

# Annulation d'interférence dans les systèmes optiques à accès multiple par répartition de codes (O-CDMA)

C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE., C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES, et J.M. DUMAS.

UMOP/GESTE CNRS FRE 2701, Université de Limoges, Parc ESTER, B.P. 6804, 87068 Limoges

goursaud@ensil.unilim.fr

**Résumé** – Dans cet article, nous présentons l'étude d'un récepteur à annulation parallèle d'interférence précédé d'un limiteur optique, pour un système DS-CDMA optique. Le but de ce récepteur est de réduire l'Interférence d'Accès Multiple (IAM) due aux codes optiques unipolaires. Nous montrons que l'utilisation du récepteur présenté permet d'améliorer le système, au niveau de la longueur des codes utilisés, ou au niveau de la gestion des séquences allouées aux utilisateurs actifs.

**Abstract** – In this paper, we study the parallel interference cancellation receiver, with hard limiter, for optical Direct Sequence Code Division Multiple Access (DS-OCDMA). The aim of such a receiver, is to mitigate the Multiple Access Interference (MAI) linked to the codes unipolarity. We show that by using this receiver, we can improve the system, either by reducing the code length, or giving flexibility for the codes assignment.

## 1. Introduction

L'application des techniques CDMA, couramment utilisées en radiofréquences, est envisagée pour les réseaux optiques, en particulier dans le contexte des réseaux locaux haut débit [1-3].

Les systèmes optiques basés sur une modulation non-cohérente de la lumière imposent l'unipolarité des codes d'étalement, puisque l'intensité lumineuse est une quantité positive ou nulle. Dans ce cas, et contrairement aux systèmes CDMA radiofréquences, les codes ne peuvent pas être strictement orthogonaux. Les performances des systèmes O-CDMA sont donc limitées par l'Interférence d'Accès Multiple (IAM). Dans cette étude, nous présentons une méthode d'annulation parallèle (appelée PIC) développée pour les systèmes radiofréquences, appliquée à un système Optique CDMA à Séquence Directe (DS-OCDMA), les codes d'étalement étant des séquences unipolaires quasi orthogonales appelées OOC [1]. Le récepteur étudié est constitué d'un dispositif limiteur optique placé devant une structure PIC.

L'expression théorique de la probabilité d'erreur a été établie dans le cas d'un système optique DS-OCDMA incohérent synchrone et utilisant des codes OOC. En comparant l'efficacité de ce nouveau récepteur (appelé LO+PIC) avec les récepteurs à détection par corrélation et à annulation d'interférence sans limiteur, nous en déduisons la supériorité de la structure étudiée non seulement en terme de performances mais aussi en ce qui concerne les possibilités de réalisation. En effet, il résulte de l'analyse que le récepteur à annulation parallèle d'interférence avec un limiteur nécessite un facteur d'étalement plus faible que dans les autres cas, pour une performance et un débit donnés.

## 2. Description d'un système DS-OCDMA

Dans un système DS-OCDMA, les utilisateurs transmettent des données binaires équiprobables et indépendantes sur une fibre optique. La différenciation des utilisateurs se fait par multiplication des données par un code. Ce code doit être spécifique à chaque utilisateur, de façon à pouvoir extraire les données par comparaison du signal reçu avec le code de l'utilisateur désiré.

Les codes étudiés dans cet article sont des codes quasi-orthogonaux OOC [1] définis par  $(F, W, \lambda_a, \lambda_c)$ , où  $F$  est la longueur du code (c'est à dire le nombre total d'impulsions appelées chips dans un temps bit),  $W$  le poids (c'est à dire le nombre de chips ayant la valeur 1), et  $\lambda_a$  et  $\lambda_c$  les contraintes d'auto et d'inter-corrélation, que nous avons fixées à 1. Dans ce cas, le nombre maximal d'utilisateurs possibles dans la famille est :

