

# Restauration d'images par diffusion sélective

Aymeric HISTACE<sup>1</sup>, Vincent COURBOULAY<sup>2</sup>, Michel MÉNARD<sup>2</sup>, Christine CAVARO-MÉNARD<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés  
62, avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France

<sup>2</sup>Laboratoire Informatique - Image - Interaction  
Université de La Rochelle, Pôle Sciences et Technologie 17042 La Rochelle Cedex, France  
histace@istia.univ-angers.fr, vcourbou@univ-lr.fr,  
michel.menard@univ-lr.fr, christine.menard@univ-angers.fr

**Résumé** – La restauration anisotrope d'images par utilisation d'Équations aux Dérivées Partielles (EDP) a suscité et suscite toujours un intérêt important de par la possibilité qu'elle offre de lisser une image tout en préservant ses discontinuités. Les applications pratiques de ces méthodes de restauration sont nombreuses et touchent divers domaines (photographie, médical, etc.). Dans cet article, nous proposons une approche variationnelle pour la restauration d'images se fondant sur une fonctionnelle énergétique différente de celle rencontrée dans la littérature. L'EDP résultante se caractérise alors par la possible intégration dans le processus de diffusion d'information *a priori* sur des structures particulières de l'image que l'on désire restaurer. Nous présentons tout d'abord des résultats obtenus sur des images *ad hoc*, puis nous montrons la possible extension de ce processus de diffusion sélective à une application concrète : la restauration de séquences IRM cardiaques marquées.

**Abstract** – Anisotropic image restoration based on Partial Differential Equation (PDE) is of major interest for image regularization with preservation of the discontinuities. Applications are various and deal with numerous areas of image processing (photography, medical application, etc.). In this article we propose a variational approach for image restoration based on the minimization of an energetic function different from those encountered in the literature. The resulting PDE is characterized by the possible integration of *a priori* information on particular structures to restore during the diffusion process. We first present results obtained on *ad hoc* images, and then we show a possible extension of this research work to a particular application: the restoration of tagged cardiac MRI sequences.

## 1 Introduction

La restauration anisotrope d'images par approche variationnelle (EDP) a suscité et suscite toujours un intérêt important de par la possibilité qu'elle offre de lisser une image tout en préservant ses discontinuités. Depuis les travaux fondateurs de Perona et Malik [7], de nombreux enrichissements ont été apportés afin de répondre au mieux aux exigences de la restauration (élimination du bruit sans pour autant altérer les contours par exemple), en particulier pour les images en niveau de gris (ou scalaire) [1, 2, 4, 9] (entre autres).

D'une manière générale, si l'on note  $\psi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction luminance associée à une image scalaire, Diffuser l'information contenue dans l'image, c'est, entre autre, considérer un problème de minimisation d'une fonctionnelle  $E$  associée à  $\psi$  [4] et définie par :

$$E(\psi) = \int_{\Omega} \phi(\|\nabla\psi\|)d\Omega \quad , \quad (1)$$

où  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction croissante.

Dans le cas des images scalaires, la minimisation de  $E$  est équivalente à la juxtaposition de deux équations de la chaleur 1D orientées l'une dans la direction orthogonale au gradient de l'image, et l'autre dans la direction tangente :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\phi'(\|\nabla\psi\|)}{\|\nabla\psi\|}\psi_{\xi\xi} + \phi''(\|\nabla\psi\|)\psi_{\eta\eta} \quad , \quad (2)$$

où  $\eta = \nabla\psi/\|\nabla\psi\|$  et  $\xi \perp \eta$ .

Cette EDP se caractérise par un effet diffusif anisotrope effectué dans les directions privilégiées  $\xi$  et  $\eta$  et permet un débruitage de l'image. Cependant, elle ne permet pas la prise en compte de connaissances *a priori* sur d'éventuels motifs à préserver.

Nous nous proposons donc d'utiliser une fonctionnelle énergétique  $E$  différente, issue de la physique de la mesure [5] et récemment appliquée au traitement d'image [3]. En considérant les mêmes notations que précédemment, cette fonctionnelle est alors la suivante :

$$E(\psi) = \int_{\Omega} \int_0^{\infty} d\Omega dt \times \left[ (\nabla - \mathbf{A})\psi \cdot (\nabla - \mathbf{A})\psi + \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 - \psi^2 \right]. \quad (3)$$

La particularité de cette fonctionnelle est d'intégrer un opérateur  $\mathbf{A}$  associé à un potentiel vecteur permettant de contraindre la diffusion le long de lignes de niveaux données de l'image.

