

L'analyse harmonique des procédés mécaniques aux procédés électroniques

Claude Gazanhes

Résumé – L'analyse harmonique a pour but de déterminer les coefficients de Fourier $a_n = (1/\pi) \int y \cos \theta d\theta$ et $b_n = (1/\pi) \int y \sin \theta d\theta$, entre les valeurs 0 et 2π , d'une fonction $y = f(\theta)$, même si l'on ne dispose pas d'une expression analytique de celle-ci. L'opération inverse s'appelle la synthèse harmonique. Pour déterminer ces coefficients, on construit des instruments basés sur divers procédés: mécaniques, optiques, acoustiques ou électroniques. Véritables théories matérialisés (Gaston Bachelard), ils révèlent l'état des connaissances à un instant donné.

Abstract – The purpose of harmonic analysis is to determine the Fourier coefficients $a_n = (1/\pi) \int y \cos \theta d\theta$ and $b_n = (1/\pi) \int y \sin \theta d\theta$, between 0 and 2π , of a function $y = f(\theta)$, even in the case where no closed form expression of the latter is available. The converse operation is called harmonic synthesis. In order to determine those coefficients, a number of different instruments have been constructed, based on various techniques: mechanical, optical, acoustical or electronical. As actual « theories made materialised » (Gaston Bachelard), they are a state-of-the-art indicator at a given time.

1. Les analyseurs « physiques »

Apparus les premiers, leur principe repose sur des mécanismes intégrateurs extrêmement variés. On en distingue plusieurs types.

L'analyseur de sir William Thomson (1878)

Ce fut le premier analyseur, construit en 1878 à la demande du *Meteorological Office* afin de déterminer les coefficients de marées. Il effectue directement le calcul de l'intégrale du produit de deux fonctions au moyen d'un système intégrateur « disque – sphère – cylindre » imaginé en 1876 par James Thomson, frère de sir William. L'analyseur de 1878 comprenait sept intégrateurs donnant sept coefficients.

Le synthétiseur de lord Kelvin, complément de l'analyseur, est à l'origine d'une technique de prédiction des marées.

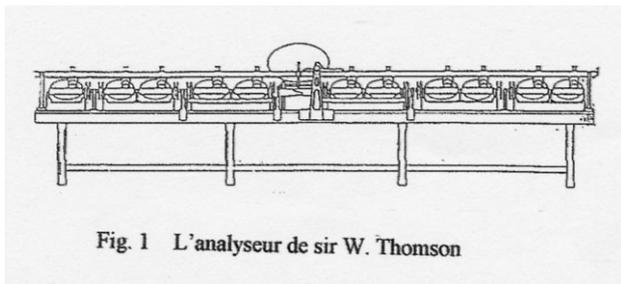


Fig. 1 L'analyseur de sir W. Thomson

L'analyseur de Sommerfeld–Wiechert (1890)

Il comprend deux parties distinctes: une partie « construction » qui donne les courbes auxiliaires

$$z = f(\theta) \cos n \theta ; z = f(\theta) \sin n \theta$$

en partant de la fonction $f(\theta)$ à analyser, et une partie « intégration » qui effectue l'intégration de $z d\theta$ à l'aide d'un intégrateur à disque. Cet analyseur ne permet la détermination des coefficients que successivement. Par

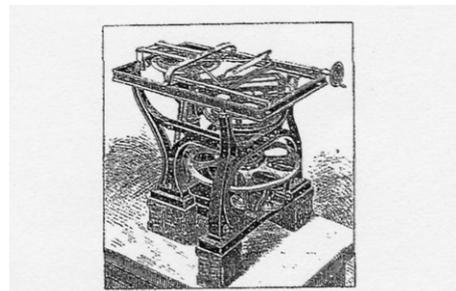


Fig. 2 L'analyseur de Sommerfeld-Wiechert

contre, il la permet quel que soit n sans complication sensible.

L'analyseur de Henrici (1894)

Cet appareil repose sur une remarque de Henrici: si nous intégrons par parties les expressions donnant les coefficients a_n et b_n cela revient à calculer les deux intégrales $\int \sin n \theta dy$ et $\int \cos n \theta dy$ entre 0 et 2π . L'emploi d'un mouvement harmonique n'est plus nécessaire, par contre il faut décomposer dy en ses composantes rectangulaires, problème résolu par l'intégrateur à boule de Helle-Shaw. L'analyseur, fabriqué par la Maison Coradi jusqu'en 1960, peut comporter dans sa version complète cinq intégrateurs.

