

# Reconstruction d'objets composés de plusieurs matériaux en tomographie micro-onde

Olivier FÉRON<sup>1</sup>, Bernard DUCHÊNE<sup>1</sup>, Ali MOHAMMAD-DJAFARI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)  
Supélec, Plateau de Moulon  
3 rue Joliot Curie, 91192 Gif-sur-Yvette, France  
feron, duchene, djafari@lss.supelec.fr

**Résumé** – Cet article propose une méthode de reconstruction d'objets composés de plusieurs matériaux en tomographie micro-onde. Ce problème est connu pour être mal posé. L'idée consiste alors à utiliser l'approche bayésienne pour introduire une information *a priori* : les différents matériaux constituant l'objet sont connus. La méthode proposée est basée sur des techniques de MCMC, où une étape d'échantillonnage est remplacée par la minimisation d'un critère régularisé. L'algorithme est testé sur des données réelles issues de l'institut Fresnel de Marseille.

**Abstract** – We propose an inversion algorithm dedicated to the reconstruction of objects made of a few number of different materials in microwave imaging. Due to the ill-posedness of this problem the Bayesian approach is used to introduce *a priori* information : the knowledge of the different materials that compose the object. The proposed method is based upon MCMC techniques where a step of sampling is replaced by the minimization of a regularized criterion. This algorithm has been applied to real data collected at the Institut Fresnel (Marseille, France).

## 1 Introduction

Nous étudions ici l'interaction d'ondes électromagnétiques avec un objet inhomogène (constitué de plusieurs matériaux) plongé dans un milieu homogène de permittivité diélectrique  $\varepsilon_0$ , de conductivité  $\sigma_0$  et de perméabilité magnétique  $\mu_0$ .

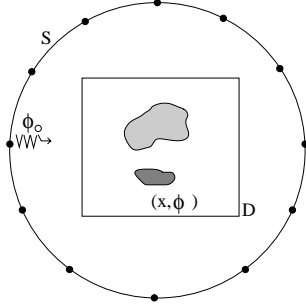


FIG. 1: Configuration des mesures

Un champ incident  $\phi_{0,q,v}$  est créé à plusieurs fréquences  $q \in \{1, \dots, Q\}$  et plusieurs angles d'incidence  $v \in \{1, \dots, N_v\}$ . L'objet inhomogène  $x(\mathbf{r})$  est supposé être contenu dans un domaine test  $D$  et est caractérisé par sa permittivité relative  $\varepsilon_r(\mathbf{r})$  et sa conductivité  $\sigma(\mathbf{r})$  et nous le chercherons sous la forme suivante :

$$x(\mathbf{r}) = \varepsilon_r(\mathbf{r}) - 1 + i \sigma(\mathbf{r}) = x_r(\mathbf{r}) + i x_i(\mathbf{r}) \quad (1)$$

Cet objet crée, pour chaque fréquence et chaque angle d'incidence, un champ diffracté  $\mathbf{y}_{q,v}(s)$  acquis aux points de mesures  $s \in \mathcal{S}$ . En se plaçant dans une configuration 2D "transverse magnétique" (TM), le problème direct peut s'écrire sous forme vectorielle par l'intermédiaire d'une équation d'observation et d'une équation d'état, soit respectivement :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{q,v} &= \mathbf{G}_{q,v}^S \mathbf{X}_q \phi_{q,v}, & q &= 1, \dots, Q, & v &= 1, \dots, N_v \\ \phi_{q,v} &= \phi_{0,q,v} + \mathbf{G}_q^D \mathbf{X}_q \phi_{q,v}, & \mathbf{X}_q &= \text{diag}(x_q) \end{aligned} \quad (2)$$

où  $\mathbf{G}_{q,v}^S$  et  $\mathbf{G}_q^D$  sont les matrices associées aux noyaux de Green,  $\phi_{q,v} = \{\phi_{q,v}(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in D\}$  est le champ total à l'intérieur  $D$  de l'objet, et  $x_q$  est défini par :