La minimisation de cette fonctionnelle permet l'obtention d'une EDP de diffusion particulière autorisant la prise en compte de connaissances *a priori* via le potentiel  $\mathbf{A}$  :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{1}{2}(\nabla - \mathbf{A}) \cdot (\nabla - \mathbf{A})\psi \quad . \quad (4)$$

C'est cette équation que nous nous proposons de paramé-

trer dans la section suivante, afin de montrer son potentiel sur des images mires dans un premier temps, puis dans le cadre particulier de la restauration d'images acquises en IRM cardiaques marquées.

## 2 Diffusion sélective

### 2.1 Paramétrisation de l'équation de diffusion

Afin d'obtenir un vecteur  $\mathbf{A}$  susceptible de permettre une pondération de la diffusion, nous proposons de partir de la construction géométrique illustrée par la Figure 7 représentant, au pixel courant, le gradient associé ainsi que le vecteur  $\mathbf{A}$ .

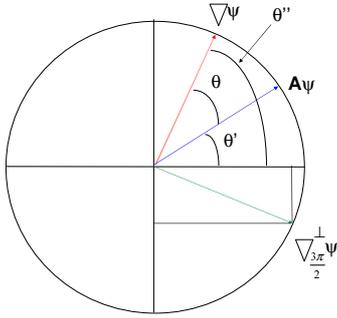


FIG. 1: Construction géométrique de  $\mathbf{A}$  et  $\nabla\psi$  (à droite).

L'idée sous-jacente est d'utiliser l'angle  $\theta$ , caractéristique de la différence d'orientation entre le gradient local  $\nabla\psi$  et  $\mathbf{A}$ , comme facteur de pondération de la diffusion.

A partir de ces considérations géométriques, et compte tenu des notations utilisées, nous pouvons donc exprimer  $\mathbf{A}$  dans le repère global  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  sous la forme d'un opérateur particulier donné par :

$$\mathbf{A} = \nabla \cdot \cos \theta + \nabla \frac{\perp}{3\pi} \cdot \sin \theta \quad , \quad (5)$$

avec  $\theta$  l'angle relatif entre  $\mathbf{A}\psi$  et  $\nabla\psi$ .

Cette approche pour la construction de  $\mathbf{A}$  permet donc bien de réaliser une diffusion sélective paramétrée par la différence d'orientation locale entre le gradient de l'image et  $\mathbf{A}$  : ainsi, pour chaque pixel de l'image IRM marquée, si le gradient possède une orientation similaire au vecteur  $\mathbf{A}$ , ce pixel ne sera pas diffusé. Dans le cas contraire, l'information sera lissée. Si maintenant, nous imposons l'orientation  $\theta'$  de  $\mathbf{A}$  de manière cohérente par rapport aux orientations des gradients à ne pas diffuser (du moins que l'on veut préserver), il sera alors possible de régulariser l'image sous ces conditions.

### 2.2 Exemple de diffusion sélective

Considérons une image représentant des lignes verticales, horizontales et diagonales orientées à  $45^\circ$ , le tout sur un fond uniforme de luminance moyenne. En imposant les valeurs de  $135^\circ$  et  $315^\circ$  pour l'orientation de  $\mathbf{A}$ , il est

possible, théoriquement, de diffuser uniquement les informations dont les gradients caractéristiques ne possèdent pas ces deux valeurs. La Figure 2 montre le résultat de diffusion sélective obtenu sur une telle image pour un pas temporel  $dt = 0, 2$  et pour 100 itérations.

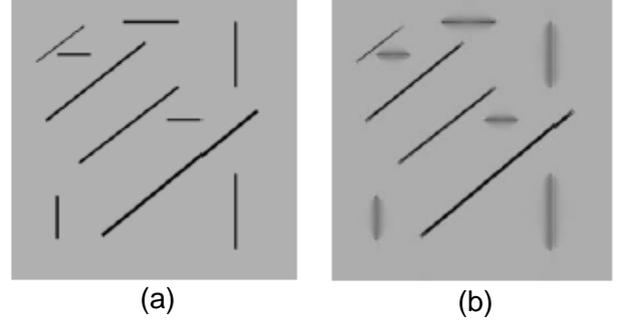


FIG. 2: Diffusion d'une mire ad hoc. (a) image originale, (b) image diffusée.

