Une Nouvelle Approche pour la Caractérisation de Mesures Corrélées. Le Cas SAR.

Carlos LOPEZ-MARTINEZ[1], Eric POTTIER[1]

[1] IETR UMR CNRS 6164, Equipe S.A.P.H.I.R, Universite de Rennes 1, Campus de Beaulieu - Bat. 11D - Bureau 101
263 Avenue General Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France
carlos.lopez@univ-rennes1.fr, eric.pottier@univ-rennes1.fr

Résumé – L'analyse et la caractérisation des données Corrélées est important pour des différentes techniques et applications dans le traitement du signal. Ce papier considère le cas particulier de données multidimensionnelles de Radar d'Oberture de Synthèse. La première partie du papier présente un model du bruit speckle qui permet caractériser des mesures Corrélées. Ce model est emploie pour déterminer les effets du bruit speckle sûr l'estimation d'information physique à travers de la décomposition en valeurs et vecteurs propres des matrices complexes Hermitiens. Le model du bruit speckle multidimensionel permet démontrer que les valeurs propres sont biaises à cause de la présente de sources du bruit additive.

Abstract *– The analysis and characterization of correlated data is important for different signal processing techniques and applications. This paper considers the particular case of multidimensional Synthetic Aperture Radar data. The first part of the paper presents a spekcle noise model able to characterize correlated measurements. This model is next employed to determine the effects of speckle noise on the estimation of physical information by considering the eigen decomposition of complex Hermitian matrices. The multidimensional speckle noise model allows demonstrating that the eigenvalues are biased due to the presence of additive noise sources.*

1. Introduction

Aujourd'hui, le Radar d'Oberture de Synthèse (SAR en anglais) peut être considère comme une technique mature pour la caractérisation de la surface de la Terre et de sa dynamique. Dans un premier période, les systèmes SAR monodimensionnels avait démontre leurs capacités pour acquière information de la surface de la Terre avec une très haute résolution spatial et d'une façon indépendante aux condition météorologiques et au cycle jour nuit [1]. Néanmoins, l'arrive des systèmes SAR multidimensionnels dans la dernière décade a montrée réellement l'intérêt de cette technologie.

Les systèmes SAR multidimensionnels ont ouvert la possibilité d'augmenter la quantité d'information qui peut être acquis d'une scène observe par le radar, et conséquemment améliorer sa caractérisation quantitative. La croissance d'information que le systèmes SAR peut fournir a son origine au fait que plusieurs canaux d'information sont acquis, mais principalement à la possibilité d'utiliser l'information de corrélation entre les différent canaux. Dans la littérature, il y a beaucoup des exemples qui montrent les capacités des systèmes SAR multidimensionnels: Interférométrie SAR (InSAR) qui permet d'obtenir la topographie du terrain [2], Polarimétrie SAR (PolSAR) qui permet caractériser les propriétés de retrodifussion du terrain [3] et finalement la combinaison des deux en Polarimétrie Interférométrie SAR qui est utilise pour obtenir l'hâteur du végétation [4] et de là, récupérer la biomasse.

Une des principales caractéristiques des systèmes SAR est leur capacité de récupérer l'information de retrodifussion avec une très haute résolution spatiale. Cette amélioration, par rapport aux radar d'oberture réelle, est obtenu par moyen d'analyse Doppler des ondes retrodifusses. Cet analyse cohérent est aussi à l'origine d'un de gros problèmes dans les images SAR, le bruit speckle [5][6]. Malgré que cette source du bruit est bien caractérise dans les systèmes monodimensionnels, son analyse dans les systèmes multidimensionnels est encore ouvert.

L'étude et l'analyse des données SAR multidimensionnels doivent être faits avec des descripteurs statistiques matriciels de deuxième ordre. Dans le domaine SAR, les matrices les plus utilises sont la matrice de cohérence **C** et la matrice de covariance **T**. Dans ce papier, les auteurs présentent un model du bruit speckle multidimensionnel pour la matrice **C** que permet analyser les effets de cette source du bruit dans l'estimation d'information physique. L'avantage de ce model est qu'il peut être généralise dans des autres domaines du traitement du signal parce qu'il n'est pas construit sûr le cas particulier du SAR, mais sûr la description statistique des données SAR.