$$x_q(\mathbf{r}) = x_r(\mathbf{r}) + i \frac{x_i(\mathbf{r})}{\Omega_q}, \quad (3)$$

où  $\Omega_q$  est une constante qui dépend de la fréquence  $q$ . Le problème inverse consiste à reconstruire les valeurs du contraste  $x$  à partir des données mesurées  $\mathbf{y}_{q,v}$  du champ diffracté. Plusieurs difficultés se présentent alors : (i) l'inversion de l'équation d'observation est connue pour être un problème extrêmement mal posé, (ii) le problème inverse est non linéaire, du fait que le champ total  $\phi$  à l'intérieur de l'objet est inconnu, et (iii) l'objet  $x$  recherché n'intervient dans les équations que par l'intermédiaire de  $x_q$  qui dépend de la fréquence.

Les méthodes classiques d'optimisation ont pour objectif d'estimer conjointement les variables  $x$  et  $\phi$  ([1]), ou  $x$  et  $(\mathbf{w} = \mathbf{X}\phi)$  ([2]). C'est ce deuxième cas que nous nous proposons d'étudier dans ce papier en multipliant l'équation d'état par  $\mathbf{X}_q$ , de manière à obtenir :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{q,v} &= \mathbf{G}_{q,v}^S \mathbf{w}_{q,v}, \\ \mathbf{w}_{q,v} &= \mathbf{X}_q \phi_{0,q,v} + \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q^D \mathbf{w}_{q,v}, \end{aligned} \quad (4)$$

avec le changement de variable  $\mathbf{w}_{q,v} = \mathbf{X}_q \phi_{q,v}$ . Une méthode classique de résolution de ces équations est la méthode d'inversion contraste source (CSI) qui consiste à minimiser le critère suivant :

$$\begin{aligned} J_{csi}(\mathbf{x}, \mathbf{w}) &= \frac{\sum_{q,v} \|\mathbf{y}_{q,v} - \mathbf{G}_{q,v}^S \mathbf{w}_{q,v}\|_S^2}{\sum_{q,v} \|\mathbf{y}_{q,v}\|_S^2} \\ &+ \frac{\sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q \phi_{0,q,v} - \mathbf{w}_{q,v} + \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q^D \mathbf{w}_{q,v}\|_D^2}{\sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q \phi_{0,q,v}\|_D^2} \end{aligned} \quad (5)$$

avec  $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_{q,v}, q = 1, \dots, Q, v = 1, \dots, N_v\}$ , successivement par rapport à  $x$  et  $w$ .

Notons dans ce cas l'apparition de  $\mathbf{X}_q$  au dénominateur du second terme, ce qui permet de faire varier le poids des deux termes. Il s'avère de plus qu'en pratique l'initialisation de  $\mathbf{x}$  à des valeurs proches de zéro permet d'obtenir de meilleurs résultats et fait évoluer le terme  $\sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q \phi_{0,q,v}\|_D^2$  de manière toujours croissante. Dans cette approche aucune information *a priori* n'est utilisée. Le résultat obtenu peut être très sensible à l'initialisation de l'algorithme et au bruit sur les données.

## 2 Approche proposée

Nous supposons que l'objet est constitué de  $K$  matériaux différents (air, diélectrique, métal) connus à l'avance. L'objectif est donc d'utiliser les méthodes classiques d'optimisation en introduisant cette information *a priori*. Dans [1], une solution déterministe est proposée pour le cas d'objets binaires uniquement. Nous proposons ici une approche bayésienne comme une alternative pour l'introduction d'informations *a priori*.