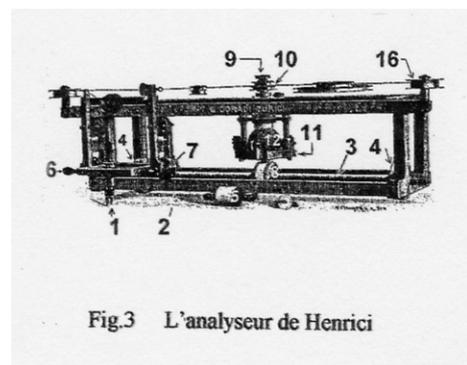


Fig. 3 L'analyseur de Henrici

L'analyseur de Michelson (1898)

L'appareil de Michelson, tout d'abord conçu pour effectuer la synthèse harmonique d'une fonction à partir de quatre vingt composantes, fonctionne également en analyseur. Dans cette dernière fonction, il calcule les coefficients de Fourier à partir de la fonction « échantillonnée », l'échantillonnage étant imposé par la conception de l'appareil..

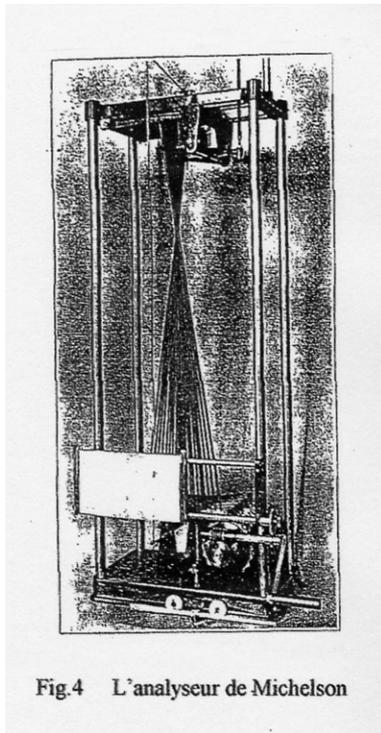


Fig. 4 L'analyseur de Michelson

2. Les analyseurs « physiques »

D'un type nouveau, ils reposent sur des phénomènes physiques appartenant à l'optique, à l'acoustique ou à l'électrotechnique.

L'optique : l'analyseur de Mader-Ott (1909)

En 1857, Jules Lissajous développe une méthode optique pour l'analyse de deux mouvements vibratoires rectangulaires et obtient les célèbres courbes fermées qui portent son nom. En 1873, Clifford montre que l'aire de ces courbes donne les coefficients de Fourier sous la forme $\int p \, dv$, c'est-à-dire :

$$a_n = - (1/n\pi) \int f(\theta) d(\cos n \theta)$$

$$b_n = + (1/n\pi) \int f(\theta) d(\sin n \theta)$$

L'indicateur de Watt trace de telles courbes. L'analyseur de Mader-Ott met en œuvre ce principe au moyen de roues dentées et de crémaillères, l'aire des courbes fermées ainsi obtenues est mesurée à l'aide d'un planimètre polaire. Cet analyseur sera utilisé jusqu'en 1960.

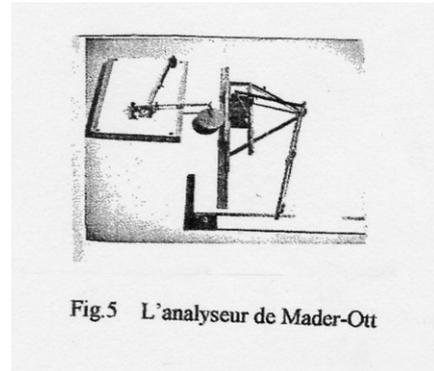


Fig. 5 L'analyseur de Mader-Ott

L'acoustique : l'analyseur de Kœnig (1872)

En 1862, dans le cadre de ses travaux sur l'audition, Helmholtz développe la théorie de la résonance de cavités sphériques, les résonateurs de Helmholtz, qui se comportent comme des circuits électriques résonants *LRC*. En 1872, Kœnig eut l'idée de relier une batterie de résonateurs (les filtres) à des flammes manométriques (les détecteurs) dont l'évolution pouvait être observée grâce à des miroirs tournants (la base de temps). L'analyseur de Kœnig sera le premier analyseur en temps et en fréquence à surtension constante.