2. Model Multidimensionnel du Bruit Speckle

Un système SAR multidimensionnel mesure le vecteur cible

$$\mathbf{k} = \left[S_1, S_2, \ldots, S_m\right]^T \qquad (1)$$

ou S_p, for $p=1..m$ représentent les images SAR complexes et m dénote la dimensionnalité du système. Comme exemple, $m=2$ pour InSAR, $m=3$ pour PolSAR et $m=6$ pour PolINSAR, ou les deux derniers sont sous l'hypothèse monostatic. Sous l'hypothèse de retrodifussion Gaussienne et des données stationnaires, le vecteur **k** est caractérise par une loi de distribution multidimensionnelle Gaussienne complexe de moyenne zéro, $\mathbf{k} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0}, \mathbf{C})$ [5][6]. Comme résultat, il n'est pas possible d'extraire d'information à partir des moments de premier ordre car ils sont égal à zéro. Le comportement aléatoire du vecteur **k** doit être alors étudie à partir des moments d'ordre supérieur. Comme il à été montre à l'introduction, il y a des différents descripteurs de deuxième ordre qui peut être utilises. Entre eux, il y a la matrice de cohérence **C**

$$\mathbf{C}=E\left\{\mathbf{k}\mathbf{k}^H\right\}=\begin{bmatrix} E\left\{S_1S_1^H\right\} & E\left\{S_1S_2^H\right\} & \cdots & E\left\{S_1S_m^H\right\} \\ E\left\{S_2S_1^H\right\} & E\left\{S_2S_2^H\right\} & \cdots & E\left\{S_2S_m^H\right\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E\left\{S_mS_1^H\right\} & E\left\{S_mS_2^H\right\} & \cdots & E\left\{S_mS_m^H\right\} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Un des paramètres plus importants qui peut être extrait du eq. (2) est le coefficient de corrélation complexe normalise

$$\rho_{pq}=\left|\rho_{pq}\right|\exp\left(j\phi_x^{pq}\right)=\frac{E\left\{S_pS_q^*\right\}}{\psi}=\frac{E\left\{S_pS_q^*\right\}}{\sqrt{E\left\{\left|S_p\right|^2\right\}E\left\{\left|S_q\right|^2\right\}}} \quad (3)$$

pour $p,q=1..m$ et ou l 'amplitude $|\rho_{pq}|$ reçois le nom de cohérence. Il à été montre dans la littérature que ce paramètre est une source importante d'information physique. Dans les cas des applications InSAR, la phase ϕ_x^{pq} peut être lie à la topographie du terrain et $|\rho_{pq}|$ détermine la qualité de cette information d'une façon tell que des hautes valeurs de $|\rho_{pq}|$ indiquent que la phase ϕ_x^{pq} n'est pas presque affecte par de bruit speckle [2]. La matrice **C** doit être estime à partir échantillons du vecteur cible, eq. (1), à cause de la présence du bruit speckle. Une première option est utiliser l'estimateur de maximum ressemblance (MLE en anglais)

$$\hat{\mathbf{C}}=\mathbf{Z}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{k}_i\mathbf{k}_i^H. \quad (4)$$

Le principal problème du eq. (4) est que la précision en l'estimation du **C** est obtenue aux frais d'une perte de résolution spatiale, et conséquemment d'une perte des détails des images SAR. Alors, pour faire face à ce compromis entre précision et perte d'information, il faut étudier des nouvelles approches pour estimer **C**. Une possibilité est déterminer un model du bruit pour les données acquis pour le SAR, qui sera utilise pour l'éliminer. Le système SAR mesure le vecteur cible **k** d'ou il faut estimer **C**. Pour chaque échantillon ou pixel de l'image SAR, il est possible de créer la matrice de cohérence mono look

$$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}_1=\mathbf{k}\mathbf{k}^H. \quad (5)$$

