Y}$ , représentée sur la figure 1. Dans le contexte applicatif de cet article, cette décomposition s'interprète comme suit.  $\mathcal{Y}$  résulte d'une somme de contributions de  $R$  utilisateurs. Chaque contribution est caractérisée par trois composantes blocs : un tenseur

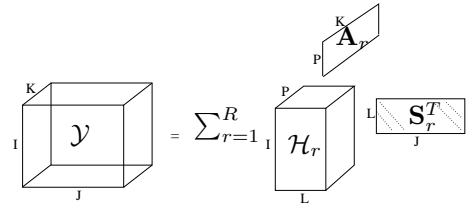


FIG. 1 – Représentation de la DCB

$\mathcal{H}_r \in \mathbb{C}^{I \times L \times P}$ , une matrice  $\mathbf{A}_r \in \mathbb{C}^{K \times P}$  et une matrice Toeplitz  $\mathbf{S}_r \in \mathbb{C}^{J \times L}$ . Pour un trajet donné (indice  $p$  fixé), chaque "tranche" frontale de  $\mathcal{H}_r$  est une matrice de taille  $I \times L$  qui contient les  $IL$  échantillons successifs  $h_{rp}(i + (l-1)I)$  de  $h_r(t - \tau_{rp})$ . La première colonne de la matrice  $\mathbf{S}_r$  contient les  $J$  symboles successifs de l'utilisateur  $r$ . Cette matrice a une structure Toeplitz due à la présence d'IES. Enfin, la matrice  $\mathbf{A}_r$  contient la réponse des  $K$  antennes aux  $P$  différents angles d'arrivée, c'est à dire  $[\mathbf{A}_r]_{k,p} = a_k(\theta_{rp})$ . La DCB peut être vue comme une généralisation de la décomposition PARAFAC, qui correspond au cas particulier où  $L = 1$  et  $P = 1$ .

Étant donné l'observation de  $\mathcal{Y}$  uniquement, le problème d'égalisation et de séparation aveugles des signaux CDMA reçus consiste en la DCB de  $\mathcal{Y}$ , de manière à estimer les composantes inconnues  $\mathcal{H}_r$ ,  $\mathbf{S}_r$  et  $\mathbf{A}_r$ . La séparation des  $R$  contributions repose sur l'unicité de la décomposition, qui a été démontrée dans [2], et implique un nombre maximum d'utilisateurs simultanément admissibles dans le système. En particulier, l'unicité peut être encore garantie si le nombre d'utilisateurs est supérieur au nombre d'antennes ( $R > K$ ), à condition que  $I$  et  $J$  soient suffisamment grands. L'égalisation est quant à elle effectuée en imposant une structure Toeplitz sur les matrices  $\mathbf{S}_r$ , c'est à dire que les vecteurs générateurs  $\mathbf{s}_r \in \mathbb{C}^{(J+L-1) \times 1}$  de ces matrices seront mis à jour à chaque étape, au lieu des matrices elles-mêmes. Notre approche est déterministe et s'appuie sur la structure algébrique du tenseur des observations. Par conséquent, les sources ne sont pas nécessairement statistiquement indépendantes, les codes CDMA non nécessairement orthogonaux et la géométrie du réseau d'antennes non nécessairement connue. De plus, notre méthode peut être utilisée pour des trames relativement courtes, ce qui assouplit considérablement la contrainte de stationnarité du canal, comparativement à des méthodes purement statistiques.

Si  $\mathcal{Y}$  est le tenseur des observations et  $\hat{\mathcal{Y}}$  une estimation de ce tenseur, le calcul de la DCB de  $\mathcal{Y}$  consiste à minimiser la fonction de coût suivante :

$$\phi = \frac{1}{2} \|\mathcal{Y} - \hat{\mathcal{Y}}\|_F^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K |y_{ijk} - \hat{y}_{ijk}|^2, \quad (3)$$

où  $\|\cdot\|_F$  est la norme Frobenius. En d'autres termes, étant donné  $\mathcal{Y}$ , le calcul de la DCB consiste à trouver les composantes blocs  $\hat{\mathcal{H}}_r$ ,  $\hat{\mathbf{A}}_r$  et  $\hat{\mathbf{S}}_r$  du tenseur  $\hat{\mathcal{Y}}$  qui minimise  $\phi$ . Dans la section suivante, nous proposons de calculer la DCB par un algorithme de Levenberg-Marquardt, qui offre de meilleures performances que l'algorithme ALS proposé dans [7].