### 2.1 Interprétation probabiliste de $J_{csi}$

Dans un premier temps nous identifions les hypothèses nécessaires pour interpréter la méthode d'inversion contraste source comme la maximisation d'une loi *a posteriori*. Ce type d'interprétation probabiliste a déjà été développé dans [3, 4] pour retrouver le critère du gradient modifié, en considérant un bruit gaussien centré iid sur chacune des deux équations couplées. Cependant la considération de ces deux bruits gaussiens entraîne implicitement une corrélation entre ces erreurs et l'objet  $\mathbf{x}$ . Dans le cas de la méthode d'inversion contraste source, cette corrélation est directement visible. En effet, le critère  $J_{csi}$  se retrouve en ajoutant encore deux bruits gaussiens sur les deux équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{q,v} &= \mathbf{G}_{q,v}^S \mathbf{w}_{q,v} + \boldsymbol{\varepsilon}_{q,v} \\ \mathbf{w}_{q,v} &= \mathbf{X}_q \phi_{0,q,v} + \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q^D \mathbf{w}_{q,v} + \boldsymbol{\eta}_{q,v} \end{aligned} \quad (6)$$

Supposons de plus que  $\boldsymbol{\varepsilon}_{q,v} \sim \mathcal{N}(0, r^2 \sum \|\mathbf{y}_{q,v}\|_S^2 \mathbf{I}_S)$  et  $\boldsymbol{\eta}_{q,v} \sim \mathcal{N}(0, r^2 \sum \|\mathbf{X}_q \phi_{0,q,v}\|_D^2 \mathbf{I}_D)$ , avec  $\mathbf{I}_S$  et  $\mathbf{I}_D$  les matrices identité dans les domaines  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{D}$ , alors nous obtenons

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_{q,v} | \mathbf{w}_{q,v}) &\propto \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{y}_{q,v} - \mathbf{G}_{q,v}^S \mathbf{w}_{q,v}\|_S^2}{2r^2 \sum_{q,v} \|\mathbf{y}_{q,v}\|_S^2} \right\} \\ p(\mathbf{w}_{q,v} | \mathbf{x}) &\propto \exp \left\{ -\frac{\|\mathbf{w}_{q,v} - \mathbf{X}_q \phi_{0,q,v} - \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q^D \mathbf{w}_{q,v}\|_D^2}{2r^2 \sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q \phi_{0,q,v}\|_D^2} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

et l'estimation jointe de  $\mathbf{x}$  et  $\{\mathbf{w}_{q,v}\}_{q,v}$  au sens du maximum *a posteriori* (MAP) avec une loi *a priori* uniforme sur  $\mathbf{x}$  nous ramène à minimiser le critère  $J_{csi}$ .

### 2.2 Choix d'un *a priori* approprié

Pour traiter ce problème inverse de diffraction, des méthodes de régularisation ont été développées ([1, 2, 3]) dans le but d'introduire l'information *a priori* que l'objet est constitué de zones homogènes (terme de régularisation de type markovien) ou de contours nets (terme de préservation de contours). Dans ce papier nous proposons une solution pour apporter une information supplémentaire : le fait que nous connaissons les différents

matériaux qui peuvent constituer l'objet. Nous considérons pour cela un modèle de Markov caché (HMM) décrit dans [5] pour des variables réelles et étendu ici dans le cas de variables complexes. Nous introduisons donc une variable cachée discrète  $z(\mathbf{r}) \in \{1, \dots, K\}$  représentant une classification de l'objet  $\mathbf{x}$  à reconstruire. Chaque classe  $k$  est caractérisée par une moyenne complexe  $m_k = m_{kr} + im_{ki}$  et deux variances  $\sigma_{kr}^2$  et  $\sigma_{ki}^2$  respectivement sur les parties réelles et complexes. De cette manière nous obtenons la loi *a priori* conditionnelle :

$$p(\mathbf{x}(\mathbf{r}) | z(\mathbf{r})) = \mathcal{N} \left( \begin{pmatrix} m_{kr} \\ m_{ki} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{kr}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{ki}^2 \end{pmatrix} \right), \quad (8)$$