L'objective du model du bruit qui va être présente est déterminer comment l'information du **C** est contenu dans **Z**, c'est à dire, déterminer les possibles sources du bruit qui masquent **C**. Comme il peut être observe dans eq. (2), tous le éléments du **C**, et pourtant les éléments de la matrice de cohérence mono look **Z**, sont formes à partir des produits Hermitiens des éléments du vecteur cible **k**. Alors, il faut que dériver un model pour le produit Hermitien des éléments du **k**, et après étendre ce model à tous les éléments du **Z**. Sous l'hypothèse que **k** est détermine par une loi de distribution multidimensionnelle Gaussienne complexe de moyenne zéro, il à été montre que le produit Hermitien $S_pS_q^*$ peut être approxime d'une façon très précise par le suivant model de bruit speckle [7]

$$\begin{aligned} S_pS_q^* = z\exp(j\phi_x) &= \underbrace{\psi\bar{z}_n n_m N_c\exp\left(j\phi_x^{pq}\right)}_{Terme\ multiplicative} \\ &+ \underbrace{\psi\left(\left|\rho_{pq}\right|-N_c\bar{z}_n\right)\exp\left(j\phi_x^{pq}\right)+\psi\left(n_{ar}+jn_{ai}\right)}_{Terme\ additive} \end{aligned} \quad (6)$$

pour $p,q=1..m$. Les differents paramètres du eq. (6) sont détailles à la suite. Comme il peut être observe dans eq. (6), chaque produit Hermitien présente deux sources du bruit speckle

- n_m: Cette composante représente un terme du bruit speckle du caractère multiplicative, car il introduit du bruit seulement dans l'amplitude du produit $S_pS_q^*$. Cette composante est caractérise par

$$E\left\{n_m\right\}=1 \qquad \text{var}\left\{n_m\right\}=1. \quad (7)$$

- $n_{ar}+jn_{ai}$: Cette composante dénote un terme du bruit speckle du caractère additive et complexe. Car il est du nature complexe, ce terme est responsable du bruit de phase. Les termes réel et imaginaire sont caractérises par

$$\begin{gathered} E\left\{n_{ar}\right\}=E\left\{n_{ai}\right\}=0 \\ \text{var}\left\{n_{ar}\right\}=\text{var}\left\{n_{ai}\right\}\simeq\frac{1}{2}\left(1-\left|\rho_{pq}\right|^2\right)^{1.32}. \end{gathered} \quad (8)$$

La reste des termes du eq. (6) sont détermines de la manière suivante

$$\bar{z}_n=\frac{\pi}{4}\,{}_2F_1\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2};1;\left|\rho_{pq}\right|^2\right) \quad (9)$$

$$N_c=\frac{\pi}{4}\left|\rho_{pq}\right|{}_2F_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2};2;\left|\rho_{pq}\right|^2\right). \quad (10)$$

ou ${}_2F_1(a,b;c;z)$ est la fonction hypergeometrique Gaussiane.

Comme il peut être observe dans eq. (6), quand le produit hermitian $S_pS_q^*$ est caractérise par une haute cohérence, c'est à dire, proche à un, le terme multiplicative du speckle domine $S_pS_q^*$. Dans le cas extrême que $S_p=S_q$, le produit $S_pS_q^*$ présente que le terme multiplicative n_m. Ce résultat représente le model multiplicative du bruit speckle qui caractérise l'intensité des images SAR [5]. Alors eq. (6) représente une extension du model multiplicative classique du bruit speckle. Au contraire, quan le produit Hermitian $S_pS_q^*$ présente un très basse cohérence, il est domine par la composante $n_{ar}+jn_{ai}$. Alors, il peut être conclu, que la nature du bruit speckle dans le cas général d'un produit hermitian $S_pS_q^*$ est non stationnaire car il dépend à $|\rho_{pq}|$, qui est aussi non stationnaire dans des images SAR. Finalement, il faut indiquer aussi que le terme multiplicative du eq. (6) est module par le terme de phase $\exp\left(j\phi_x^{pq}\right)$ qui induit aussi une modulation du terme multiplicative du speckle. Cette modulation provoque que, même, dans les cas d'une très haute cohérence, les parties réel ou imaginaire du eq. (6) peut être dominées par un comportement additif du bruit speckle.

Finalement, le model du bruit speckle pour la matrice de cohérence mono look **Z** est dérive par une extension du eq. (6) à tous les éléments de cette matrice. Alors,

$$\text{vec}(\mathbf{Z})=\text{diag}\left(\text{vec}(\mathbf{N}_m)\right)\text{vec}(\mathbf{C}_m)+\text{vec}(\mathbf{C}_a)+\text{vec}(\mathbf{N}_a) \quad (11)$$

ou vec(**X**) représente un vecteur de dimension $m^2 \times 1$ forme par empiler les colonnes de **X**, et diag(**x**) forme une matrice diagonal $m^2 \times m^2$ avec les éléments du vecteur **x**. Dans eq. (11), les différentes matrices pressentes dans la formule représentent l'extension naturel des différentes composantes du eq. (6).