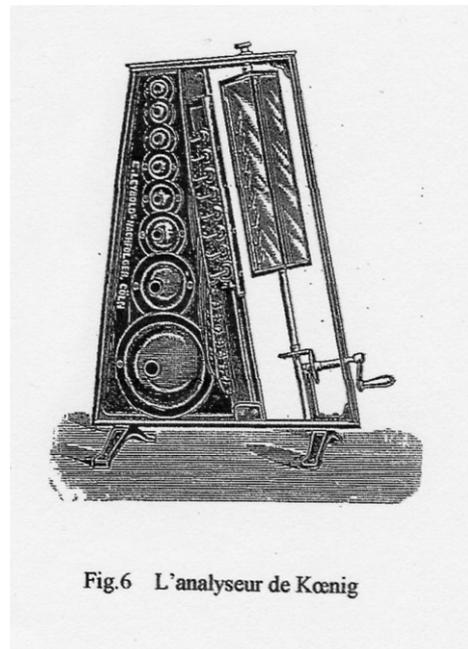


Fig. 6 L'analyseur de Kœnig

L'électrotechnique : l'oscillographe de Blondel (1893)

À la fin du XIX siècle le développement de l'électrotechnique et des courants variables sont à l'origine des analyseurs électriques. L'oscillographe de Blondel en est un bon exemple, qui comporte un galvanomètre à oscillations rapides, supérieures à 20000 Hertz. Il en existe deux types : à noyau de fer doux et à cadre bifilaire. Noyau ou cadre portent

un petit miroir éclairé par un faisceau lumineux qu'il renvoie sur un miroir oscillant, *le synchronoscope*, qui trace sur un écran la courbe représentative du courant étudié.

De la sorte, en 1906, M. Bouty obtient par filtrage électrique, par filtres *LRC*, le tracé des harmoniques contenus dans des courants industriels.

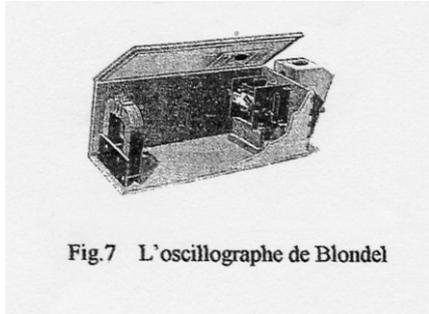


Fig.7 L'oscillographe de Blondel

3. Les analyseurs « électroniques »

Sous ce nom, on désigne les analyseurs qui se développent à partir des années 1920. Issus des progrès de la radioélectricité, ils reposent sur l'invention de la triode par Lee de Forest (1906), de l'oscillographe cathodique par Dufour et de l'hétérodyne par Lucien Levy (1917). On en distingue trois types principaux suivant la technique de filtrage mise en œuvre.

Les analyseurs à batteries de filtres (1935)

Dus à Freystedt, ils sont constitués d'un banc de filtres *LRC* contigus possédant des bandes passantes étroites.

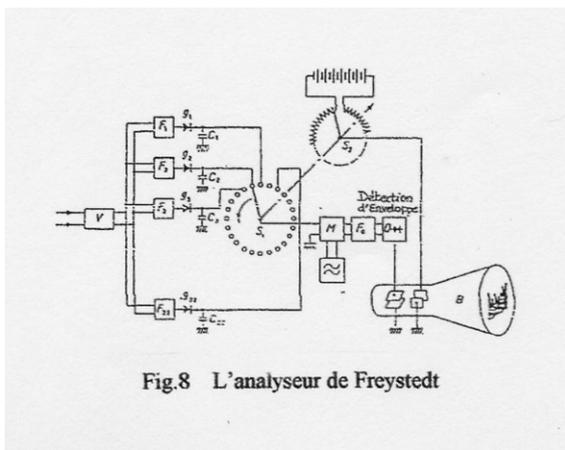


Fig.8 L'analyseur de Freystedt

Les analyseurs à amplificateurs accordés (1938)

Décrit par Scott en 1938, ils réalisent la synthèse de filtres accordés par contre réaction en insérant un filtre *RC* à fréquence variable dans le circuit de contre-réaction d'un amplificateur dont le gain est maximal dans la bande de

fréquence du filtre *RC* (filtre actif éliminant l'emploi de selfs).