$$N = \lfloor (F - 1) / W(W - 1) \rfloor \quad (1)$$

Au niveau du récepteur, le dispositif le plus simple est le Détecteur Conventionnel par Corrélation (DCC)[3]. Grâce à une multiplication du signal reçu par le code de l'utilisateur désiré, il estime la puissance totale reçue aux positions des chips à 1, pour la comparer à un seuil  $S_T$ . Avec un tel récepteur et dans un système optique idéal, seuls les 0 peuvent être mal détectés, ceci lorsque les contributions des autres utilisateurs augmentent suffisamment la puissance reçue aux positions des chips à 1. Il a été montré que la probabilité d'erreur d'un tel récepteur dans le cas synchrone [1] est :

$$P_{EDCC} = \frac{1}{2} \sum_{i=S_T}^{N-1} C_{N-1}^i \left( \frac{W^2}{2F} \right)^i \left( 1 - \frac{W^2}{2F} \right)^{N-1-i} \quad (2)$$

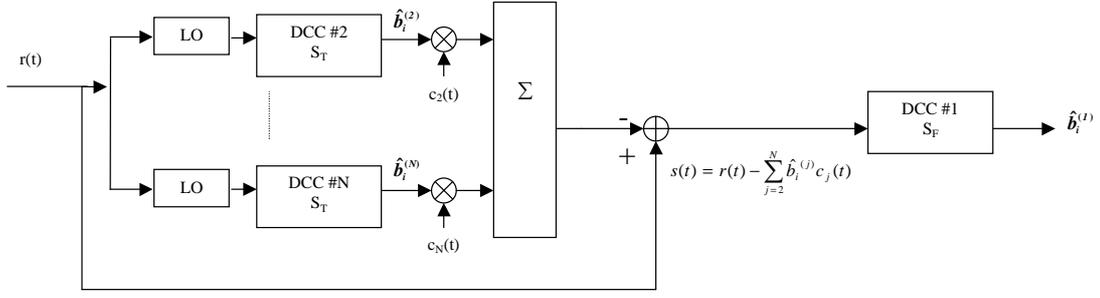


FIG 1 : La structure à annulation parallèle d'interférence avec limiteur : LO+PIC

Pour améliorer les performances de ce récepteur, un Limiteur Optique (LO)[4] peut être utilisé. Ce composant délivre une puissance unitaire si la puissance reçue est supérieure ou égale à 1, et une puissance nulle sinon. Ainsi, lorsque  $S_T=W$ , tous les chips à 1 du code doivent subir une interférence pour qu'il y ait erreur. Il a été montré [1] que la probabilité d'erreur d'un tel récepteur LO+DCC dans le cas synchrone est :

$$P_{ELO+DCC} = 1/2 C_W^S \prod_{i=0}^{S-1} (1 - (1 - W^2/2F)^{N-1-i}) \quad (3)$$

### 3. Annulation parallèle d'interférence

#### 3.1 Principe

Une structure à annulation parallèle d'interférence (PIC) [5-6] estime les contributions des utilisateurs non-désirés en détectant leurs données  $\hat{b}_i^{(j)}$  par des récepteurs DCC, pour ensuite soustraire les contributions estimées du signal reçu. Puis, la donnée de l'utilisateur désiré est évaluée par un récepteur DCC. Afin d'améliorer les performances d'une telle structure, la détection des utilisateurs non désirés peut se faire avec un récepteur LO+DCC. Nous appellerons ce récepteur LO+PIC. Grâce aux limiteurs placés devant les récepteurs des utilisateurs non désirés, les données sont mieux estimées qu'avec le PIC, donc l'interférence est mieux évaluée (Fig 1).

Afin d'étudier les performances d'une telle structure, nous développons l'expression théorique de la probabilité d'erreur de ce récepteur.

#### 3.2 Analyse théorique

Pour établir l'expression de la probabilité d'erreur  $P_{ELO+PIC}$  nous nous plaçons dans le cas synchrone, avec des codes OOC ( $F, W$ ), et nous considérons que les seuils des récepteurs sont  $S_T$  ( $0 < S_T \leq W$ ) pour les utilisateurs non désirés et  $S_F$  ( $0 < S_F \leq W$ ) pour l'utilisateur désiré. Nous considérerons que l'utilisateur désiré est l'utilisateur #1.