Nous constatons sur cette figure la disparition progressive des lignes non diagonales, celles étant orientées à  $45^\circ$  étant préservées. Un léger effet de bord se manifeste aux extrémités des lignes diagonales, mais ce phénomène est dû à la valeur de l'orientation locale des gradients de ces pixels qui n'est ni de  $135^\circ$ , ni de  $315^\circ$ .

Si le même procédé de diffusion, enrichi de deux orientations supplémentaires pour  $\theta'$  ( $45^\circ$  et  $225^\circ$ ), est appliqué à une grille superposée sur une image uniforme bruitée par un bruit gaussien (Figure 3), il est alors possible de mettre en évidence l'effet débruitant du processus de diffusion anisotrope que nous proposons (Figure 4).

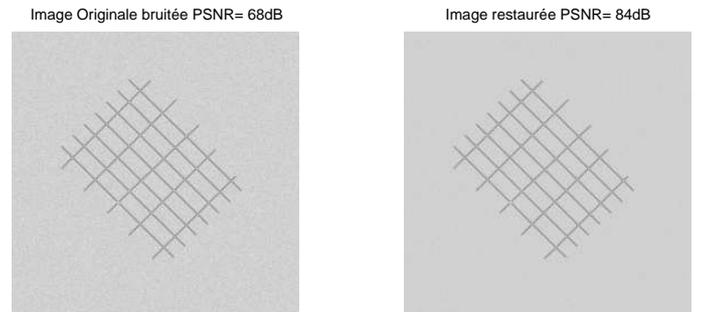


FIG. 3: Diffusion d'une grille régulière.

La grille n'est pas altérée par le processus de diffusion et le *PSNR* (*Peak Signal to Noise Ratio*) augmente de 68 dB à 84 dB : le bruit gaussien ajouté est donc, itération après itération, éliminé. Cet effet est manifeste sur deux profils lignes extraits respectivement de l'image bruitée et de l'image restaurée (Figure 5).

Ces deux exemples simples nous permettent de montrer le potentiel de la méthode de diffusion anisotrope. Ces exemples simple nous permettent de montrer le potentiel de la méthode de diffusion sélective.

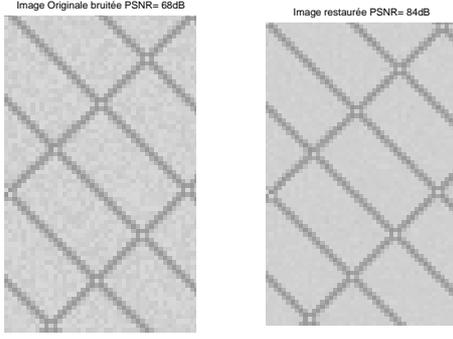


FIG. 4: Diffusion d'une grille bruitée (agrandissement d'une région d'intérêt particulière).

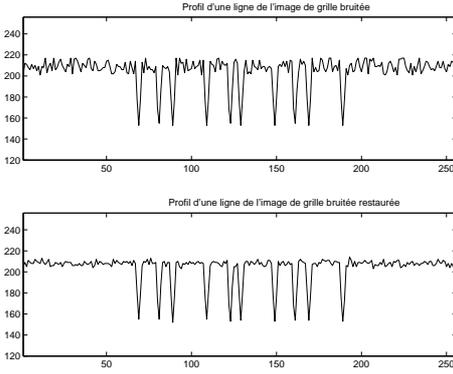


FIG. 5: Comparaison de deux profils linéaires avant et après débruitage par l'équation de diffusion proposée.

### 3 Application

Dans un cadre plus pratique, nous avons utilisé cette équation de diffusion afin de restaurer des images médicales issues d'une acquisition en IRM cardiaque marquée (Figure 6).



FIG. 6: Quelques images d'une séquence Petit-Axe (PA) acquise en IRM cardiaque marquée (de la télédiastole à la télésystole).