où dans cette écriture  $\mathbf{x}(\mathbf{r})$  est considéré comme vecteur à deux dimensions  $\mathbf{x}(\mathbf{r}) = [x_r(\mathbf{r}), x_i(\mathbf{r})]^T$  (où  $T$  indique la transposition) en séparant sa partie réelle et sa partie imaginaire. Remarquons de plus que l'on peut utiliser le même raisonnement pour écrire la loi *a priori* conditionnelle du vecteur  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_D}$  (où  $N_D$  est le nombre de pixels de  $D$ ) considéré comme vecteur réel  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_i]^T \in \mathbb{R}^{2N_D}$  et on a alors :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x} | \mathbf{z}) &= \mathcal{N} \left( \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{z_r} \\ \mathbf{m}_{z_i} \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{z_r} & 0 \\ 0 & \Sigma_{z_i} \end{bmatrix} \right) \\ &\propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_z)^T \Sigma_z^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_z) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

en définissant

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{m}_{z_r}(\mathbf{r}) &= m_{kr} \\ \mathbf{m}_{z_i}(\mathbf{r}) &= m_{ki} \\ \Sigma_{z_r}(\mathbf{r}) &= \sigma_{kr}^2 \\ \Sigma_{z_i}(\mathbf{r}) &= \sigma_{ki}^2 \end{aligned} \right\} \text{ si } z(\mathbf{r}) = k$$

Le fait que nous connaissons les  $K$  différents matériaux qui peuvent constituer l'objet se traduit simplement par l'affectation de valeurs spécifiques aux moyennes  $m_{kr}$  et  $m_{ki}$ , et par des variances associées  $\sigma_{kr}^2$  et  $\sigma_{ki}^2$  plus ou moins faibles suivant la précision que l'on a sur les permittivités et conductivités des matériaux. Par exemple, l'étiquette 1 représentera le vide, et on prendra alors  $m_{kr} = 0$ ,  $m_{ki} = 0$ ,  $\sigma_{kr}^2 = 10^{-3}$  et  $\sigma_{ki}^2 = 10^{-3}$ . Pour renforcer l'idée que l'objet est constitué de zones homogènes, nous considérons une corrélation *a priori* entre les pixels de l'image, par l'intermédiaire d'un champ de Potts à 4 voisins sur  $\mathbf{z}$  :

$$p(\mathbf{z}) = \frac{1}{Q(\alpha)} \exp \left\{ \alpha \sum_{\mathbf{r} \in D} \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{V}(\mathbf{r})} \delta[z(\mathbf{r}) - z(\mathbf{s})] \right\}, \quad (10)$$

avec  $\delta(0) = 1$  et  $\delta(t) = 0$  si  $t \neq 0$  et où  $\mathcal{V}(\mathbf{r})$  est le voisinage de  $\mathbf{r}$  (de 4 pixels),  $Q(\alpha)$  est la fonction de partition et  $\alpha$  représente le degré de dépendance spatiale de  $\mathbf{z}$ .

### 2.3 Algorithme proposé

Si nous notons  $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_{q,v}; q = 1, \dots, Q; v = 1, \dots, Nv\}$  et  $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_{q,v}; q = 1, \dots, Q; v = 1, \dots, Nv\}$ , l'objectif est donc d'estimer  $(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{z})$  à partir de la loi *a posteriori* jointe  $p(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{z} | \mathbf{y})$ , qui peut s'écrire de la manière suivante :

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{z} | \mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y} | \mathbf{w}) p(\mathbf{w} | \mathbf{x}) p(\mathbf{x} | \mathbf{z}) p(\mathbf{z}) \quad (11)$$

et

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y} | \mathbf{w}) &= \prod_{q,v} p(\mathbf{y}_{q,v} | \mathbf{w}_{q,v}) \\ p(\mathbf{w} | \mathbf{x}) &= \prod_{q,v} p(\mathbf{w}_{q,v} | \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

et les termes de ces deux équations sont définis par (7). En revanche la maximisation de cette loi *a posteriori* est difficile, notamment dû au fait que nous avons à la fois des variables discrètes et continues. Nous proposons alors d'utiliser des techniques de MCMC (Monte Carlo Markov chain) pour générer des échantillons successifs de  $(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{z})$  suivant cette loi *a posteriori* et à partir desquels on peut calculer la moyenne *a posteriori*. L'algorithme proposé se rapproche des méthodes d'échantillonnage de Gibbs :