3. Effets dans l'Estimation d'Information Physique.

Une des plus importantes applications de données SAR polarimetriques, est la possibilité d'identifier le mécanisme de retrodifusion observe par le radar, et portant d'obtenir d'information quantitative de la surface de la Terre. Cette caractérisation peut être mis en place à travers de la décomposition $H/A/\alpha$ [8], qui est basse à la décomposition en valeurs et vecteurs propres de la matrice de cohérence **C**

$$\mathbf{\Sigma}=\mathbf{Q}^H\mathbf{C}\mathbf{Q} \quad (12)$$

ou la matrice diagonal **Σ** contiens le valeurs propres de **C**, et **Q** est une matrice $m\times m$, complexe et unitaire tel que ses colonnes représentent les vecteurs propres du **C**.

Les valeurs propres sont indiques par $\{l_1,l_2,...,l_m\}$, ou $m=3$, pour des données SAR polarimetriques dans les cas monostatic, alors que $m=4$, dans le cas bistatic. A partir des valeurs propres, il est possible de définir l'Entropie H [8]

$$H=-\sum_{i=1}^{3} p_i \log_3(p_i) \qquad p_i=\frac{l_i}{\sum_{j=1}^{3} l_j}. \tag{13}$$

L'entropie H est un indicateur du caractère aléatoire des données, et pourtant il indique la quantité d'information contenue dans les données. Pour H proches de zéro, les données sont caractérises pour présenter un mécanisme de retrodifussion principale. Pour des entropies proche de un, les données sont caractérises par présenter trois mécanismes de retrodifussion complètement aléatoires. Le résultat de ce caractère complètement aléatoire est que aucune information ne peut pas être extraite des données SAR polarimetriques. L'importance du deuxième mécanisme de retrodifussion par rapport au troisième est mesure par l'Anisotropie A [8]

$$A=\frac{l_2-l_3}{l_2+l_3}. \tag{14}$$

Dans la Section 2, il à été montre que la matrice de cohérence **C** doit être estime à partir des donnes mesures par le radar à cause de la présence du bruit speckle. Les eqs. (6) et (11) montrent les effets du bruit speckle sûr l'estimation du **C** à partir de $\mathbf{Z}_n$. Néanmoins, les effets du bruit speckle sûr la décomposition en valeurs et vecteurs propres du **C**, et finalement sûr la décomposition $H/A/\alpha$, ne sont pas connus.

3.1 Estimation d'Information Basse en la Décomposition en Valeurs et Vecteurs Propres

Pour déterminer les effets du bruit speckle sûr l'estimation d'information à partir de la décomposition $H/A/\alpha$ il est nécessaire de déterminer ces effets sûr les valeurs propres de $\mathbf{Z}_n$. Il est possible de démontrer que si le vecteur cible, eq. (1), est détermine par une loi de distribution multidimensionnelle Gaussienne complexe de moyenne zéro, $\mathbf{k}\sim\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0},\mathbf{C})$, la matrice de cohérence $\mathbf{Z}_n$ est décrite par une loi de distribution Wishart $\mathbf{Z}_n\sim\mathcal{W}_{\mathbb{C}}(\mathbf{C},n)$ [9], qui pour $n\geq m$

$$p_{\mathbf{Z}_n}(\mathbf{Z}_n)=\frac{n^{mn}|\mathbf{Z}_n|^{n-m}}{|\mathbf{C}|^n\tilde{\Gamma}_m(n)}\operatorname{etr}\left(-n\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_n\right) \tag{15}$$

ou etr(**X**) est l'exponentiel de la trace du **X**, et la fonction gamma multivarie est défini par

