

Suivi de Trajectoires Temps-Fréquence par Filtrage Particulaire

Corentin DUBOIS¹ et Manuel DAVY²

¹IRCCyN UMR 6597

1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 03, France

²LAGIS UMR 8146

Cité scientifique, BP 48, 59651 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

corentin.dubois@irccyn.ec-nantes.fr

Résumé – Cet article reprend notre travail précédent sur la détection et le suivi de composantes mono-fréquence. Il propose de placer ce problème d'estimation séquentiel dans le domaine temporel en utilisant un modèle élargi contenant l'information de phase. Pour réaliser cette estimation, un algorithme de Monte Carlo performant, connu sous le nom de filtrage particulaire Rao-Blackwellisé, est implémenté.

Abstract – This paper builds on our previous work on detection and tracking of individual frequency components. It proposes to cast this sequential estimation problem into the time domain using an enlarged model featuring phase information. To perform estimation, an efficient Monte Carlo algorithm, known as Rao-Blackwellised particle filter, is implemented.

1 Introduction

Un problème important en traitement du signal est l'extraction séquentielle d'information fréquentielle dépendante du temps, à partir d'un signal non stationnaire. Les domaines d'application sont divers avec, entre autres, le traitement de la musique ou de la parole, la surveillance vibratoire des systèmes mécaniques ou, plus généralement, l'analyse informatique de l'environnement sonore (Computational Auditory Scene Analysis, CASA). Dans notre précédent travail [1], nous avons traité ce problème par une méthode permettant la détection et le suivi de plusieurs fréquences instantanées afin de décomposer le signal, en ligne, en une somme de composantes fréquentielles. Dans cette méthode, le signal est étudié via son spectrogramme et la détection ainsi que le suivi des composantes fréquentielles sont faits dans le plan Temps-Fréquence (TF), ce qui donne de bons résultats. Cependant, le choix du plan TF comme espace de représentation du signal pour effectuer l'estimation de la fréquence et de l'amplitude des composantes détectées, a pour conséquence la perte de l'information sur la phase initiale. Cet article propose de modifier le modèle utilisé afin de mener la détection et le suivi des composantes fréquentielles directement dans le domaine temporel, sans perte d'information.

Dans [1], chaque composante est caractérisée, à l'instant t , par une fréquence instantanée et une amplitude. Dans le modèle proposé ici, un terme de phase est ajouté. Pour un souci de simplicité, ou plus précisément de linéarité comme nous le verrons plus loin, le modèle retenu n'est pas de la forme $a \cos(2\pi ft + \varphi)$ avec φ la phase initiale mais plutôt de la forme $a \cos(2\pi ft) + b \sin(2\pi ft)$. Ainsi, le problème se résume en l'estimation, à chaque instant t , du nombre k_t de composantes fréquentielles, des fréquences $\mathbf{f}_t = [f_{t,1}, \dots, f_{t,k_t}]$ et des amplitudes $\mathbf{a}_t = [a_{t,1}, \dots, a_{t,k_t}]$ et $\mathbf{b}_t = [b_{t,1}, \dots, b_{t,k_t}]$.

À l'instar du problème de suivi de cibles mobiles, la détection et le suivi des composantes fréquentielles sont réalisés dans le cadre bayésien séquentiel. Le problème de filtrage statistique consiste donc en l'estimation séquentielle du paramètre

discret k_t et du vecteur continu $\boldsymbol{\theta}_t = [\mathbf{f}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{b}_t]$ dont la dimension dépend de k_t . Ceci nécessite la définition d'une vraisemblance (équation d'observation) et d'une densité *a priori* (équation de transition). Pour rendre l'étude locale, on considère une fenêtre \mathbf{w} de longueur L_w centrée sur l'instant t . Soit $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots]$ un signal à temps discret, le vecteur d'observation \mathbf{y}_t , à l'instant t , est le signal fenêtré. Pour $\tau = 1, \dots, L_w$:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{x}[t + \tau - L_w/2] \cdot \mathbf{w}[\tau] \quad (1)$$

La vraisemblance est notée $p(\mathbf{y}_t | k_t, \boldsymbol{\theta}_t)$ et l'*a priori* est noté $p(k_t, \boldsymbol{\theta}_t | k_{t-1}, \boldsymbol{\theta}_{t-1})$. Associés à $p(k_0, \boldsymbol{\theta}_0)$, ils forment un système de Markov à sauts (Jump Markov System, JMS) [2].