## 3 Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt (LM) est basé sur une mise à jour de type Gauss-Newton des inconnues. Pour une

itération donnée, toutes les inconnues sont estimées conjointement, contrairement à l'ALS qui met à jour les composantes de manière alternée. Cet algorithme a été proposé notamment dans [9] pour le calcul de la décomposition PARAFAC. Considérons le vecteur  $\mathbf{p}_{\hat{\mathbf{A}}} \in \mathbb{C}^{R \times PK \times 1}$  qui contient les éléments de toutes les matrices  $\hat{\mathbf{A}}_r$ , le vecteur  $\mathbf{p}_{\hat{\mathbf{H}}} \in \mathbb{C}^{R \times ILP \times 1}$  qui contient les éléments de tous les tenseurs  $\hat{\mathcal{H}}_r$  et le vecteur  $\hat{\mathbf{s}} \in \mathbb{C}^{R(J+L-1) \times 1}$  qui résulte de la concaténation des  $R$  vecteurs générateurs des matrices Toeplitz  $\hat{\mathbf{S}}_r$ . On construit alors le vecteur  $\hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{C}^{F \times 1}$ , qui contient toutes les inconnues :

$$\hat{\mathbf{p}} = [\mathbf{p}_{\hat{\mathbf{A}}}^T | \mathbf{p}_{\hat{\mathbf{H}}}^T | \hat{\mathbf{s}}^T]^T, \quad (4)$$

où  $F = R(PK + ILP + J + L - 1)$ .

Soit  $M = KJI$ ,  $\hat{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{(M \times 1)}$  la représentation vectorielle de  $\hat{\mathcal{Y}} \in \mathbb{C}^{(I \times J \times K)}$  construite à partir de  $\hat{\mathbf{p}}$ , et soit  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{(M \times 1)}$  la représentation vectorielle de  $\mathcal{Y}$ . Le vecteur des résidus s'écrit donc  $\mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}}) = \hat{\mathbf{Y}}^{(M \times 1)} - \mathbf{Y}^{(M \times 1)}$ . Ainsi la fonction de coût (3) s'écrit comme

$$\phi = \frac{1}{2} \|\mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}})\|_F^2 = \frac{1}{2} \mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}})^H \mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}}). \quad (5)$$

Etant donné une estimation  $\hat{\mathbf{p}}^{(n)}$  de  $\mathbf{p}$  à l'itération  $n$ ,  $\hat{\mathbf{p}}^{(n+1)}$  est obtenu par  $\hat{\mathbf{p}}^{(n+1)} = \hat{\mathbf{p}}^{(n)} + \Delta \mathbf{p}$ , où le pas  $\Delta \mathbf{p}$  doit être calculé de manière à garantir une direction de descente pour  $\phi$ .

Soit  $\mathbf{J}(\hat{\mathbf{p}}^{(n)})$  la matrice jacobienne de taille  $M \times F$  dont les éléments  $j_{mf}$  sont définis par  $j_{mf} = \frac{\delta r_m(\hat{\mathbf{p}}^{(n)})}{\delta p_f}$ . La mise à jour du pas  $\Delta \mathbf{p}$  par la méthode de Gauss-Newton est obtenue par la résolution du système d'équations normales suivant

$$(\mathbf{J}^H \mathbf{J}) \Delta \mathbf{p} = -\mathbf{g}, \quad (6)$$

où  $\mathbf{g} \in \mathbb{C}^{(F \times 1)}$  est le gradient de  $\phi$  en  $\hat{\mathbf{p}}^{(n)}$  et  $\mathbf{J}$  représente  $\mathbf{J}(\hat{\mathbf{p}}^{(n)})$ . Cependant, cette mise à jour nécessite que le Jacobien  $\mathbf{J}$  soit de rang plein à chaque étape. Or, il s'avère que la DCB possède des degrés de liberté provenant des indéterminations intrinsèques au modèle multilinéaire. Ainsi, on peut montrer que  $\mathbf{J}$  a au moins  $R(P^2 + 1)$  valeurs singulières nulles. Une solution possible à ce problème est la méthode de Levenberg-Marquardt [6], qui consiste à mettre à jour  $\Delta \mathbf{p}$  à partir des équations normales modifiées :