- échantillonner  $(\mathbf{x}, \mathbf{w}) \sim p(\mathbf{x}, \mathbf{w}|\mathbf{y}, \mathbf{z})$
- échantillonner  $\mathbf{z} \sim p(\mathbf{z}|\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{w})$

### Première étape : échantillonnage de $(\mathbf{x}, \mathbf{w})$

En utilisant la règle de Bayes, nous obtenons la relation :

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{w}|\mathbf{y}, \mathbf{z}) \propto p(\mathbf{y}|\mathbf{w}) p(\mathbf{w}|\mathbf{x}) p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) \quad (13)$$

Du fait de la non linéarité du problème, cette loi *a posteriori* n'est pas une loi classique et l'échantillonnage exact de  $(\mathbf{x}, \mathbf{w})$  n'est pas possible. Une solution serait d'implémenter des méthodes de type Hastings-Metropolis ([6]) pour générer un échantillon suivant cette loi *a posteriori*. Dans ce papier, cette étape de génération d'un échantillon de  $p(\mathbf{x}, \mathbf{w}|\mathbf{y}, \mathbf{z})$  est remplacée par l'échantillon à maximum *a posteriori* ([7]), obtenu en minimisant le critère régularisé :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = J_{csi}(\mathbf{x}, \mathbf{w}) + \lambda J_{reg}(\mathbf{x}) \quad (14)$$

où

$$J_{reg}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{m}_z)^T \Sigma_z^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_z)$$

Cette minimisation s'inspire fortement du travail de van den Berg ([2]) sur la méthode d'inversion contraste source : l'étape de descente sur les  $\mathbf{w}_{q,v}$  est en effet totalement identique. En revanche, comme dans ce papier nous considérons des objets mixtes (c'est à dire composés de métal et de diélectrique) et non binaires, nous proposons ici de décomposer la variable  $\mathbf{x}$  en sa partie réelle et sa partie imaginaire. Dans ce cas, l'étape de descente sur  $\mathbf{x}$ , à l'itération  $(n)$ , nécessite le calcul de deux gradients  $\mathbf{g}_r^{(n)}$  et  $\mathbf{g}_i^{(n)}$  respectivement pour les parties réelle et imaginaire de  $\mathbf{x}$ . Ces gradients sont approchés en considérant les dénominateurs constants et dépendant de  $\mathbf{x}_q^{(n-1)}$ . On obtient alors les relations suivantes :

$$\mathbf{g}_r^{(n)} = \frac{\Re \left\{ \overline{\phi_{q,v}^{(n)}} (\mathbf{X}_q^{(n)} \phi_{q,v}^{(n)} - \mathbf{w}_{q,v}^{(n)}) \right\}}{\sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q^{(n-1)} \phi_{0,q,v}\|_D^2} + \Sigma_{z_r}^{-1} (\mathbf{x}_r - \mathbf{m}_{z_r})$$

$$\mathbf{g}_i^{(n)} = \frac{\frac{1}{\Omega_q} \Im \left\{ \overline{\phi_{q,v}^{(n)}} (\mathbf{X}_q^{(n)} \phi_{q,v}^{(n)} - \mathbf{w}_{q,v}^{(n)}) \right\}}{\sum_{q,v} \|\mathbf{X}_q^{(n-1)} \phi_{0,q,v}\|_D^2} + \Sigma_{z_i}^{-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{m}_{z_i})$$

A partir de ces gradients on calcule les directions conjuguées  $\mathbf{d}_r^{(n)}$  et  $\mathbf{d}_i^{(n)}$  de manière classique en utilisant la formule de Polak-Ribière. Les pas optimaux de descente  $\alpha_r^{(n)}$  et  $\alpha_i^{(n)}$  sont calculés conjointement en minimisant  $J(\mathbf{x} + \alpha_r \mathbf{d}_r^{(n)} + i \alpha_i \mathbf{d}_i^{(n)})$ . On peut en effet réécrire le critère  $J_{csi}$  de la manière suivante :

