

Détection MV-TFAC dynamique dans un fouillis de mer hétérogène

Nicolas BON¹, Ali KHENCHAF¹, Jean-Michel QUELLEC², Myriam CHABAH², René GARELLO³

¹ENSIETA, Laboratoire E3I2-EA 3876
2 rue François Verny, 29806 Brest cedex 9, France

²Thales Airborne Systems
BP 58324, 29283 Brest cedex, France

³GET-ENST Bretagne
Technopôle Brest Iroise - CS 83818, 29238 Brest cedex, France

bonni@ensieta.fr, ali.khenchaf@ensieta.fr, jean-michel.quellec@fr.thalesgroup.com,
myriam.chabah@fr.thalesgroup.com, rene.garello@enst-bretagne.fr

Résumé – Nous proposons un détecteur TFAC adaptatif qui tient compte de la présence de zones hétérogènes de fouillis dans la fenêtre d’analyse. Il permet d’améliorer les performances des détecteurs classiques comme le CA-TFAC en maintenant un seuil quasiment constant. Nous présentons son application aux fouillis de mer ainsi qu’une extension qui vient modéliser la texture du vecteur Gaussien composé de fouillis comme une somme de sinusoides dont les paramètres sont estimés par maximum de vraisemblance par la méthode EM.

Abstract – We propose a ML-CFAR detector which models different intensity areas in the reference window. Thus, it enables to improve classical CFAR detectors in clutter-edge environments and we present its application to spatially correlated sea clutter. An extension which models the texture component of the compound Gaussian clutter vector as the sum of sinusoids is also proposed to improve performances.

1 Introduction

Un radar doit par définition être capable de détecter les cibles présentes dans un domaine de détection. En l’absence de fouillis ou dans un fouillis uniforme, cette tâche est facilement remplie en fixant un seuil de détection global. Pour maintenir des performances constantes dans un environnement non stationnaire, le radar doit estimer localement les paramètres du fouillis pour fixer un seuil local. C’est le principe des détecteurs à taux de fausse alarme constant (TFAC) qui se basent sur l’observation des données d’une fenêtre d’analyse pour déterminer ce seuil local de détection comme le montre la figure 1.

L’exemple d’un tel détecteur est le CA-TFAC (*Cell Averaging*) [1] qui estime le niveau de fouillis moyen en moyennant les cellules de références. C’est le détecteur optimal quand les cellules de références sont indépendantes et identiquement distribuées selon une loi exponentielle. En présence de zones de fouillis d’intensités différentes dans la fenêtre d’analyse (par exemple zones de pluies, cibles multiples, transitions terre-mer, corrélation spatiale du fouillis) ce détecteur TFAC et ses variantes classiquement rencontrées, *Greatest Of-TFAC*, *Smallest Of-TFAC* et *Ordered Statistics-TFAC*, voient leurs performances fortement diminuées [2], le problème majeur restant la détermination du seuil de détection pour maintenir une fausse alarme constante.

Nous présentons dans la section 2 notre cadre de travail et particulièrement le modèle de fouillis comme vecteur aléatoire Gaussien modulé par une texture. La corrélation spatiale de cette texture engendre des zones d’intensités différentes dont la présence diminue les performances des détecteurs TFAC classiques. Pour en tenir compte, le détecteur TFAC que nous proposons dans cet article modélise la texture comme une fonction

paramétrée dont l’amplitude varie dans la fenêtre d’analyse. Les paramètres de la texture sont estimés au sens du maximum de vraisemblance. Dans la section 3, la texture de la fenêtre est modélisée comme deux zones d’intensités constantes distinctes et le logarithme de la texture est modélisé par la somme de p composantes sinusoidales dans la section 4. Des résultats seront présentés pour chacune des approches.