$$(\mathbf{J}^H \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}_F) \Delta \mathbf{p} = -\mathbf{g}, \quad (7)$$

où le facteur d'amortissement  $\lambda > 0$  rend  $\mathbf{J}^H \mathbf{J}$  définie positive et assure une direction de descente. La procédure de mise à jour de ce facteur est précisément décrite dans [5]. Notons simplement un effet important du facteur d'amortissement : pour une grande valeur de  $\lambda$ , (7) donne  $\Delta \mathbf{p} \simeq -\frac{1}{\lambda} \mathbf{g}$ , c'est à dire un faible pas dans la direction de descente de la plus grande pente et pour une faible valeur de  $\lambda$ , (7) se réduit à (6), c'est à dire une mise à jour de type Gauss-Newton.

## 4 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous illustrons les performances du récepteur multilinéaire basé sur la DCB pour résoudre le problème d'égalisation et de séparation aveugles. Dans la première expérience (Fig. 2), nous illustrons l'impact du conditionnement des données sur les performances des algorithmes ALS et LM pour des données non bruitées. Les résultats ont été obtenus avec les paramètres suivants : codes d'étalement

aléatoires de longueur  $I = 16$ , séquences de  $J = 30$  symboles QPSK,  $K = 4$  antennes,  $L = 3$  symboles interférents par utilisateur,  $P = 2$  trajets principaux par utilisateur et  $R = 5$  utilisateurs. La figure 2(a) représente l'évolution de  $\phi$  en fonction du nombre d'itérations, pour plusieurs valeurs du conditionnement de  $\mathbf{A}$ , noté  $\kappa(\mathbf{A})$ . La vitesse de convergence de l'ALS diminue drastiquement quand  $\kappa(\mathbf{A})$  augmente, car  $\phi$  rencontre un palier dont la longueur dépend de  $\kappa(\mathbf{A})$ . L'algorithme LM offre une vitesse de convergence quadratique pour les itérations finales et demeure très peu sensible à la valeur de  $\kappa(\mathbf{A})$ . La figure 2(b) illustre l'effet near-far pour des données non bruitées. Le tenseur des observations est généré comme suit :

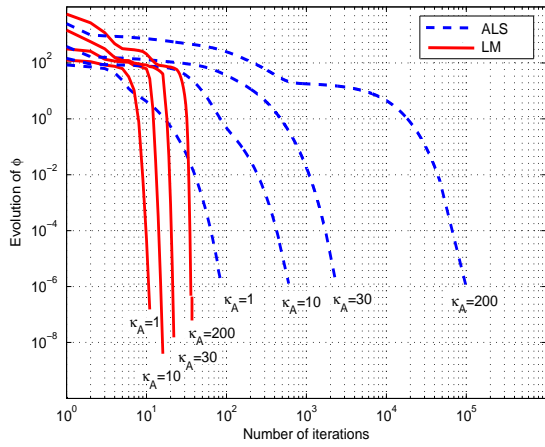
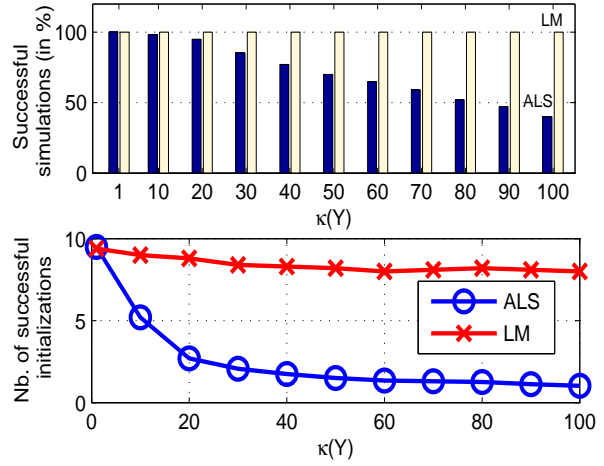
$$\mathcal{Y} = \sum_{r=1}^R \alpha_r \frac{\mathcal{Y}_r}{\|\mathcal{Y}_r\|_F}, \quad (8)$$