Pour réaliser la détection et le suivi, nous utilisons les méthodes de Monte Carlo Séquentielles (MCS). Ces méthodes permettent l'estimation en ligne de paramètres en combinant la puissance des méthodes d'échantillonnage de Monte Carlo avec l'inférence bayésienne [3]. Dans ce cas, l'algorithme est souvent appelé Filtre Particulaire (FP). Dans [1], le modèle d'observation est non linéaire et le Filtre de Kalman (FK) ne peut pas être implémenté alors que le FP prend en compte les changements de dimension de l'état et les non linéarités du modèle d'observation [4]. Le modèle que nous proposons ici permet de nuancer ce choix. En effet, conditionnellement à k_t et à \mathbf{f}_t , le modèle est linéaire gaussien. Ainsi, le nombre de composantes ainsi que leurs fréquences respectives étant estimés, il est possible de calculer analytiquement les amplitudes, en combinant le FP pour calculer la distribution de k_t et de \mathbf{f}_t avec une banque de FK pour calculer la distribution de \mathbf{a}_t et de \mathbf{b}_t . Cette stratégie est connue sous le nom de "Rao-Blackwellisation" [5].

Ce papier est organisé de la manière suivante : dans la partie 2, on présente le modèle bayésien séquentiel. Puis, dans la partie 3, on explicite l'algorithme mis en œuvre pour cette méthode. En particulier, l'étape de Rao-Blackwellisation, dans l'algorithme de FP, est développée. Quelques résultats sont donnés dans la partie 4 avant de conclure et de présenter des perspectives dans la partie 5.

2 Modèle bayésien séquentiel

2.1 Equation d'observation

Les fréquences et les amplitudes sont supposées stationnaires par rapport à la longueur L_w de \mathbf{w} . Soit g_t la fonction définie par :

$$g_t : \mathbb{N} \times \mathbb{R}^{3k_t} \longrightarrow \mathbb{R}^{L_w} \quad (2)$$

$$(k_t, \boldsymbol{\theta}_t) \longmapsto \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{w}$$

avec, pour $\tau = 1, \dots, L_w$,

$$\mathbf{s}_{t,\tau} = \sum_{j=1}^{k_t} a_{t,j} \cos(2\pi f_{t,j}\tau) + b_{t,j} \sin(2\pi f_{t,j}\tau) \quad (3)$$

La fonction g_t , équation (2), a pour but de rendre le modèle génératif de l'observation, équation (3), local autour de l'instant t , en le multipliant par la fenêtre \mathbf{w} , sans perte d'information. L'équation d'observation est la suivante, pour $\xi = 1, \dots, L_w$:

$$\mathbf{y}_t[\xi] = g_t(k_t, \boldsymbol{\theta}_t) + v_t^y[\xi] \quad (4)$$

où v_t^y est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance r_t^y . Comme dans [1], on autorise la variance à évoluer au cours du temps, selon l'équation

$$\log(r_t^y) = \log(r_{t-1}^y) + \varepsilon_{t-1} \quad (5)$$

avec

$$\varepsilon_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (6)$$

Le but est de rendre la variance dépendante du temps afin de permettre au modèle de s'adapter aux différentes situations comme la stationarité ou l'évolution rapide¹ de la fréquence ou de l'amplitude. Pour cela, un choix simple et performant est encore une marche aléatoire comme équation dynamique [2]. Ce modèle d'évolution porte sur le logarithme de la variance afin de garantir la positivité de r_t^y . Enfin, la valeur de σ_ε est fixée, sans nécessiter de réglage fin.