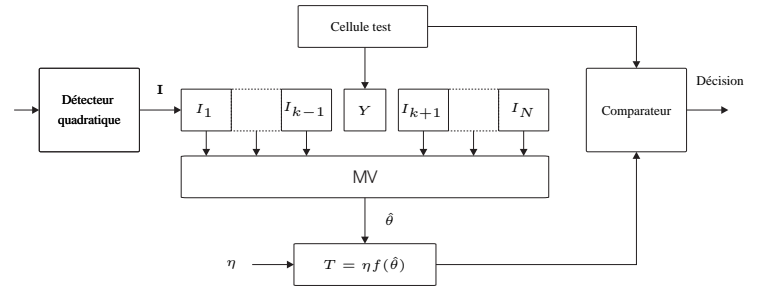


FIG. 1 – Schéma d’un détecteur MV-TFAC.

2 Fouillis de mer Gaussien composé

Le modèle statistique couramment retenu dans la littérature pour un radar à haute résolution distance et aux angles d’incidence rasants est le modèle Gaussien composé [3]. Un tel processus s’exprime comme le produit de deux composantes : $z(n) = \sqrt{\tau(n)}s(n)$ où $s(n) = s_I(n) + s_Q(n)$, couramment appelé *speckle*, c’est un processus Gaussien complexe de moyenne nulle et de puissance unité $E\{|s(n)|^2\} = 1$. Le facteur $\tau(n)$ est un processus aléatoire réel non-négatif couramment appelé *texture*. La surface de la mer peut être vue comme la super-

position de vagues de capillarité et de gravité. Le *speckle* est la conséquence des premières et présente des temps de corrélation d'environ 10 ms à fréquence fixe et est décorrélié par l'agilité de fréquence. La texture présente des longueurs de corrélation beaucoup plus longues [4]. Le fouillis est ainsi couramment modélisé par un processus Gaussien invariant sphériquement (SIRP) qui suppose que la texture est invariante pendant le temps d'intégration cohérente : $z(n) = \sqrt{\tau}s(n)$ [3].

Nous nous plaçons ici dans le cas d'un détecteur non-cohérent. L'intensité du fouillis est alors modélisée par $I(n) = \tau(n)|s(n)|^2$ et nous cherchons à améliorer les performances des détecteurs TFAC classiques lorsque la texture est corrélée spatialement. Nous proposons ainsi de modéliser la texture comme une fonction paramétrée représentative des zones d'intensités différentes. Dans la prochaine section la texture est représentée par deux zones d'intensités constantes disjointes et le logarithme de la texture est modélisé comme une somme de sinusoides dans la section 4.

3 MV-TFAC dans un fouillis hétérogène

3.1 Deux zones d'intensités différentes

Nous modélisons ici la texture comme deux zones d'intensités constantes disjointes dans la fenêtre d'analyse. La figure 2 illustre cette approche en la modélisant par cinq configurations distinctes suivant la position et la taille des deux zones par rapport à la cellule test. Ces cinq configurations différentes H_i ,

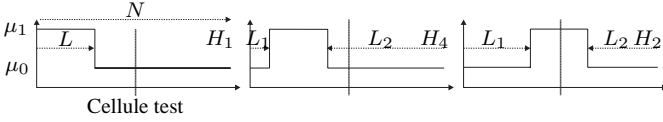


FIG. 2 – configurations H_1 , H_2 et H_4 . Les configurations H_3 et H_5 sont respectivement les symétriques de H_1 et H_4 par rapport à la cellule test.

$i = 1, \dots, 5$, sont paramétrées par L ou (L_1, L_2) et les intensités μ_0 et μ_1 (fig.2). On pourra également tenir compte d'une seule zone homogène H_0 (cas du CA-TFAC). L'objectif est ainsi de déterminer la configuration la plus vraisemblable et d'en estimer les paramètres aux vues des observations $I(j)$, $j \in \mathcal{I} = \{1, \dots, k-1, k+1, \dots, N\}$ telle que :

$$(\hat{\mu}_0, \hat{\mu}_1, \hat{H}, \hat{\mathbf{L}}(\hat{H})) = \arg \max_{(\mu_0, \mu_1, H, \mathbf{L}(H))} \prod_{i \in \mathcal{I}} p(I(i) | \mu_0, \mu_1, H, \mathbf{L}(H)) \quad (1)$$