où le coefficient  $\alpha_r$  est utilisé pour pondérer la puissance de la contribution de l'utilisateur  $r$  à l'entrée du récepteur. On note  $\kappa(\mathcal{Y})$  le ratio  $\max(\alpha_r)/\min(\alpha_r)$ . Ainsi, une grande valeur de  $\kappa(\mathcal{Y})$  signifie que l'effet near-far a un impact important sur les observations. Pour chaque valeur de  $\kappa(\mathcal{Y})$ , nous effectuons 1000 simulations, où les données sont régénérées pour chaque simulation. Pour une simulation donnée, 10 initialisations aléatoires sont testées. Le critère d'arrêt choisi pour les deux algorithmes est  $\|\hat{\mathcal{Y}}^{(n)} - \hat{\mathcal{Y}}^{(n-1)}\| \leq 10^{-7}$ . Puisque les données sont non bruitées, nous qualifions une simulation comme "réussie" lorsqu'au moins l'une des 10 initialisations mène à  $\phi \leq 10^{-5}$  (minimum global) après convergence. La figure 2(b) du haut montre le pourcentage de simulations réussies en fonction de la valeur de  $\kappa(\mathcal{Y})$ . Il s'avère que l'algorithme LM est très peu sensible à l'effet near-far. Au contraire, la capacité de l'ALS à converger vers le minimum global s'amenuise lorsque  $\kappa(\mathcal{Y})$  augmente. Ceci s'explique par l'apparition de paliers, similairement à la figure 2(a), dont la longueur augmente avec  $\kappa(\mathcal{Y})$ . En effet, lorsqu'un palier est rencontré, la fonction de coût stagne si bien que le critère d'arrêt est satisfait. Sur la figure 2(b) du bas, nous avons uniquement sélectionné les simulations réussies et nous avons calculé le nombre moyen d'initialisations réussies pour ces simulations. Notons en conclusion de cette expérience que pour les dimensions choisies, une itération de l'algorithme LM est environ deux fois plus longue qu'une itération de l'ALS. Cependant, l'ALS nécessite un nombre d'itérations et de réinitialisations d'autant plus grand que  $\kappa(\mathbf{A})$  ou  $\kappa(\mathcal{Y})$  est grand, si bien que l'emploi de l'algorithme LM est nettement préférable.

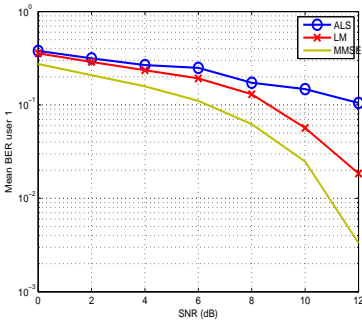
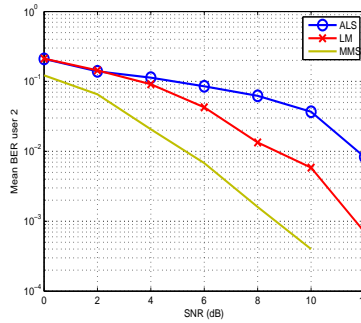
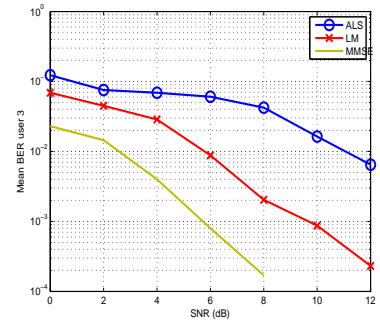
Dans la dernière expérience (Fig. 3), nous illustrons l'effet near-far sur des données entachées d'un bruit blanc additif gaussien. Les paramètres sont les suivants : codes d'étalement de longueur  $I = 6$ , trames de  $J = 30$  symboles QPSK,  $K = 4$  antennes, IES sur  $L = 2$  symboles,  $P = 2$  trajets et  $R = 3$  utilisateurs. Le tenseur des observations  $\bar{\mathcal{Y}}$  est généré ainsi :  $\bar{\mathcal{Y}} = \mathcal{Y} + \mathcal{N}$ , où  $\mathcal{Y} = \sum_{r=1}^3 \alpha_r \frac{\mathcal{Y}_r}{\|\mathcal{Y}_r\|_F}$  est le tenseur des observations non bruitées. Le tenseur de bruit  $\mathcal{N}$  est généré suivant une loi Gaussienne de moyenne nulle et dont la variance est calculée selon la valeur souhaitée du SNR