$$\tilde{\Gamma}_m(n)=\pi^{m(m-1)/2}\Pi_{i=1}^{m}\Gamma(n-i+1). \tag{16}$$

La décomposition en valeurs et vecteurs propres de la matrice $\mathbf{Z}_n$ représente un changement des variables entre les termes indépendants du $\mathbf{Z}_n$ et ses valeurs propres et les paramètres indépendants qui représentent les vecteurs propres. Alors, la loi conjointe de distribution des valeurs et vecteurs propres peut être obtenu à partir d'eq. (15) en utilisant le Jacobian associe avec la transformation en valeurs et vecteurs propres. Finalement, pour obtenir la loi marginal des valeurs ou des vecteurs propres, il faut intégrer sûr les vecteurs ou les valeurs propres respectivement. Ce procès d'intégration ne peut pas être fait par des méthodes traditionnels bases à une intégration terme à terme. Alors, si on considère que la matrice de cohérence estime $\mathbf{Z}_n$ présente les valeurs propres donnes par $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$, il est nécessaire trouver une relation avec le valeurs propres $\{l_1,l_2,...,l_m\}$ pour déterminer les effets du bruit speckle. Dans [10], les auteurs on effectue un étude approfondi qui avait permis d'obtenir la loi de distribution des vecteurs propres estimes $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$ et d'établir la relation avec les véritables valeurs propres $\{l_1,l_2,...,l_m\}$.

Le Jacobian de la transformation en valeurs et vecteurs propres du $\mathbf{Z}_n$ peut être écrite de la forme suivante [11]

$$(d\mathbf{Z}_n)=\prod_{i<j}^{m}\left(\lambda_i-\lambda_j\right)^2\left(\mathbf{Q}^H d\mathbf{Q}\right)(d\boldsymbol{\Xi}) \tag{17}$$

ou le symbole $(d\mathbf{X})$ représente le produit extérieur des paramètres indépendants de la matrice **X**, et $\left(\mathbf{Q}^H d\mathbf{Q}\right)=\Lambda_{i=1}^{m}\Lambda_{j=1}^{m}\mathbf{q}_j^H\mathbf{q}_i$ est le différentiel de volume dans le group $U(m)$, connu comme mesure de Haar. Cet forme est très importante lorsque elle permet intégrer les vecteurs propres. Ce procès d'intégration, qui est basse à la définition de fonctions hypergeometriques des arguments matriciels et le concept de fonctions *tau* [12], permet d'établir une expression matricielle pour la loi de distribution des valeurs propres de la matrice $\mathbf{Z}_n$ [10]

$$p_{\boldsymbol{\Xi}}(\boldsymbol{\Xi})=\frac{\pi^{m(m-1)}n^{\frac{m}{2}(2n-m+1)}}{\tilde{\Gamma}_m(m)\tilde{\Gamma}_m(n)}\prod_{k=1}^{m-1}k^{m-k}\frac{\prod_{i=1}^{m}\lambda_i^{n-m}\prod_{i<j}^{m}\left(\lambda_i-\lambda_j\right)}{\prod_{i=1}^{m}l_i^n\prod_{i<j}^{m}\left(l_j^{-1}-l_i^{-1}\right)}\left|\exp\left(-n\frac{\lambda_j}{l_i}\right)\right\|_{i,j=1}^{m} \tag{18}$$

Comme il peut être observe, cette loi de distribution est très complexe. Alors, pour obtenir des informations sûr un des valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$ en particulier, il faut integrer la reste des valeurs propres. A ce moment, ce procès est seulement possible à travers des procès numériques d'intégration. Avec cet esprit, et si on considère de données SAR polarimetriques dans le cas monostatic la fig. 1 représente la moyen des valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$ en fonction des échantillons moyennes n si on considère que les vrais valeurs propres prend les valeurs $l_1=3$, $l_2=2$ and $l_3=1$.

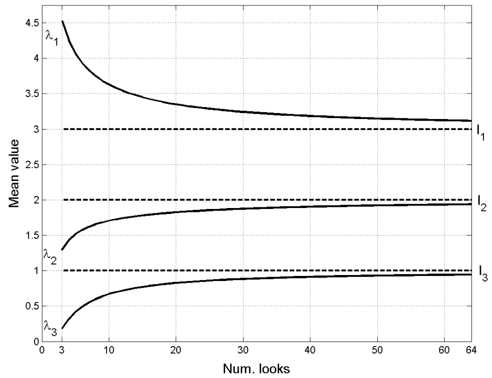

FIG. 1 Moyen des valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\}$ $n=3..64$ et $\{l_1, l_2, l_3\}=\{3,2,1\}$.