La vraisemblance est obtenue à partir de l'équation (4) et est donnée par :

$$p(\mathbf{y}_t | (k_t, \boldsymbol{\theta}_t)) = \left(2\pi r_t^y\right)^{-\frac{L_w}{2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_t - g_t(k_t, \boldsymbol{\theta}_t)\|^2}{2r_t^y}\right) \quad (7)$$

2.2 Equation de transition

Pour des raisons de généralité, on n'impose pas de modèle dynamique particulier pour gérer l'évolution des paramètres inconnus de l'instant $t-1$ à l'instant t . Par exemple, de tels modèles sont difficiles à définir quand on traite des ambiances sonores car ces signaux sont souvent composites (parole, bruit environnemental, drone urbain, etc ...). De plus, notre modèle suppose la stationarité des paramètres par rapport à la longueur de la fenêtre. C'est pourquoi, à l'instant t , les équations de transition sont définies par des marches aléatoires centrées sur l'estimation du paramètre à l'instant précédent. Pour $j = 1, \dots, k_t$:

$$f_{t,j} = f_{t-1,j} + v_{t-1,j}^f \quad (8)$$

$$a_{t,j} = a_{t-1,j} + v_{t-1,j}^a \quad (9)$$

$$b_{t,j} = b_{t-1,j} + v_{t-1,j}^b \quad (10)$$

	$k_{t-1} = k_{min}$	$k_{min} < k_{t-1} < k_{max}$	$k_{t-1} = k_{max}$
b_t	1/10	1/10	0
e_t	9/10	8/10	9/10
d_t	0	1/10	1/10

TAB. 1: Probabilités d'évolution du nombre k_t de composantes. Les probabilités b_t , e_t et d_t sont définies par l'équation (13).

où $v_{t-1,j}^{(\cdot)}$ est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $r_{t-1,j}^{(\cdot)}$. De la même manière que pour les observations, on autorise les variances $r_{t,j}^f$, $r_{t,j}^a$ et $r_{t,j}^b$ à évoluer au cours du temps. Par exemple, pour $r_{t,j}^f$, $j = 1, \dots, k_t$:

$$\log(r_{t,j}^f) = \log(r_{t-1,j}^f) + \varphi_{t-1,j} \quad (11)$$

avec

$$\varphi_{t-1,j} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varphi^2) \quad (12)$$

Le modèle contient aussi le nombre k_t de composantes. Ce paramètre étant discret, on adopte une marche aléatoire discrete et l'équation de transition est donnée par :

$$k_t = k_{t-1} + \begin{cases} 1 & \text{avec une probabilité } b_t \\ 0 & \text{avec une probabilité } e_t \\ -1 & \text{avec une probabilité } d_t \end{cases} \quad (13)$$

où les probabilités b_t , e_t et d_t sont données dans le tableau 1. La valeur exacte des probabilités a peu d'importance. En effet, le but est d'autoriser k_t à augmenter ou à diminuer tout en gardant prépondérante la possibilité de le laisser constant. Nous posons ainsi l'heuristique que le nombre de composantes évolue à une échelle temporelle supérieure à l'intervalle de temps entre $t-1$ et t . Enfin, on impose à k_t d'être compris entre k_{min} et k_{max} .

3 Algorithme d'estimation séquentielle

L'idée de base des méthodes MCS est l'utilisation d'une grille aléatoire et adaptative pour calculer une approximation de la densité *a posteriori* de l'état [4]. Plus précisément, la densité *a posteriori* $p(k_{0:t}, \boldsymbol{\theta}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t})$ est définie, à une constante près, comme le produit de la vraisemblance et de la densité *a priori*. Elle peut se factoriser comme suit :

$$p(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t}, \mathbf{a}_{0:t}, \mathbf{b}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t}) = p(\mathbf{a}_{0:t}, \mathbf{b}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t}, k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t}) p(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t}) \quad (14)$$