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\|\mathcal{Y}\|_F^2}{\|\mathcal{N}\|_F^2} \right) \text{ [dB]}.$$

Les figures 3(a), 3(b) et 3(c) représentent l'évolution du BER moyen de l'utilisateur 1 ( $\alpha_1 = 1$ ), de l'utilisateur 2 ( $\alpha_2 = 5.5$ ) et de l'utilisateur 3 ( $\alpha_3 = 10$ ). Ces résultats ont été obtenus

(a) Evolution de  $\phi$ 

(b) Nombre de simulations réussies et nombre d'initialisations réussies

FIG. 2 – Impact de  $\kappa(\mathbf{A})$  et  $\kappa(\mathcal{Y})$  sur les performances des algorithmes ALS et LM (données non bruitées)(a) BER de l'utilisateur 1 ( $\alpha_1 = 1$ )(b) BER de l'utilisateur 2 ( $\alpha_2 = 5.5$ )(c) BER de l'utilisateur 3 ( $\alpha_3 = 10$ )FIG. 3 – Impact de l'effet near-far sur les performances des algorithmes ALS et LM,  $\kappa(\mathcal{Y}) = 10$ , données bruitées

avec 1000 simulations de type Monte-Carlo et 10 initialisations par simulation. Les performances sont comparées à celles du récepteur MMSE, qui suppose une parfaite connaissance du canal et de la réponse des antennes (approche non-aveugle). L'algorithme LM permet d'obtenir des performances relativement proches du MMSE (environ 2 dB d'écart entre les 2 courbes), comparativement à l'ALS dont la sensibilité aux minima locaux "fausse" le calcul du BER moyen.

## 5 Conclusion

Le problème d'égalisation et de séparation aveugles de signaux CDMA reçus par un réseau d'antennes peut être formulé en termes d'algèbre multilinéaire. Sa résolution consiste alors en la décomposition en composantes blocs d'un tenseur d'ordre 3. L'utilisation de l'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt offre de meilleures performances que l'algorithme classique des moindres carrés alternés, particulièrement pour l'extraction de données mal conditionnées. Notons que la formulation multilinéaire peut être employée dans d'autres problèmes où au moins trois diversités sont exploitables (diversité de sur-échantillonnage temporel, diversité multi-porteuse, ...).

## Références

- [1] L. De Lathauwer. Decompositions of a Higher-Order Tensor in Block Terms – part I : Lemmas for Partitioned Matrices. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 2006. submitted.
- [2] L. De Lathauwer. Decompositions of a Higher-Order Tensor in Block Terms – part II : Definitions and Uniqueness. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 2006. submitted.
- [3] L. De Lathauwer and D. Nion. Decompositions of a Higher-Order Tensor in Block Terms – part III : Alternating Least Squares Algorithms. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 2006. submitted.
- [4] R. A. Harshman. Foundations of the PARAFAC procedure : Model and Conditions for an 'explanatory' Multi-mode Factor Analysis. *UCLA Working Papers in Phonetics*, 16 :1–84, 1970.
- [5] K. Madsen, H. B. Nielsen, and O. Tingleff. Methods for non-linear Least Squares Problems. Technical University of Denmark, 2004. second ed.
- [6] D. Marquardt. An Algorithm for Least-Squares Estimation of non-linear Parameters. 11 :431–441, 1963.
- [7] D. Nion and L. De Lathauwer. A Block Factor Analysis Based Receiver for Blind Multi-User Access in Wireless Communications. In *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 825–828, 2006.
- [8] N. D. Sidiropoulos, G. B. Giannakis, and R. Bro. Blind PARAFAC Receivers for DS-CDMA Systems. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 48 :810–823, 2000.
- [9] G. Tomasi and R. Bro. A Comparison of Algorithms for Fitting the PARAFAC Model. *Comp. Stat. Data Anal.*, 50 :1700–1734, 2006.