Comme il peut être observe dans la fig. 1, les valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$ sont biaises par rapport aux vrais valeurs $\{l_1,l_2,...,l_m\}$. A partir de la loi de distribution du eq. (18) il est possible de dériver une expression de premier ordre pour les valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$ [10]

$$\lambda_i=l_i+\frac{l_i}{n}\sum_{j\neq i}^{m}\frac{l_j}{l_i-l_j}+O\left(n^{-1}\right) \qquad i=1..m \tag{19}$$

Le comportement des courbes données dans la fig. 1 correspond avec le comportement indique par eq. (19).

Les biaises sûr le valeurs propres introduit aussi un biais sûr les paramètres d'entropie, eq. (13), et anisotropie, eq. (14). En conséquence, comme ces paramètres sont utilises pour extraire des paramètres physiques, ces paramètres seront aussi biaises par rapport aux vrais valeurs.

3.2 Effets du Bruit Speckle sûr L'estimation des valeurs propres

Dans la Section 2 de cet papier, il à été démontre que le bruit speckle est produit par une combinaison des termes multiplicatives et additives de bruit. Egalement, il à été montre que cet combinaison est détermine par la structure de corrélation des données, de tel façon que la partie multiplicative est dominante pour des données très Corrélées, alors que la partie additive est dominante pour des donnés très peu Corrélées. Dans la suite, le model de bruit speckle présente dans les eqs. (6) et (11) est utilise pour démontrer les effets des différents termes du bruit speckle sûr l'estimation des valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$. Cette démonstration est faite d'une façon très générale, sans être restreinte au cas particulier des données SAR polarimetriques. La démonstration est basée au théorème des cercles de Gerschgorin [13][14].

Selon le théorème des cercles de Gerschgorin, les valeurs propres d'une matrice **Z** sont contenus dans une région du plan complexe forme par l'union des disques

$$\left|z-\mathbf{Z}_{pp}\right| \leq R_p \quad p=1..m \tag{20}$$

qui sont définis par les centres

$$\left|z-\mathbf{Z}_{pp}\right| \quad z\in\mathbb{C} \quad p=1..m \tag{21}$$

Et par les rayons

$$R_p=\sum_{\substack{q=1\\p\neq q}}\left|\mathbf{Z}_{pq}\right| \quad p,q=1..m \tag{22}$$

Donné la matrice de cohérence **Z**, l'eq. (21) indique que les centres des m disques sont détermines par les éléments de la diagonal de la matrice **Z**. Ces éléments représentent la puissance dans chaque un des éléments du vecteur cible **k** qui son seulement affectes par le terme multiplicative du bruit speckle. Alors,

$$E\left\{\mathbf{Z}_{pp}\right\}=E\{\psi n_m\}=\psi \qquad p=1..m. \tag{23}$$

Eq. (23) indique que les centres des disques sont pas affectes par le sources de bruit speckle, car la puissance des différents canaux est estime sans biais. Par contre, comme il est indique par l'eq. (22), le valeurs des rayons des disques dépendent à l'amplitude des éléments de dehors de la diagonal de la matrice **Z**. En prenant eq. (22), l'espérance des rayons se trouve selon

$$E\left\{R_p\right\}=\sum_{\substack{q=1\\p\neq q}}E\left\{\left|\mathbf{Z}_{pq}\right|\right\} \qquad p,q=1..m. \tag{24}$$

Si on considère l'inégalité du triangle, pour un élément particulier de dehors de la diagonal de la matrice $\boldsymbol{Z}_n$, la moyen de l'amplitude présente la suivante expression

$$\begin{aligned}E\left\{\left|\mathbf{Z}_{pq}\right|\right\} &\leq \psi\overline{z}_nN_c+\psi\left(\left|\rho_{pq}\right|-N_c\overline{z}_n\right)+\\ &=\psi\left|\rho_{pq}\right|+E\left\{\left|n_{ar}+jn_{ai}\right|\right\} \quad p,q=1..m\end{aligned} \tag{25}$$