où $\mathbf{L}(H)$ est le vecteur (L_1, L_2) pour H_2, H_4, H_5 et (L) pour H_1, H_3 . Nous définissons les ensembles \mathcal{I}_0 et \mathcal{I}_1 correspondant respectivement aux zones d'intensités moyennes μ_0 et μ_1 telles que $\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \cup \mathcal{I}_1$ et $\mathcal{I}_0 \cap \mathcal{I}_1 = \{\emptyset\}$ et en supposant les $I(j)$, $j \in \mathcal{I}$ indépendantes :

$$(\hat{\mu}_0, \hat{\mu}_1, \hat{H}, \hat{\mathbf{L}}(\hat{H})) = \arg \max_{(\mu_0, \mu_1, H, \mathbf{L}(H))} \prod_{k=1,2} \prod_{i \in \mathcal{I}_k} p(I(i) | \mu_k, H) \quad (2)$$

Pour plus de stabilité numérique, nous calculons ensuite la log-vraisemblance. Le fouillis étant supposé suivre une loi exponentielle et en notant $N_k = \text{card}(\mathcal{I}_k)$, $k = 0, 1$, elle s'exprime

par :

$$\ln p(\mathbf{I} | \mu_0, \mu_1, H, \mathbf{L}(H)) = - \sum_{k=1,2} \left(N_k \ln(\mu_k) + \sum_{i \in \mathcal{I}_k} \frac{I(i)}{\mu_k} \right) \quad (3)$$

Pour une configuration donnée, les moyennes μ_0 et μ_1 sont estimées par annulation de la dérivée de la log-vraisemblance et sont bien sûr égales à $\hat{\mu}_k = \sum_{i \in \mathcal{I}_k} I(i) / N_k$ pour $k \in \{1, 2\}$. Notons que nous pourrions définir une valeur minimale des longueurs L , L_1 et L_2 pour limiter l'erreur d'estimation de la moyenne locale. Une fois que nous avons estimé les intensités moyennes $\hat{\mu}_0$ et $\hat{\mu}_1$ ainsi que la configuration $(\hat{H}, \hat{\mathbf{L}}(\hat{H}))$ la plus vraisemblable, nous pouvons appliquer le seuil et décider s'il y a détection en fonction de l'appartenance de la cellule test à telle ou telle zone de fouillis de mer.

3.2 Performances du MV-TFAC

Pour présenter les performances de notre méthode, nous l'appliquons à la détection d'une cible suivant le modèle de Swerling 1 dans la configuration H_1 pour $L = 8$, $N = 32$, $\mu_0 = 1$ et $\mu_1 = 15$. Nous effectuons des simulations de Monte-Carlo pour tracer les courbes de détection en fonction du RSB. Le RSB est calculé en fixant l'intensité de la cible par rapport à l'intensité de la zone de fouillis où elle se trouve. En notant Y la cellule test et $\hat{\mu}$ l'estimée de la moyenne locale, le test effectué est $Y/\hat{\mu} \geq \eta$. La figure 3 présente les courbes de détection pour $P_{fa} = 10^{-4}$, le seuil de détection étant fixé tel que $\eta = -\ln P_{fa} = 9.21$ (seuil du CA-TFAC sur un fouillis homogène). Nous avons indiqué à titre indicatif les P_{fa} calculées par les simulations de Monte Carlo pour chaque méthodes. Dans cette configuration, nous remarquons une baisse

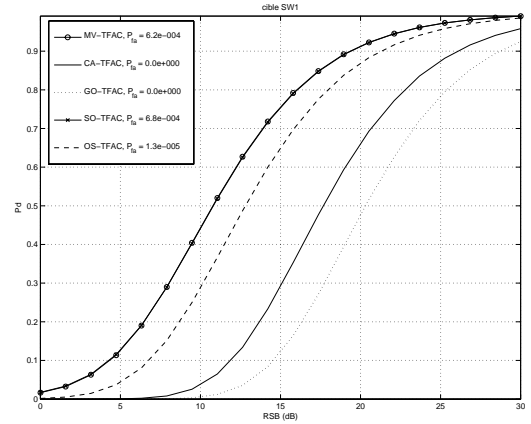


FIG. 3 – Probabilité de détection d'une cible SW1 dans la configuration H_1 avec $\mu_0 = 1$, $\mu_1 = 15$, $L = 8$, $N = 32$, estimées par 10^6 simulations de Monte-Carlo. La 20è statistique est arbitrairement choisie pour OS-TFAC. Le seuil est fixé à $\eta = -\ln P_{fa}$ et pour chaque détecteur TFAC, la P_{fa} calculée est donnée.

significative de performances des méthodes TFAC classiques.