Le système de Markov à sauts adopté peut s'écrire :

$$k_t \sim P(k_t | k_{t-1}) \quad (15)$$

$$\mathbf{f}_t \sim p(\mathbf{f}_t | \mathbf{f}_{t-1}) \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_t \\ \mathbf{b}_t \end{bmatrix} = A(k_t, \mathbf{f}_t) \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{t-1} \\ \mathbf{b}_{t-1} \end{bmatrix} + B(k_t, \mathbf{f}_t) \mathbf{v}'_{t-1} \quad (17)$$

$$\mathbf{y}_t = C(k_t, \mathbf{f}_t) \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t \\ \mathbf{b}_t \end{bmatrix} + D(k_t, \mathbf{f}_t) \mathbf{v}''_{t-1} \quad (18)$$

avec \mathbf{v}'_{t-1} et \mathbf{v}''_{t-1} des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de variance unité. Les densités $P(k_t | k_{t-1})$ et $p(\mathbf{f}_t | \mathbf{f}_{t-1})$ sont données par les équations (13) et (8) respectivement et les matrices A , B , C et D sont connues (voir annexe A). Dans notre cas, il apparaît que la densité $p(\mathbf{a}_{0:t}, \mathbf{b}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t}, k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t})$, dans l'équation (14), est une gaussienne. Ses deux premiers moments peuvent donc être calculés analytiquement, une fois la

1. La notion de rapidité d'évolution des paramètres du signal est à comparer à la longueur de la fenêtre.

A l'instant $t = 0$

Pour $i = 1 \dots N$

Initialisation

Générer $(k_0^{(i)}, \theta_0^{(i)})$ selon $p(k_0, \theta_0)$

Poser $\bar{\theta}_0^{(i)} = \mathbb{E}[\theta_0^{(i)}]$

A l'instant $t \geq 1$

Pour $i = 1 \dots N$

Mise à jour des particules

Générer $k_t^{(i)} \sim P(k_t | k_{t-1}^{(i)})$

Générer $\mathbf{f}_t^{(i)} \sim q_t(\mathbf{f}_t | \mathbf{f}_{t-1}^{(i)})$

Calculer $\boldsymbol{\mu}_t^{(i)}$ et $\boldsymbol{\Sigma}_t^{(i)}$ à partir de $\mathbf{y}_t, k_t^{(i)}, \mathbf{f}_t^{(i)}, \boldsymbol{\mu}_{t-1}^{(i)}$ et $\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{(i)}$

Mise à jour des hyperparamètres c'est-à-dire des variances qui peuvent évoluer comme les paramètres.

Calcul des poids

Normalisation : les poids sont normalisés afin d'avoir une somme unitaire.

Étape de sélection : multiplier ou supprimer les particules en fonction de leur poids.

Sortie : à partir de l'approximation particulaire de la densité a posteriori ainsi obtenue, calculer la quantité qui nous intéresse, c'est-à-dire, l'espérance de la marginale de cette densité : $\mathbb{E}[h_t(\boldsymbol{\theta}_{0:t})] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_t(\boldsymbol{\theta}_{0:t}^{(i)})$ avec $h_t(\boldsymbol{\theta}_{0:t}) = \boldsymbol{\theta}_t$.

TAB. 2: Grandes lignes de l'algorithme de FPRB implémenté pour notre méthode, à l'instant t .

marginale $p(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t})$ estimée. Ainsi, notre problème d'estimation séquentielle est traité en combinant le FP pour estimer la distribution de k_t et de \mathbf{f}_t avec une banque de FK pour calculer les moments des distributions des amplitudes correspondants aux fréquences [5]. A chaque instant t , le Filtre Particulaire Rao-Blackwellisé (FPRB) produit un ensemble de N particules pondérées $\{(k_{0:t}^{(i)}, \mathbf{f}_{0:t}^{(i)}), \omega_t^{(i)}\}$ où $\omega_t^{(i)}$ est le poids, donnant une approximation particulaire de la marginale :

$$\hat{p}(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t} | \mathbf{y}_{1:t}) = \sum_{i=1}^N \omega_t^{(i)} \delta_{(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t})}(k_{0:t}, \mathbf{f}_{0:t})$$