A partir de la loi de distribution Wishart, eq. (15), il n'est pas possible de trouver une expression directe pour le terme $E\{|n_{ar}+jn_{ai}|\}$ du eq. (25). Néanmoins, si on considère eq. (8) on trouve

$$E\left\{\left|n_{ar}+jn_{ai}\right|^2\right\}=\left(1-\left|\rho_{pq}\right|^2\right)^{1.32}. \tag{26}$$

Eq. (26) indique que dans les cas de données complètement Corrélées les rayons des différents disques sont pas biaises par rapport à ses vrais valeurs, qui sont $\psi\left|\rho_{pq}\right|$. Par contre, les rayons présentent un biais quand la cohérence $\left|\rho_{pq}\right|$ est plus petite que un. D'une façon générale, si on inclue le résultat dérive dans eq. (26) dans eqs. (24) et (25), une perte de corrélation entre les différents canaux implique une agrandissement de la région qui contiens les valeurs propres $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$, par rapport à la région qui contiens les vrais valeurs propres $\{l_1,l_2,...,l_m\}$. Comme $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_m\}$, et aussi $\{l_1,l_2,...,l_m\}$, sont réels et positifs, alors que les matrices **Z** et **C** sont des matrices Hermitiennes deffinées semipositives, l'agrandissement de la région qui contiens les valeurs propres indique que le terme additive de bruit speckle est le responsable des biais sûr des valeurs propres.

4. Conclusions

Le comportement aléatoire des mesures Corrélées, connu comme bruit speckle dans le domaine de mesures multidimensionnelles avec des Radars d'Oberture de Synthese, peut être caractérisé par une combinaison de termes du bruit avec des caractères multiplicative et additive. Le model de bruit speckle propose à permis démontrer que les valeurs propres de la matrice de cohérence **Z**, qui caractérise les mesures Corrélées, sont biaises par rapport aux vrais valeurs. Ce biais est indu principalement par des sources additives du bruit speckle.

Références

[1] J. C. Curlander and R. N. McDonough, *Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.

[2] R. Bamler and P. Hartl, "Synthetic Aperture Radar Interderometry," *Inverse Problems,* vol. 14, pp. R1-R54, 1998.

[3] F. T. Ulaby and C. Elachi, *Radar Polarimetry for Geoscience Applications*. Norwood, MA: Artech House, 1990.

[4] S. R. Cloude and K. P. Papathanassiou, "Polarimetric SAR Interferometry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 36, no. 5, pp. 1551 – 1565, Sept. 1998.

[5] J. S. Lee, "Speckle Analysis and Smoothing of Synthetic Aperture Radar Images," *Comput. Graph. Image Process.*, vol. 17, pp. 24-32, 1981.

[6] F. M. Henderson and A. J. Lewis, Principles & Applications of Imaging Radar Vol. 2. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

[7] C. López-Martínez and X. Fàbregas ,"Modelling and Reduction of SAR Interferometric Phase Noise in the Wavelet Domain," IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 40, no. 12, pp. 2553 – 2566, Dec. 2002.

[8] S. R. Cloude and E. Pottier, "A Review of Target Decomposition Theorems in Radar Polarimetry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 34, no. 2, pp. 498 – 518, March 1996.

[9] N. R. Goodman, "Statistical Analysis Based on a Certain Multivariate Complex Gaussian Distribution (an Introduction)", Ann. Math. Statist., vol. 34, pp. 152-177, 1963.

[10] C. Lopez-Martinez, E. Pottier , "Statistical Assessment of Eigenvector-Based Target Decomposition Theorems in Radar Polarimetry" in Proc. IGARSS, Anchorage, Alaska, Sept. 2004.

[11] C. E. Porter. Statistical Theories of Spectra: Fluctuations. Academic Press, New York, 1965.

[12] E. Data, M. Jimbo, M. Kashiwara and T. Miwa, "Transformation groups for soliton equations" in: Nonlinear integrable systems – classical theory and quantum teory. World Scientific, 29-120, 1983.

[13] R. A. Brualdi, S. Mellendorf, "Regions in the complex plane containing the eigenvalues of a matrix," *The Am. Mathematical Monthly*, Vol. 101, no. 10, PP. 975-985, Dec 1994.

[14] E. W. Weisstein. "Gershgorin Circle Theorem." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/GershgorinCircleTheorem.html