Le développement de l'expression théorique de la probabilité d'erreur du LO+PIC est basé sur des travaux publiés concernant le PIC [6], dans lesquels nous avons montré que, contrairement au DCC, le PIC ne peut faire une

erreur que lorsque la donnée envoyée est un 1. De plus, nous avons exprimé la probabilité d'erreur du PIC :

$$P_{EPIC} = (1/2)^N \sum_{N_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{N_2=W+1-S_F}^{N-1-N_1} C_{N-1}^{N_1} C_{N-1-N_1}^{N_2} (P_{IPIC})^{N-1-N_1-N_2} (1 - P_{IPIC})^{N-1-N_1-N_2} \quad (4)$$

où

$$P_{IPIC} = W^2/F \cdot \sum_{n_1=S_T-1}^{N_1} C_{N_1}^{n_1} (W^2/F)^{n_1} (1 - W^2/F)^{N_1-n_1} \quad (5)$$

L'expression (4), basée sur le fait que le récepteur final utilisé est un DCC, fait apparaître le terme  $P_{IPIC}$  qui est la probabilité pour un utilisateur non désiré d'être un interférent, c'est-à-dire un utilisateur ayant envoyé un 0 détecté comme un 1, et dont le code a un chip de valeur 1 en commun avec le code de l'utilisateur #1. Comme nous utilisons un DCC dans le LO+PIC pour détecter l'utilisateur #1 à partir du signal "nettoyé", nous aurons la même expression, mais avec un terme différent pour  $P_{IPIC}$  puisque les utilisateurs non désirés sont détectés différemment.

Nous devons donc exprimer la probabilité  $P_{ILO+PIC}$  qu'un utilisateur non désiré soit un interférent.

#### 3.3 Expression théorique de $P_{ILO+PIC}$

A partir de maintenant, nous considérons que l'utilisateur #1 a émis un 1, et que  $N_I$  utilisateurs non désirés ont émis un 1. En conséquence,  $N-I-N_I$  utilisateurs non désirés ont émis un 0.

Un utilisateur non désiré #j ayant émis un 0 sera un interférent si il a un chip en commun avec l'utilisateur #1, et si sa donnée est détectée avec erreur comme étant un 1. Donc,  $P_{ILO+PIC}$  peut s'écrire :

$$P_{ILO+PIC} = P\left(\int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) \cdot dt = 1\right) \times P(Z_i^{(j)} \geq S_T / (\int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) \cdot dt = 1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1)) \quad (6)$$

où  $Z_i^{(j)}$  est la variable décisionnelle de #j et s'écrit :

$$Z_i^{(j)} = W b_i^{(j)} + \sum_{k=1, k \neq j}^N b_i^{(k)} \cdot \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \quad (7)$$

La probabilité que 2 codes aient un chip en commun est :

$$P\left(\int_0^T c_u(t) c_v(t) dt = 1\right) = W^2 / F \quad (8)$$

Or, si cette condition est réalisée entre #1 et #j, alors cela signifie que #1 (qui a émis un 1) génère une interférence de valeur +1 sur la variable décisionnelle de #j. En conséquence, la contribution des autres utilisateurs doit être supérieure à  $S_T - 1$  pour créer une erreur. Ainsi, nous obtenons :

$$P_{ILO+PIC} = \frac{W^2}{F} \cdot P\left(\sum_{k=2, k \neq j}^N b_i^{(k)} \cdot \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1\right) \quad (9)$$

Le LO implique que les seuls motifs d'interférence entraînant une erreur sont ceux pour lesquels au moins  $S_T - 1$  chips différents de #j sont en commun avec des utilisateurs non désirés ayant émis un 1, en plus de celui en commun avec #1.  $C_{W-1}^{S_T-1}$  combinaisons sont possibles pour avoir  $S_T - 1$  recouvrements parmi les  $W-1$  chips restants.