En supposant qu'un tel ensemble est disponible à l'instant $t-1$, l'algorithme de FPRB met à jour cet ensemble de l'instant $t-1$ à l'instant t , comme suit. Dans un premier temps, chaque particule $k_{0:t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{0:t-1}^{(i)}$ est étendue avec un nouvel état $k_t^{(i)}, \mathbf{f}_t^{(i)}$ généré par $q_t(k_t, \mathbf{f}_t | k_{t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{t-1}^{(i)})$, la densité d'importance. Ensuite, la moyenne $\boldsymbol{\mu}_t^{(i)}$ et la covariance $\boldsymbol{\Sigma}_t^{(i)}$ de $[\mathbf{a}_{0:t} \ \mathbf{b}_{0:t}]^T$ sont propagées par les équations du FK :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{t|t-1}^{(i)} &= A \boldsymbol{\mu}_{t-1}^{(i)} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} &= A \boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{(i)} A^T + B B^T \\ S_t^{(i)} &= C \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} C^T + D D^T \\ y_{t|t-1}^{(i)} &= C \boldsymbol{\mu}_{t|t-1}^{(i)} \\ \boldsymbol{\mu}_t^{(i)} &= \boldsymbol{\mu}_{t|t-1}^{(i)} + \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} C^T S_t^{-1(i)} (y_t - y_{t|t-1}^{(i)}) \\ \boldsymbol{\Sigma}_t^{(i)} &= \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} - \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} C^T S_t^{-1(i)} C \boldsymbol{\Sigma}_{t|t-1}^{(i)} \end{aligned}$$

Enfin, les poids sont mis à jour :

$$\omega_t^{(i)} \propto p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, k_{0:t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{0:t-1}^{(i)}) \frac{p(k_t^{(i)}, \mathbf{f}_t^{(i)} | k_{t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{t-1}^{(i)})}{q_t(k_t^{(i)}, \mathbf{f}_t^{(i)} | k_{t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{t-1}^{(i)})}$$

où \propto signifie "proportionnel à". On peut noter que le terme $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}, k_{0:t-1}^{(i)}, \mathbf{f}_{0:t-1}^{(i)})$ ne peut pas se mettre sous la forme

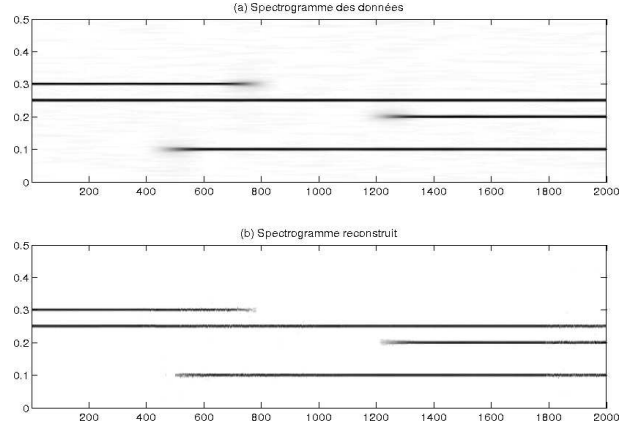


FIG. 1: Signaux à composantes stationnaires. (a) Spectrogramme des données. La colonne de ce spectrogramme, à l'instant t , est le vecteur d'observation \mathbf{y}_t . (b) Spectrogramme reconstruit. La colonne de ce spectrogramme, à l'instant t , est donnée par $\sum_{i=1}^N g_t(k_t^{(i)}, \boldsymbol{\theta}_t^{(i)})$.

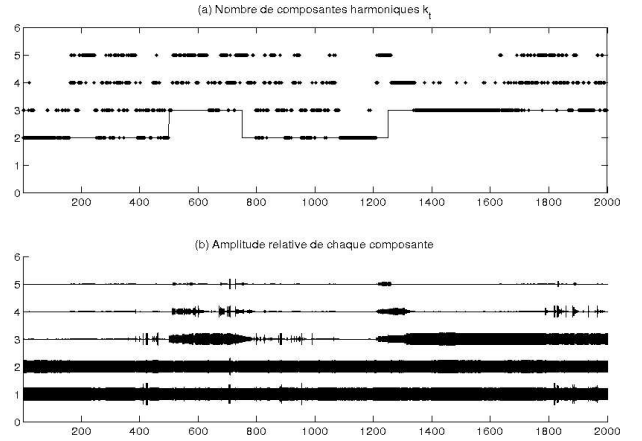


FIG. 2: Signaux à composantes stationnaires. (a) Nombre de composantes harmoniques. Le trait plein correspond à la valeur simulée, les pointillés à la valeur estimée. (b) Amplitude relative de chaque composante.