$$J_{csi} = \frac{a_r \alpha_r^2 + a_i \alpha_i^2 + 2d_{r_i} \alpha_r \alpha_i + 2b_r \alpha_r + 2b_i \alpha_i + c}{A_r \alpha_r^2 + A_i \alpha_i^2 + 2D_{r_i} \alpha_r \alpha_i + 2B_r \alpha_r + 2B_i \alpha_i + C'}$$

avec, en notant

$$\rho_{q,v} = \mathbf{w}_{q,v} - \mathbf{X}_q \phi_{0,q,v} - \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q^D \mathbf{w}_{q,v}$$

$$\mathbf{D}_{q,v} = \mathbf{X}_q \phi_{0,q,v},$$

$$a_r = \sum_{q,v} \|\phi_{q,v} \mathbf{d}_r\|_D^2 \quad b_r = \sum_{q,v} \Re \langle \rho_{q,v}, \phi_{q,v} \mathbf{d}_r \rangle_D$$

$$a_i = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \|\phi_{q,v} \mathbf{d}_i\|_D^2 \quad b_i = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \Im \langle \rho_{q,v}, \phi_{q,v} \mathbf{d}_i \rangle_D$$

$$c = \sum_{q,v} \|\rho_{q,v}\|_D^2 \quad d_{r_i} = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \Im \langle \phi_{q,v} \mathbf{d}_r, \phi_{q,v} \mathbf{d}_i \rangle_D$$

$$A_r = \sum_{q,v} \|\phi_{0,q,v} \mathbf{d}_r\|_D^2 \quad B_r = \sum_{q,v} \Re \langle \mathbf{D}_{q,v}, \phi_{0,q,v} \mathbf{d}_r \rangle_D$$

$$A_i = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \|\phi_{0,q,v} \mathbf{d}_i\|_D^2 \quad B_i = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \Im \langle \mathbf{D}_{q,v}, \phi_{q,v} \mathbf{d}_i \rangle_D$$

$$C = \sum_{q,v} \|\mathbf{D}_{q,v}\|_D^2 \quad D_{r_i} = \sum_{q,v} \frac{1}{\Omega_q^2} \Im \langle \phi_{0,q,v} \mathbf{d}_r, \phi_{q,v} \mathbf{d}_i \rangle_D$$

Si le critère n'est pas régularisé, alors la minimisation conjointe de  $J(\mathbf{x} + \alpha_r^{(n)} \mathbf{d}_r^{(n)} + i \alpha_i^{(n)} \mathbf{d}_i^{(n)})$  implique la résolution numérique de deux équations de degré 3 et se ramène à la méthode d'inversion contraste source en séparant les parties réelle et imaginaire. Dans notre cas nous avons un terme de régularisation ( $J_{reg}$ ), qui nous amène à la résolution numérique de 2 équations de degré 5. Ces deux méthodes seront comparées dans la prochaine section.

### Deuxième étape : échantillonnage de $\mathbf{z}$

En utilisant la formule de Bayes et la relation (11) on obtient :

$$p(\mathbf{z}|\mathbf{y}, \mathbf{w}, \mathbf{x}) \propto p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) p(\mathbf{z}) \quad (15)$$

La loi  $p(\mathbf{x}|\mathbf{z})$  étant séparable, la loi *a posteriori*  $p(\mathbf{z}|\mathbf{y}, \mathbf{w}, \mathbf{x})$  reste un champ de Gibbs de voisinage égal à 4 pixels. L'échantillonnage de  $\mathbf{z}$  peut alors se faire en décomposant l'ensemble des pixels en pixels noirs et blancs formant un échiquier (équivalent des pairs et impairs en 1D). De cette manière, si l'on fixe les pixels noirs (respectivement blancs), alors les pixels blancs (respectivement noirs) sont indépendants et peuvent donc être échantillonnés en même temps ([5]).