Or la probabilité  $p$  pour un chip d'être en commun avec au moins 1 utilisateur parmi  $L$ , est le complémentaire de la probabilité  $q$  de n'être recouvert par aucun des  $L$  utilisateurs. Comme :

$$q = (1 - W/F)^L \quad (10)$$

alors

$$p = 1 - (1 - W/F)^L \quad (11)$$

De plus, le premier chip des  $W-1$  restants peut être recouvert par n'importe lequel des  $N_i$  utilisateurs ayant envoyé un 1. Cependant, pour le deuxième chip, il reste  $(N_i - 1)$  utilisateurs disponibles lorsque le premier chip est recouvert... Donc, la probabilité que #j ait des recouvrements sur  $S_T - 1$  chips différents parmi les  $W-1$  restants est :

$$P\left(\sum_{k=2, k \neq j}^N b_i^{(k)} \cdot \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1\right) = \quad (12)$$

$$C_{W-1}^{S_T-1} \prod_{k=0}^{S_T-2} (1 - (1 - W/F)^{N_i - k})$$

Nous obtenons finalement :

$$P_{ILO+PIC} = W^2 / F \times C_{W-1}^{S_T-1} \prod_{k=0}^{S_T-2} (1 - (1 - W/F)^{N_i - k}) \quad (13)$$

D'où

$$P_{ELO+PIC} = (1/2)^N \cdot \sum_{N_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{N_2=W+1-S_F}^{N-1-N_1} \quad (14)$$

$$C_{N-1}^{N_1} C_{N-1-N_1}^{N_2} (P_{ILO+PIC}) (1 - P_{ILO+PIC})^{N-1-N_1-N_2}$$

Nous pouvons remarquer que si

$$W+1-S_F > N-S_T \quad (15)$$

alors il n'y a aucun terme dans les sommations (4) et (14). Pour ces combinaisons de paramètres, la probabilité d'erreur est nulle. Dans ces conditions, le PIC et le LO+PIC permettent de supprimer toutes les erreurs.

De plus, nous pouvons remarquer que la probabilité d'erreur sera minimale pour  $S_T$  maximal et  $S_F$  minimal, c'est-à-dire  $S_T = W$  et  $S_F = 1$ .

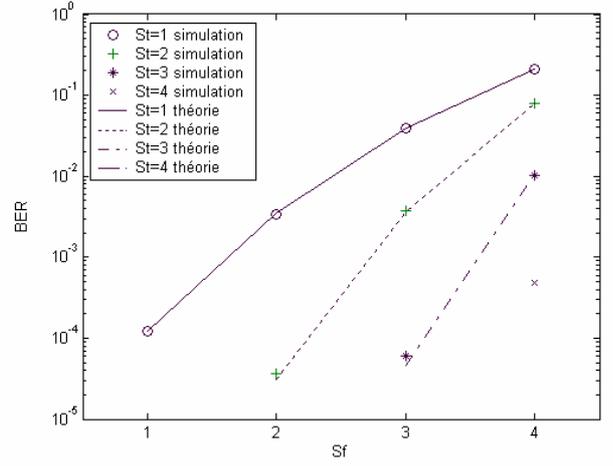


FIG 2 Comparaison du de la théorie et de la simulation pour le LO+PIC pour un OOC (64,4) avec N=5