Afin de mettre en évidence l'adaptivité de notre méthode, nous présentons dans le tableau 1 le seuil η à fixer pour maintenir une probabilité de fausse alarme constante de 10^{-4} pour chacune des configurations H_i , $i \in \{1, \dots, 5\}$ et pour chaque détecteur. Dans toutes les configurations, la zone d'intensité la plus haute est de longueur $N/4$ où N est la taille de la

fenêtre. Notons que si l'intensité moyenne est connue, le seuil

	H_1	H_3	H_2	H_5
MV-TFAC	9.7997	9.5504	11.4746	9.7446
CA-TFAC	2.1852	12.6631	36.5659	2.1840
GO-TFAC	1.2230	9.7237	30.0916	1.2909
SO-TFAC	9.8281	19.5373	51.4121	9.8696
OS-TFAC	6.3565	14.9670	95.3914	6.3562

TAB. 1 – Seuils (η) de chaque détecteur TFAC pour maintenir une $P_{fa} = 10^{-4}$. $N = 32$.

désiré est $\eta = -\ln P_{fa} = 9.21$. Quelques soient les configurations, le seuil du MV-TFAC est constamment proche de cette valeur, c'est une propriété importante qui traduit l'adaptivité du détecteur. Lombardo [11] retrouve les mêmes propriétés en identifiant la fenêtre d'analyse à un mélange de deux lois exponentielles et en identifiant les deux zones homogènes par continuité spatiale. Nous avons appliqué notre méthode sur un

L_c/N	25	50	75	100	125	150	200	300
MV	0.96	0.61	0.54	0.48	0.47	0.43	0.40	0.33
CA	1.64	0.79	0.59	0.46	0.41	0.36	0.31	0.24

TAB. 2 – EQM sur $\hat{\mu}$ pour les détecteurs MV-TFAC et CA-TFAC en fonction du rapport (%) de la longueur de corrélation du fouillis L_c sur la taille N de la fenêtre d'analyse. 10^6 simulations de Monte Carlo, $N = 40$.

fouillis de mer de loi K corrélée spatialement selon [5]. Le tableau 2 montre l'importance d'adapter la taille de la fenêtre d'analyse à la longueur de corrélation du fouillis de mer. Au-delà d'une longueur de corrélation du fouillis égale environ à la taille de la fenêtre d'analyse, la moyenne locale est mieux estimée par le CA-TFAC. Ainsi, en adaptant la taille de la fenêtre d'analyse, notre méthode permet d'améliorer les performances des détecteurs classiques en présence de fouillis corrélé spatialement.

4 Texture comme somme de sinusoides

Afin d'améliorer le caractère adaptatif en présence de fouillis de mer corrélé, nous adaptons la même approche que Noga [6] qui travaille sur le logarithme des données tel que :

$$y(n) = \ln I(n) = \ln \tau(n) + \ln |s(n)|^2 \quad (4)$$

et on approche $\ln |s(n)|^2$ par une Gaussienne de paramètres μ , σ^2 tels que :

$$\mu = \psi^{(0)}(1) + \ln(2) \quad \text{et} \quad \sigma^2 = \psi^{(1)}(1) \quad (5)$$

avec $\psi^{(k)}(x) = d^k(\ln \Gamma(x))/dx^k$ fonction polygamma. Noga modélise $\ln \tau(n)$ par un modèle auto-régressif symétrique sur ses voisins (modèle hétéroscédastique). Gini [7] adopte une approche similaire en modélisant la texture elle-même par une somme de sinusoides en se basant sur les propriétés de cyclostationarité du fouillis de mer. Ceci motive notre choix de modéliser le logarithme de la texture par :

$$\ln \tau(n) = a_0 + \sum_{k=1}^p a_k \cos(2\pi f_k n + \theta_k) \quad (6)$$

où les amplitudes a_i , $i = 0 \dots p$ et les fréquences des sinusoides f_i , $i = 1 \dots p$ sont supposées déterministes et les phases sont

des v.a. uniformément réparties sur $[-\pi, \pi]$. Avec ce modèle, $b_0(n) = y(n) - \sum a_k \cos(2\pi f_k + \theta_k)$ suit donc une loi Gaussienne $\mathcal{N}(\psi^{(0)}(1) + \ln 2 + a_0, \psi^{(1)}(1))$.