$p(\mathbf{y}_t | k_t^{(i)}, \mathbf{f}_t^{(i)})$ à cause de la dépendance aux valeurs passées via $\mathbf{a}_{0:t}$ et $\mathbf{b}_{0:t}$. Il se calcule néanmoins par l'équation (7).

Les grandes lignes de l'algorithme de filtrage particulaire Rao-Blackwellisé (FPRB) mis en œuvre pour notre méthode sont données dans le tableau 2.

4 Résultats

Nous avons obtenu de bons résultats avec notre précédent modèle [1]. Il s'agit donc maintenant de faire une étude comparative afin de mettre en évidence les apports de ce nouveau modèle. Pour cela, nous avons appliqué l'algorithme décrit dans le tableau 2 à des signaux synthétiques pour pouvoir comparer les paramètres estimés aux paramètres simulés. L'étude porte sur deux catégories de signaux. La première, dont les résultats sont présentés dans les figures 1 et 2, concerne des signaux dont les composantes sont stationnaires c'est-à-dire que la fréquence et l'amplitude de chaque composante est constante au cours du temps, seul le nombre de composantes k_t change. Pour la deuxième catégorie, figures 3 et 4, une des composantes

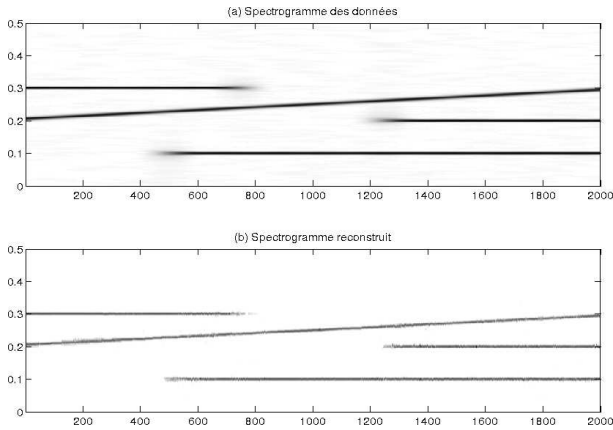


FIG. 3: Signaux avec une composante non stationnaire. (a) Spectrogramme des données. La colonne de ce spectrogramme, à l'instant t , est le vecteur d'observation \mathbf{y}_t . (b) Spectrogramme reconstruit. La colonne de ce spectrogramme, à l'instant t , est donnée par $\sum_{i=1}^N g_t(k_t^{(i)}, \theta_t^{(i)})$.

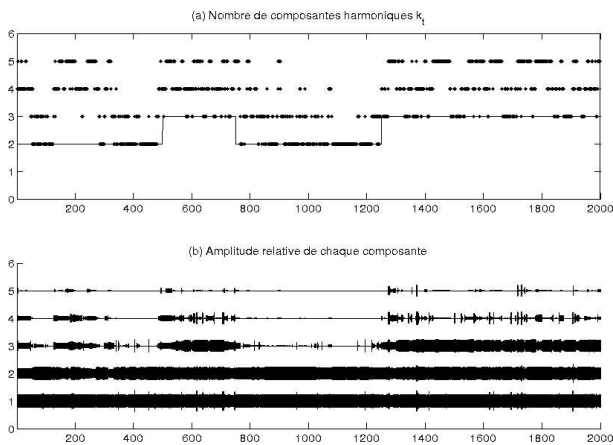


FIG. 4: Signaux avec une composante non stationnaire. (a) Nombre de composantes harmoniques. Le trait plein correspond à la valeur simulée, les pointillés à la valeur estimée. (b) Amplitude relative de chaque composante.

est non stationnaire : sa fréquence varie au cours du temps. Dans les deux cas, les signaux, de longueur 2000, sont noyés dans un bruit blanc additif avec un rapport signal sur bruit de $RSB = 21\text{dB}$ et les paramètres de l'algorithme sont les mêmes : $N = 500$, $k_{min} = 1$, $k_{max} = 5$ et la fenêtre est une fenêtre de Hamming de longueur $L_w = 255$.