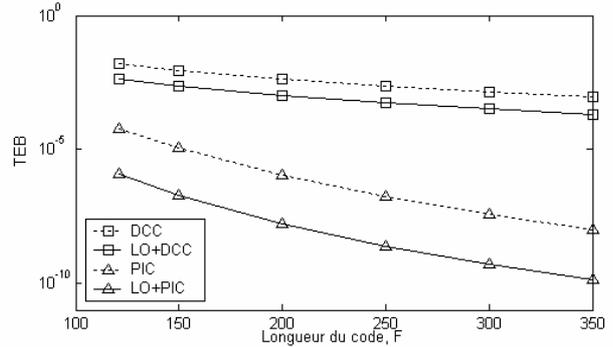


FIG 3 : Performances du LO+PIC pour un OOC(F,3) avec N=20

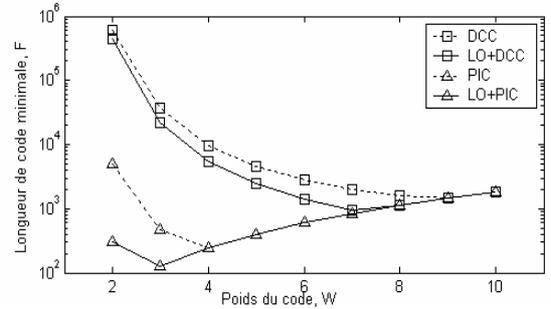


FIG 4 : Longueur minimale nécessaire pour avoir un TEB < 10<sup>-9</sup> pour N=20 en fonction du poids W

## 4. Analyse des résultats

Tout d'abord, nous avons tracé sur la figure 2, les taux d'erreurs binaires obtenus d'une part par simulation, et d'autre part grâce à l'expression théorique (14). Nous pouvons constater que les résultats théoriques correspondent à ceux de la simulation. Nous pouvons donc considérer que l'équation (14) décrit correctement les performances du récepteur LO+PIC dans un cas synchrone.

De plus, nous pouvons observer qu'il manque des points sur la courbe. Ces points, pour lesquels les seuils vérifient l'inégalité (15), correspondent à une probabilité d'erreur nulle. Afin de vérifier cette inégalité, nous avons simulé une chaîne de transmission avec  $10^{13}$  bits envoyés pour des seuils  $S_T = 2$  et  $S_F = 1$  (c'est-à-dire pour un point frontière de

l'inégalité), et nous n'avons décelé aucune erreur. En comparaison avec les valeurs des probabilités non nulles, nous pouvons considérer que l'inégalité est vérifiée.

De plus, nous pouvons extrapoler à partir de la courbe que les seuils optimaux sont :  $S_T = W$  et  $S_F = 1$ .

Après avoir validé l'expression théorique (14) de  $P_{ELO+PIC}$ , grâce aux résultats de simulation, nous avons réalisé une étude comparative des performances des différents récepteurs DCC, LO+DCC, PIC, LO+PIC en fonction des paramètres du code et du nombre d'utilisateurs. Pour chaque récepteur, nous avons considéré les seuils optimaux, c'est-à-dire  $S = W$  pour le DCC et le LO+DCC et  $S_T = W$  et  $S_F = 1$  pour le PIC et LO+PIC. D'une part, nous avons constaté, comme par exemple sur la figure 3, que l'évolution des performances était la même pour tous les récepteurs, mais que le LO+PIC est plus performant pour un code donné. De plus, nous avons comparé les performances de notre système à ceux d'une étude récemment publiée sur un système de réception DS-SS-CDMA avec des limiteurs optiques [7], et nous obtenons de meilleurs résultats. Par exemple, pour un code (43,3), pour  $N=7$  la structure dans [7] donne un TEB d'environ  $10^{-4}$ , alors que le LO+PIC donne un TEB de  $3 \cdot 10^{-8}$ .

D'autre part, la supériorité du LO+PIC permet de réduire la contrainte sur la longueur du code. En effet, lorsque la longueur du code (c'est-à-dire le facteur d'étalement) augmente à un débit donné, la largeur des impulsions à générer est de plus en plus petite, nécessitant des sources optiques irréalisables actuellement. Nous avons tracé sur la figure 4, l'évolution de la longueur  $F$  minimale requise pour que le TEB soit inférieur à  $10^{-9}$ , ceci en faisant varier le poids  $W$ , pour  $N=20$  utilisateurs actifs dans le réseau. Nous pouvons observer que dans un premier temps, les courbes décroissent.