En notant $z(n) = y(n) - \hat{a}_0 - \mu_{b_0}$, $n = 1 \dots N$, où on remplace a_0 par sa MV-estimée $\hat{a}_0 = \sum_{n=1}^N y(n)/N$. Nous nous ramenons à un problème d'estimation spectrale avec estimation des amplitudes et des phases de sinusoides noyées dans un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle. Sous forme matricielle :

$$\mathbf{z} = \mathbf{E}\mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \begin{cases} \mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_p] \\ \mathbf{a} = [a_1, \dots, a_p] \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathbf{b} = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_b) \quad (7)$$

où $\mathbf{e}_k = [1, \cos(2\pi f_k + \theta_k), \dots, \cos(2\pi f_k(N-1) + \theta_k)]^T$. Les fréquences pouvant être rapprochées, le périodogramme ne peut être utilisé car sa résolution fréquentielle est de l'ordre de $1/N$. Nous choisissons de venir estimer les paramètres au sens du maximum de vraisemblance tels que :

$$(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{f}}, \hat{\theta}) = \arg \max_{\mathbf{a}, \mathbf{f}, \theta} \frac{1}{\det(\mathbf{R}_z)} \exp(-\mathbf{z}^T \mathbf{R}_z^{-1} \mathbf{z}/2) \quad (8)$$

avec $\mathbf{R}_z = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E}^T + \mathbf{R}_b$ dépend des vecteurs des paramètres $(\mathbf{a}, \mathbf{f}, \theta)$ à estimer et $\mathbf{R}_b = \psi^{(1)}(1)\mathbf{I}_N$ matrice des covariances du bruit.

4.1 Estimation par la méthode EM

Étant donnée la complexité du problème de part le nombre de sources et de paramètres à estimer, la maximisation directe de la vraisemblance est impossible (ou très incertaine par les méthodes d'optimisation classiques de type Newton-Raphson). Dans cette configuration, l'algorithme itératif EM [8] (*Expectation Maximization*) présente des propriétés attractives. Il permet tout d'abord de trouver l'estimée MV par des calculs plus simples sur les données. Ensuite il est stable numériquement et chaque itération augmente la vraisemblance. Chung[9] et Lavielle[10] l'ont précédemment utilisé pour estimer les directions d'arrivées de sources discrètes.

Cette méthode repose sur le concept de données *complètes* et *incomplètes* (voir [8] pour plus de commentaires et illustrations). Nous considérons ici que les données complètes sont constituées par l'ensemble des composantes \mathbf{z}_k , $k = 1 \dots p$ telles que :

$$\mathbf{z}_k = a_k \mathbf{e}_k(f_k) + \beta_k \mathbf{b} \quad (9)$$

où $\mathbf{e}_k = [1, \cos(2\pi f_k + \theta_k), \dots, \cos(2\pi f_k(N-1) + \theta_k)]^T$ et $\sum_{k=1}^p \beta_k = 1$. On a donc $\mathbf{z} = \sum_{k=1}^p \mathbf{z}_k$.

$$\mathbf{R}_{z_k} = a_k^2 \mathbf{d}_k(f_k) \mathbf{d}_k(f_k)^T + \beta_k \mathbf{R}_b \quad (10)$$

avec $\mathbf{d}_k = [1, \cos(2\pi f_k), \dots, \cos(2\pi f_k(N-1))]^T$. Ce choix est motivé par cette interprétation : si les p sources pouvaient être observées indépendamment, l'estimation des paramètres serait faite directement par p maximisations en parallèle.