Le but est de régulariser les images des séquences tout en préservant le motif de marquage prenant la forme d'une grille orientée à 45 degrés. Cette particularité du motif de marquage, résultat du protocole d'acquisition défini au CHU d'Angers par les radiologues, nous amène à prendre en compte des caractéristiques précises quant à la restauration des IRM cardiaques marquées. En effet, les tags intègrent l'image de manière périodique, avec un espacement et une épaisseur connus, et surtout possèdent une orientation égale à  $\pm 45^\circ$ . Cette dernière propriété est particulièrement intéressante dans le sens où il est alors possible de caractériser chaque ligne de tags par deux gra-

dients moyens qui leur sont propres : un premier orienté à  $\theta_{tag} + \pi/2$  et l'autre à  $\theta_{tag} + 3\pi/2$  (Figure 7).

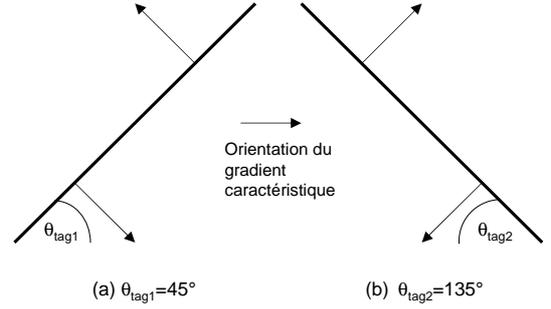


FIG. 7: Gradients caractéristiques des lignes de tags.

Nous proposons donc de prendre en compte l'orientation moyenne des gradients des tags afin de pondérer la diffusion localement en intégrant cette propriété dans la construction de l'opérateur  $\mathbf{A}$ .

Un calcul local de  $\mathbf{A}$  sur les images filtrées fréquentiellement (Figure 8) [10] et selon la méthode développée dans [8], nous a permis d'obtenir les résultats présentés Figures 9 et 10. Le pas temporel de diffusion est  $dt = 0,2$  pour un nombre d'itérations égal à 60. Afin de montrer des résultats appréciables visuellement, nous avons choisi de ne traiter qu'une direction des tags sur les images extraites de séquences complètes.

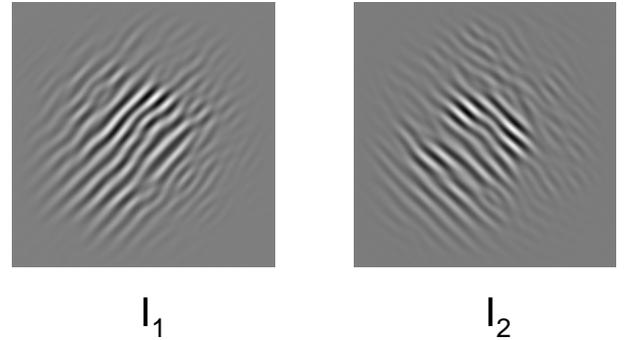


FIG. 8: Images obtenues par filtrage dans le domaine de Fourier.

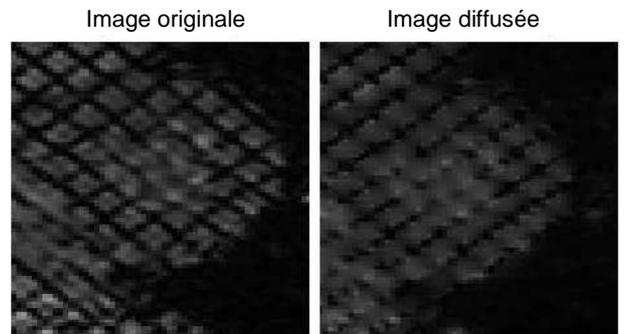


FIG. 9: Préservation des tags orientés à  $45^\circ$  sur une IRM cardiaque marquée par le processus de diffusion proposé.

Comme nous pouvons le voir sur la Figure 9, le schéma

de diffusion rend possible l'élimination progressive des artefacts dus au bruit et également de l'information image non relative aux *tags* (*i.e.* comprise entre deux lignes de *tags* consécutives).

De plus, le fait que  $\mathbf{A}$  soit calculé de manière locale sur un voisinage particulier rend effectivement possible l'application du processus pour des temps  $t$  différents de l'instant initial  $t_0$ : la déformation locale étant prise en compte, le schéma de diffusion reste efficace durant toute la contraction systolique (Figure 10).