## 3 Résultats

Nous avons comparé notre méthode avec la méthode CSI sur deux jeux de données issus de l'institut Fresnel de Marseille (courtoisie de K. Belkebir et M. Saillard). Dans les deux cas le domaine de reconstruction est un carré de 17,5 cm de côté, divisé en  $51 \times 51$  pixels. Nous considérons quatre matériaux décrits dans le tableau 1. Le premier jeu de données provient

matériau	classe	moyenne		variance	
		$m_{k_r}$	$m_{k_i}$	$\sigma_{k_r}^2$	$\sigma_{k_i}^2$
vide	1	0	0	faible	faible
diél. $\varepsilon_r = 1,45$	2	0,45	0	faible	faible
diél. $\varepsilon_r = 3$	3	2	0	faible	faible
metal	4	0	0,5	forte	forte

TAB. 1: Matériaux qui constituent l'objet inconnu

d'un objet mixte composé d'un métal et d'un diélectrique ( $\varepsilon_r = 1,45$ ). Les données acquises sont obtenues pour 18 angles de vues (tous les  $20^\circ$ ) et pour 9 fréquences (de 3 à 11 GHz). La figure 2 montre les résultats obtenus. Notons de plus que dans le cas de notre méthode nous obtenons en même temps une

classification en régions correspondant à des matériaux distincts. Après convergence de l'algorithme l'objet reconstruit est constitué de zones quasiment constantes et la localisation des différents matériaux est bonne (fig. 2.g). En revanche on peut remarquer l'apparition d'un pic sur la partie réelle du métal pour les deux méthodes. Ce résultat est assez classique dans le cas d'un métal puisque l'onde ne le pénètre pas et la reconstruction de son intérieur en est difficile. Cependant l'information *a priori* introduite dans notre modèle améliore considérablement la reconstruction et la classification est très bonne, même si elle semble surestimer la taille des matériaux.

Cette dernière remarque se confirme avec le deuxième jeu de données qui provient d'un objet composé des deux diélectriques et du vide. Les données acquises sont obtenues pour 18 angles de vues et 9 fréquences (de 1 à 9 GHz). La figure 3 montre là encore une amélioration des résultats de reconstruction pour un objet compliqué, même si l'on peut observer une nette surestimation de la taille des objets. La figure 4 montre le résultat obtenu sur une ligne horizontale de l'image (à peu près au milieu) et montre alors que la détection et la localisation des matériaux est très bonne.

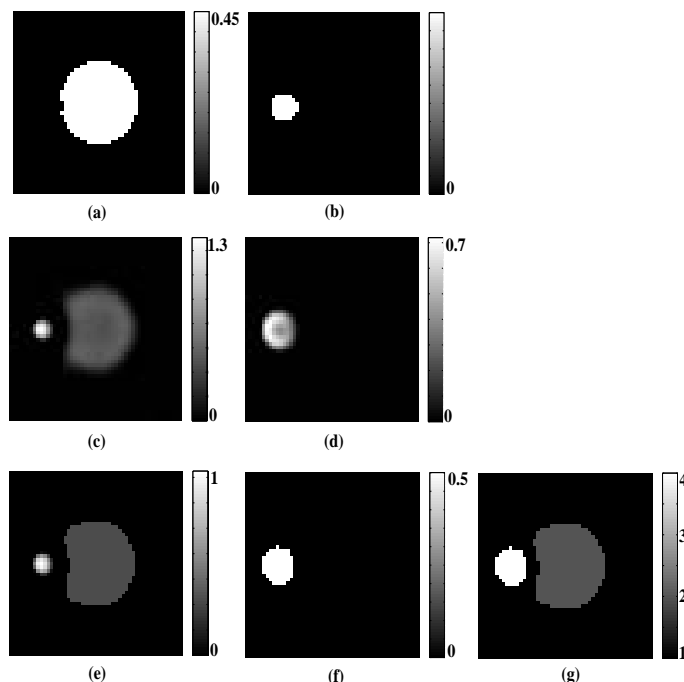


FIG. 2: *Résultat sur données réelles : (a,b) parties réelle et imaginaire du vrai contraste . (c,d) contraste reconstruit par la méthode d'inversion contraste source. (e,f) contraste reconstruit par la méthode proposée. (g) classification obtenue*