Par manque de place, nous ne détaillons par les calculs et données les valeurs des fréquences et amplitudes estimées à l'itération $i+1$:

$$\begin{cases} f_k^{(i+1)} = \arg \max_{f_k} \frac{\mathbf{d}_k(f_k)^T \mathbf{P}_k^{(i+1)} \mathbf{d}_k(f_k)}{\|\mathbf{d}_k(f_k)\|^2} \\ a_k^{2(i+1)} = \frac{1}{\|\mathbf{d}_k(f_k^{(i+1)})\|^2} \left(\frac{\mathbf{d}_k(f_k^{(i+1)})^T \mathbf{P}_k^{(i+1)} \mathbf{d}_k(f_k^{(i+1)})}{\|\mathbf{d}_k(f_k^{(i+1)})\|^2} - \beta \right) \end{cases} \quad (11)$$

avec :

$$\mathbf{P}_k^{(i)} = \mathbf{Q}_k^{(i)} - \mathbf{Q}_k^{(i)} \mathbf{R}_k^{-1(i)} \left(\mathbf{I}_N + \mathbf{z}\mathbf{z}^H \mathbf{R}_k^{-1H(i)} \right) \mathbf{Q}_k^{(i)} \quad (12)$$

où $\mathbf{R}_k^{(i)} = \sum_{m=1}^p a_m^{2(i)} \mathbf{d}_m^{(i)} \mathbf{d}_m^{H(i)} + \mathbf{R}_b$ et $\mathbf{Q}_k^{(i)} = a_k^{2(i)} \mathbf{d}_k^{(i)} \mathbf{d}_k^{H(i)} + \beta_k \mathbf{R}_b$. A partir de ces résultats, l'algorithme EM est implémenté de la manière suivante :

répéter les étapes 1-3 pour $k = 1 \dots p$:

1. choisir $\{a_k^{(0)}, f_k^{(0)}\}$, $i = 0$
2. $i = i + 1$,
 - estimer $\mathbf{P}_k^{(i+1)}$ par (12).
 - estimer la fréquence par (11),
 - injecter la fréquence estimée puis calculer l'estimée de l'amplitude par (11).
3. continuer jusqu'à ce que les estimées convergent.

Nous avons ainsi fourni un estimateur MV des amplitudes et fréquences. Il nous reste à estimer les phases des sinusoides. Cette tâche est accomplie par les moindres carrés en venant estimer les amplitudes complexes $\alpha_i = a_i \exp(j\theta_i)/2$ des $2p$ sinusoides complexes dont les vecteurs forment les colonnes de la matrice $\mathbf{B} = [\mathbf{e}(-f_p), \dots, \mathbf{e}(-f_1), \mathbf{e}(f_1), \dots, \mathbf{e}(f_p)]$, $\mathbf{e}(f) = [1, \exp(2\pi j f), \dots, \exp(2\pi j f(N-1))]$ avec $\hat{\alpha} = [\alpha_p^*, \dots, \alpha_1^*, \alpha_1, \dots, \alpha_p]^T$ et $\alpha_i = a_i \exp(j\theta_i)/2$:

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{z} \quad (13)$$

4.2 Résultats

Nous présentons sur la figure 4 l'application de notre méthode à l'estimation du logarithme de la texture d'une loi K corrélée simulée selon [5]. Le nombre de composantes p a été fixé manuellement. Gini [7] propose d'automatiser ce choix en observant la décroissance des valeurs propres de la matrice des covariances du signal. La texture semble correctement estimée

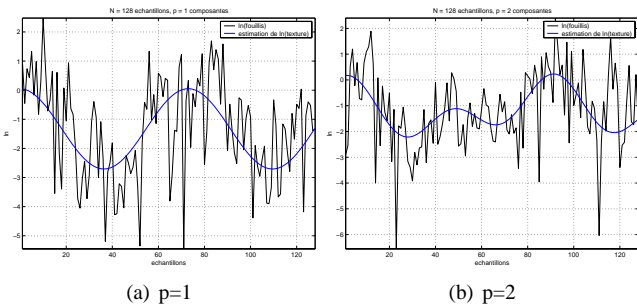


FIG. 4 – test de la méthode EM sur l'estimation du log de la texture d'un fouillis de mer de loi K corrélé synthétisé selon [5] dans deux cas différents où les valeurs optimales du nombre de composantes p sont respectivement $p = 1$ et $p = 2$.

et cette méthode pourrait permettre de rendre indépendant le détecteur de la longueur de corrélation du fouillis et de donner une meilleure estimée de la moyenne du fouillis dans la cellule test.