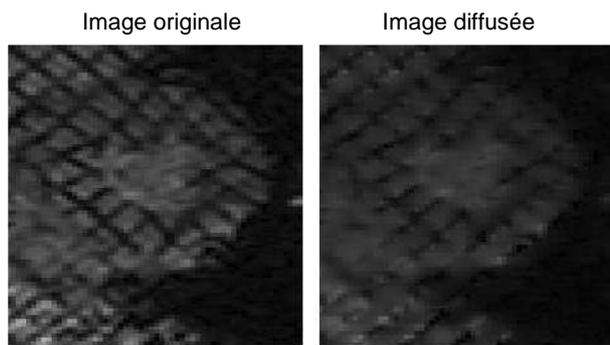


FIG. 10: Diffusion d'une IRM marquée pour  $t \neq t_0$ .

La réalisation d'une détection de vallées au moyen du calcul de la matrice hessienne locale dans le cadre de notre application en IRM marquée permet l'obtention de résultats qualitatifs intéressants: visuellement, si nous comparons une détection de vallée effectuée sur l'image *taggée* originale à la même détection réalisée sur l'image diffusée 60 fois pour un pas temporel  $dt = 0.1$ , il est possible de constater l'effet restaurateur de notre méthode de diffusion; un plus large nombre de pixel appartenant aux *tags* orientés à 45 degrés sont détectés sur l'image restaurée (Figure 11).

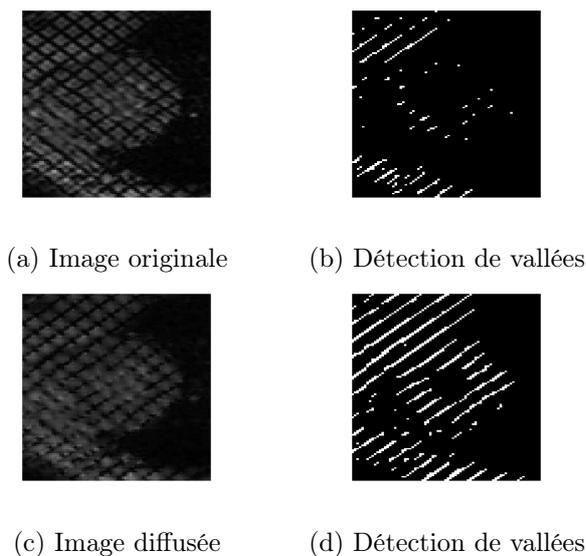


FIG. 11: Detections de vallées sur l'image originale et sur l'image rehaussée

Au final, nous utilisons les images restaurées comme cartes de potentiels dans un modèle de contours actifs

(sous forme de grille de *B-splines*) pour la détection et le suivi de la grille de marquage [6].

## 4 Conclusion

Cette technique de diffusion sélective présente donc un potentiel certain. Nous travaillons actuellement à généraliser son utilisation à des applications autres que l'imagerie médicale, comme en restauration de documents écrits par exemple.

## Références

- [1] F. Catté, T. Coll, P. Lions, and J. Morel. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 29(1):182–193, 1992.
- [2] G. Cottet and L. Germain. Image processing through reaction combined with non-linear diffusion. *Mathematics of Computation*, 61(204):659–673, 1993.
- [3] V. Courboulay, M. Ménard, M. Eboueya, and P. Courtellemont. Une nouvelle approche du filtrage linéaire optimal dans le cadre de l'information physique extrême. In *RFIA 2002*, pages 897–905, Janvier 2002.
- [4] R. Deriche and O. Faugeras. Les edp en traitements des images et visions par ordinateur. *Traitement du Signal*, 13(6):551–578, 1996.
- [5] B.R. Frieden. *Physics from Fisher Information*. Cambridge University Press, 1998.
- [6] A. Histace, V. Courboulay, C. Cavaro-Ménard, and M. Ménard. Détection et suivi des déformations intramyocardiques en irm cardiaque marquée. In *Actes du congrès GRETSI 2003*, volume 3, pages 316–320, 2003.
- [7] P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):629–639, 1990.
- [8] O. Baylou P. Borda M. Terebes, R. Laviaille. Mixed anisotropic diffusion. In *Proceedings of the 16th International Conference on Pattern Recognition*, volume 3, pages 1051–4651, 2002.
- [9] J. Weickert. Coherence-enhancing diffusion of colour images. In *Proceedings seventh National Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Barcelona, 1997.
- [10] S. Zhang, M. Douglas, L. Yaroslavsky, R. Summers, V. Dilsizian, L. Fananapazir, and S. Bacharach. A fourier based algorithm for tracking SPAMM tags in gated magnetic resonance cardiac images. *Medical Physics*, 32(8):1359–1369, 1996.