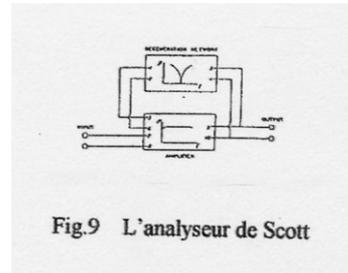


Fig.9 L'analyseur de Scott

Les analyseurs hétérodynes (1927)

Proposés par Landeen en 1927, ils sont fondés sur le principe de l'hétérodyne, l'exploration spectrale s'obtenant par battements avec un oscillateur local dont on modifie la fréquence.

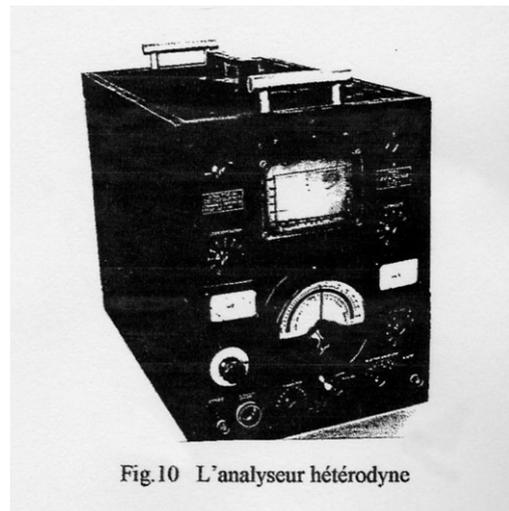


Fig.10 L'analyseur hétérodyne

Nous terminerons en rappelant les travaux, exposés dans le cadre des premiers colloques GRETSI, par nos regrettés amis et collègues Bernard Escudié sur l'analyse en temps et en fréquence et Jacques Max sur l'analyse spectrale par corrélation.

Références

Ouvrages généraux

B. Escudié, C. Gazanhes, H. Tachoire, V. Torra, Des cordes aux ondelettes ; l'analyse en temps et en fréquence avant et après Joseph Fourier, Publications de l'Université de Provence, Aix en Provence, 2002.

J. Fourier, Théorie analytique de la chaleur, Firmin Didot, Paris, 1822 et *facsimile* de la première édition, Gabay, Sceaux, 1988.

H. de Morin, Les appareils d'intégration, Gauthier-Villars, Paris, 1913.

L. Jacob, Le calcul mécanique, Doin, Paris, 1911.

L. Pimonov, Vibrations en régime transitoire, Dunod, Paris, 1962.

J. Max et al., Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques, t. 1 et 2, Masson, Paris, 1987.

Ouvrages de référence

Sir William Thomson, Harmonic analyzer, *Proc. R. Soc. London* **27**, 371-373, 1878.

W. von Dyck, Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente, C. Wolf, München, 1892.

O. Henrici, On a new harmonic analyzer, *Philos. Mag.* **38**, 110-121, 1894.

A. Michelson et S. W. Stratton, A new harmonic analyzer, *Am. J. Sci.* [4] **5**, 25, 1-13, 1898.

J. Lissajous, Mémoire sur l'étude optique des vibrations, *Ann. Chim. Phys.* [3] **51**, 147-231, 1857.

O. Mader, Ein einfacher harmonischer Analysator mit beliebiger Basis, *Electr. Zeit.* [36], 847-849, 1909.

H. von Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik, Brunswick, 1862.

R. König, Die manometrischen Flammen, *Ann. Phys. Chem.* **6**, 161-199, 1872.

A. Blondel, Oscillographes, nouveaux appareils pour l'étude des oscillations électriques lentes, *C. R. Hebd. Séances Acad. Sci.* **116**, 502-506, 1893.

A. Blondel, Sur les oscillographes, *J. Phys. Théor. Appl.* [4] **1**, 273-302, 1902.

E. Freystedt, Das Tonfrequenz-Spektrometer, *Z. Tech. Phys.* **12**, p. 533, 1935.

H. H. Scott, A new type of selective circuit and some applications, *Proc. IRE*, **26**, 2, 226-235, 1938.

A. G. Landeen, Analyzer for complex electric waves, *Bell Syst. Tech. J.* **6**, 230-247, 1927.

B. Escudié, Représentation temps-fréquence des signaux déterministes, in *J. Max et al. op cit.*, t.2, chap. 26, 332-360, 1987.

J. Max et J.-M. Fauque, Analyse spectrale par corrélation, in *Actes du 2ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et ses Applications*, Nice, t. 1, 573-600, 1969.