Les figures 1 et 3 montrent que les fréquences et les amplitudes de chaque composante sont estimées avec une bonne précision et que le bruit présent dans les données ne perturbe pas leur estimation. Sur ce point, les résultats de [1] sont améliorés. Par contre, les figures 2(a) et 4(a) mettent en évidence que l'estimation du nombre de composantes est moins bonne et les figures 2(b) et 4(b) montrent que ceci est d'autant plus vrai quand le signal contient une composante non stationnaire. Ceci peut s'expliquer par le fait que quand une fréquence évolue au cours du temps, cela se ressent aussi sur la phase, phénomène qui était transparent dans [1]. Elles montrent aussi qu'une étape de post-traitement, basée par exemple sur un seuil pour les amplitudes, permettrait une meilleure estimation du nombre de composantes.

5 Conclusion et perspectives

La détection et le suivi de plusieurs fréquences instantanées présentes simultanément dans un signal peut être effectuée directement dans le domaine temporel. Ceci nécessite la prise en compte dans le modèle de la phase initiale sans pour autant augmenter le nombre de paramètres à estimer. En effet, le nouveau modèle étant linéaire gaussien conditionnellement à une partie de l'état, on peut ajouter une étape de Rao-Blackwellisation à l'algorithme de filtrage particulière utilisé pour réaliser l'estimation. Cette méthode présente des avantages par rapport à notre précédent travail, notamment pour l'estimation des fréquences et des amplitudes. L'estimation du nombre de composante reste, elle, moins précise, notamment dans le cas de composantes non stationnaires. Une étape de post-traitement peut néanmoins être envisagée afin d'améliorer cette estimation. Une autre solution pourrait être de favoriser la diminution du nombre de composantes en augmentant la probabilité correspondante.

A Définition des matrices du modèle de Markov à sauts

Les matrices A et B , de taille $2k_t \times 2k_t$, sont définies par l'équation (17), qui reprend les équations (9) et (10) :

$$A = \mathbf{I}_{2k_t \times 2k_t} \quad B = \text{diag} \left(\left[\sqrt{r_{t-1,j}^a} \cdots \sqrt{r_{t-1,j}^b} \right] \right)$$

L'équation (18) reprend l'équation d'observation (4) et permet de définir la matrice C , de taille $L_w \times 2k_t$, et la matrice D :

$$C = \left[\left(C_j^{(c)} \right) \cdots \left(C_j^{(s)} \right) \right] \quad D = \sqrt{r_{t-1}^y} \mathbf{I}_{L_w \times L_w}$$

avec

$$C_j^{(c)} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi f_{t,j} 1) \mathbf{w}[1] \\ \vdots \\ \cos(2\pi f_{t,j} \tau) \mathbf{w}[\tau] \\ \vdots \\ \cos(2\pi f_{t,j} L_w) \mathbf{w}[L_w] \end{bmatrix} \quad C_j^{(s)} = \begin{bmatrix} \sin(2\pi f_{t,j} 1) \mathbf{w}[1] \\ \vdots \\ \sin(2\pi f_{t,j} \tau) \mathbf{w}[\tau] \\ \vdots \\ \sin(2\pi f_{t,j} L_w) \mathbf{w}[L_w] \end{bmatrix}$$

Références

- [1] C. Dubois, M. Davy, and J. Idier, "Tracking of Time-Frequency Components using Particle Filtering," in *Proc. IEEE ICASSP*, Philadelphia, PA, USA, March 2005.
- [2] C. Andrieu, M. Davy, and A. Doucet, "Efficient Particle Filtering for Jump Markov Systems. Application to Time-Varying Autoregressions," *IEEE trans. on Signal Processing*, July 2003.
- [3] Z. Chen, "Bayesian Filtering: From Kalman Filters to Particle Filters, and Beyond," *On line*: <http://soma.crl.mcmaster.ca/~zhechen/homepage.htm>, 2003.
- [4] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer-Verlag, 2001.
- [5] N. de Freitas, "Rao-Blackwellised Particle Filtering for Fault Diagnosis," in *Proc. IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, March 2002, vol. 4, pp. 1767–1772.