## 4 Conclusion

Nous avons proposé une méthode originale de reconstruction en tomographie micro-onde. Nous avons proposé une solution, dans le cadre d'une approche bayésienne, pour introduire une information *a priori* : le fait que nous connaissons les différents matériaux qui peuvent constituer l'objet. Nous avons alors montré les bonnes performances de notre méthode sur données réelles, en comparaison avec la méthode classique d'inversion contraste source sans terme de régularisation. Il est à noter que l'information *a priori* introduite est très forte. L'objectif dans la suite de ces travaux est d'une part de réduire cette informa-

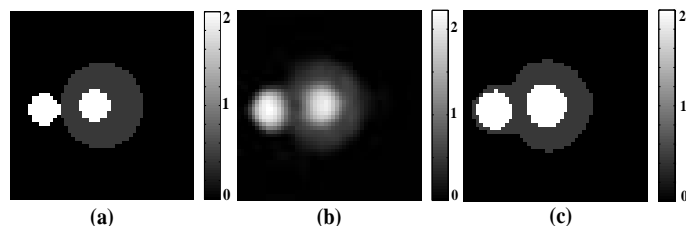


FIG. 3: *Résultat sur données réelles : (a) le vrai contraste. (b) contraste reconstruit par la méthode d'inversion contraste source. (c) contraste reconstruit par la méthode proposée.*

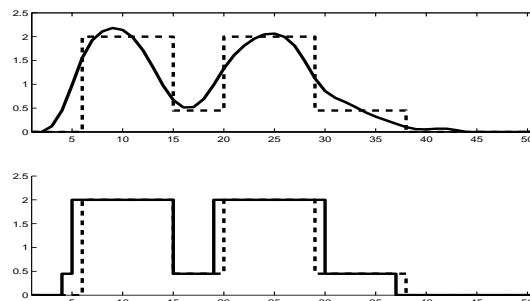


FIG. 4: *Coupe des résultats : comparaison entre le vrai gabarit (en pointillé) et le contraste reconstruit (en ligne pleine) par la méthode CSI (en haut) et par la méthode proposée (en bas)*

tion au fait que nous connaissons uniquement le nombre maximum de matériaux qui peuvent constituer l'objet, ce qui semble plus réaliste. D'autre part, l'étape de minimisation du critère régularisé estime conjointement les variables  $w_{q,v}$  et  $x$ . Pour implémenter un algorithme d'échantillonnage de Gibbs, il serait judicieux de se servir de la bilinéarité du modèle en ces variables pour effectuer un échantillonnage exact de chacune d'entre elles indépendamment. Ces deux points constituent la suite de notre étude.

## Références

- [1] L. Souriau, B. Duchêne, D. Lesselier et R. E. Kleinman, « Modified gradient approach to inverse scattering for binary objects in stratified media », *Inverse Problems*, vol. 12, n° 4, pp. 463–481, août 1996.
- [2] P. van den Berg, A. van Broekhoven et A. Abubakar, « Extended contrast source inversion », *Inverse Problems*, vol. 15, n° 5, pp. 1325–1344, octobre 1999.
- [3] H. Carfantan, *Approche bayésienne pour un problème inverse non linéaire en imagerie à ondes diffractées*, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay, décembre 1996.
- [4] A. Baussard, K. Belkebir et D. Prémel, « A markovian regularization approach of modified gradient method for solving a two dimensional inverse scattering problem », *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 17, pp. 989–1008, 2003.
- [5] O. Féron et A. Mohammad-Djafari, « Image fusion and unsupervised joint segmentation using HMM and MCMC algorithms », *accepted in Journal of Electronic Imaging*, novembre 2004.
- [6] C. Robert, *Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov*, Economica, Paris, 1996.
- [7] O. Féron et A. Mohammad-Djafari, « Reconstruction of piecewise homogeneous images from partial knowledge of their Fourier transform », in *MaxEnt04, Garching, Germany*, G. Erickson et Y. Zhai, Eds. août 2004, American Institute of Physics.