Ceci est dû au fait que lorsque le poids  $W$  du code augmente pour une même longueur  $F$ , la probabilité d'erreur diminue. Ainsi, lorsque  $W$  augmente, il faut que  $F$  diminue pour obtenir un TEB de  $10^{-9}$ . Dans un second temps, les courbes croissent. Ceci est dû au fait que, lorsque  $W$  augmente, il faut que la longueur  $F$  du code augmente pour que l'on puisse avoir 20 utilisateurs. Le changement de pente des courbes induit un code optimal pour lequel la longueur  $F$  est minimale. Ainsi, ces codes optimaux sont pour le DCC : (1441,9), le LO+DCC : (950,7), le PIC : (241,4), et pour le LO+PIC : (126,3). Dans un système réaliste, le débit des chips est limité par la bande passante des composants. Ainsi, le LO+PIC, en réduisant la longueur du code donc le débit des chips, pour les mêmes performances est intéressant dans le cas d'une implémentation réelle.

De plus, nous pouvons remarquer que pour une longueur de  $F=241$ , le LO+PIC obtient des performances de  $10^{-9}$  avec un poids de  $W=2$ , alors que le PIC l'obtient avec un poids de  $W=4$ . Or avec un code (241,2), il peut y avoir 120 utilisateurs, alors que pour (241,4) on peut en avoir 20. Ainsi, dans le cas où nous utilisons le LO+PIC avec un code (241,2),

les 120 séquences peuvent être assignées à 120 utilisateurs, et seulement 20 d'entre eux sont autorisés à communiquer simultanément. A l'inverse, avec le PIC, les 20 séquences doivent être en permanence réassignées parmi les utilisateurs.

En conclusion, le LO+PIC peut permettre de réduire la longueur du code ou d'amener de la flexibilité dans le système.

## 5. Conclusion

Nous avons étudié une technique d'annulation d'interférence pour un système O-CDMA, basé sur un récepteur à annulation parallèle d'interférence couplé à un limiteur, que nous avons appelé LO+PIC. Nous avons établi l'expression théorique de la probabilité d'erreur de cette structure, dans le cas de codes OOC.

Nous avons montré qu'un tel récepteur est plus performant que les récepteurs conventionnels, et que les récepteurs à annulation d'interférence récemment publiés. De plus, nous avons prouvé que, grâce à son efficacité, le LO+PIC permet d'améliorer les performances, de réduire la longueur du code pour une implémentation plus réaliste ou de permettre une flexibilité dans l'assignation des séquences parmi les utilisateurs actifs.

## Références

- [1] J.A. Salehi "Code Division Multiple-Access Techniques in Optical Fiber Networks –Part I and Part II", in IEEE Trans. Commun., vol 37, n°8, pp 824-842, august 1989
- [2] A.Stok, E.Sargent "Lighting the local area : Optical Code-Division Multiple Access and Quality of Service Provisioning" in IEEE Network ,pp 42-46, Nov/dec 2000.
- [3] S. Zahedi, J.A. Salehi "Performance Analysis for various Fiber-Optic CDMA receivers structures", J.Lightwave Techn., vol 18, n°12, pp1718-1727, Dec 2000.
- [4] J.J.Chen, G-C Yang "CDMA Fiber-Optic systems with optical hard-limiter" in J.Lightwave Techn.,vol 19, n°7, pp 950-958, july 2001.
- [5] C. Goursaud, Naufal M.Saad, Y.Zouine, A.Julien-Vergonjanne, C. Aupetit-Berthelemot, J.P. Cances, J.M. Dumas "Parallel Multiple Access Interference cancellation in Optical DS-SS-CDMA systems", in Annals of Telecommunications, vol 9-10, october 2004, pp 1053-1068.
- [6] S.Verdù "Multiuser detection", in Cambridge University Press, New-York, USA,1998.
- [7] K. Wakafuji, T. Ohtsuki. "Direct-Detection Optical CDMA Receiver With Interference Estimation and Double Optical Limiters" in. IEEE J.Lightwave Techn (2003), 21, n°10, pp. 2182-2188.