5 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article un détecteur MV-TFAC adaptatif qui modélise deux zones d'intensités différentes dans la fenêtre d'analyse et estime leurs paramètres en maximisant

la vraisemblance. Cette méthode permet d'améliorer les performances des détecteurs TFAC classiques en présence de transitions fouillis de mer/fouillis terrestre dans le cas de détection côtière par exemple. L'adaptivité de ce détecteur est caractérisée par un seuil de détection maintenu quasiment constant quelques soient les positions des zones d'intensités différentes. Nous avons aussi montré qu'en adaptant la taille de la fenêtre, les performances peuvent être améliorées en présence de fouillis de mer suivant une loi K composée corrélée spatialement. Afin de rendre notre détecteur plus adaptatif dans ces conditions, nous en avons proposé une extension qui vient modéliser le logarithme de la texture par une somme de p composantes sinusoidales dont les paramètres sont estimés par la méthode EM. Prendre le logarithme du fouillis permet de transformer le modèle multiplicatif (Gaussien composé) en un modèle additif, la densité de probabilité du logarithme du fouillis étant approchée par une loi Gaussienne. Une interprétation qualitative des résultats préliminaires de cette nouvelle méthode nous encourage à poursuivre nos recherches dans cette voie. Nous envisageons ainsi d'évaluer les performances en terme de P_{fa} et P_d de cette méthode sur un fouillis de mer corrélé en distance.

Références

- [1] H.M. Finn, R.S. Johnson, *Adaptive detection mode with threshold control as a function of spatially sampled clutter level estimates*, RCA review, 29, 414-464, 1968.
- [2] P.P. Ghandi, S.A. Kassam *Analysis of CFAR processors in nonhomogeneous background*, IEEE trans. on Aerospace and Sig. Proc., Vol. 24, No. 4, pp 427-444, 1988.
- [3] Conte E., Longo M. *Characterisation of radar clutter as a spherically invariant random process*, IEE Proc., vol.134, part F, No. 2, 1987, pp. 191-197.
- [4] K.D. Ward, C.J. Baker, S. Watts, *Maritime surveillance radar. Part 1 : Radar scattering from the ocean surface*, IEE Proc., Vol. 137, No. 2, pp 51-62, 1990.
- [5] R. J. A. Tough and K. D. Ward, *The correlation properties of gamma and other non-Gaussian processes generated by memoryless nonlinear transformation*, J. Physics D : Applied Physics, vol. 32, pp. 3075-3084, Dec. 1999.
- [6] J. L. Noga, *Bayesian State-Space Modelling of Spatio-Temporal NonGaussian Radar Returns*, Ph.D thesis, Cambridge University, 1998.
- [7] F. Gini, G.B. Giannakis, M. Greco, G. Tong Zhou, *Time-averaged subspace methods for radar clutter texture retrieval*, IEEE trans. on sig. proc., vol.49, no. 9, 2001.
- [8] A. Dempster, N. Laird, D. Rubin, *Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm*, J. Royal Statis. Soc. Ser. B, vol 39, pp.1-38, 1977.
- [9] P.J. Chung, J.F. Böhme, *DOA estimation using fast EM and SAGE algorithms*, Signal Processing, vol. 82, 1753-1762, 2002
- [10] M. Lavielle, E. Moulines, J.F. Cardoso, *A Maximum Likelihood Solution to Doa Estimation for Discrete Sources*, IEEE 7th SP Workshop on Stat. Sig. and Array Proc., 1994.
- [11] P. Lombardo *Adaptive CFAR Detection for Clutter-Edge Heterogeneity Using Bayesian Inference*. IEEE Trans. on AES, 39(4) :1462-1470, october 2003.