

Nouveau Modèle de Texture Markovien basé sur la loi \mathcal{K} : Application à l’Échographie.

Nizar BOUHLEL¹, Sylvie SEVESTRE GHALILA², Hatem RAJHI³, Radhi HAMZA³

¹Laboratoire des Systèmes de Communications, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Tunis
Le Belvédère Campus Universitaire Tunis 1002, Tunisie

²Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Paris 5
45 rue des Saints Peres, 75270 Paris Cedex 06, France

³Service d’Imagerie Médicale, EPS Charles Nicolle
Boulevard du 9 avril, Tunis 1007, Tunisie

nizar.bouhlel@enit.rnu.tn, Sylvie.Sevestre@math-info.univ-paris5.fr,
hamza.radhi@rns.tn

Résumé – On propose dans cet article une nouvelle modélisation de la texture issue de l’imagerie cohérente basée sur les champs de Markov. Ce modèle permet de prendre en compte le comportement spatial de la texture tout en conservant une distribution locale de type loi \mathcal{K} . Afin de ce respecter la nature des intensités lumineuses, on choisit de se placer localement dans le cadre du modèle produit. Ainsi, la construction de ce modèle passe par celle d’un champ markovien de distribution locale gamma. Ce dernier modèle est volontairement choisi en dehors de la classe des auto-modèles de Besag afin de pouvoir contrôler facilement sa moyenne locale. Afin de comprendre le rôle des paramètres du champ markovien \mathcal{K} , un ensemble de textures synthétiques sont ici présentées. On procède ensuite à une première validation du modèle par la synthèse de textures échographiques. Ce modèle est ensuite testé sur des textures extraites d’images échographiques.

Abstract – We propose in this article a new model of the coherent imagery texture based on Markov Random field. This model permits to take in account the spatial information of the texture while preserving a local distribution \mathcal{K} . In order to respect the luminous intensity properties, one chooses to stand locally in the setting of the product model. Thus, the construction of this model implies the construction a Markov random field with a local distribution gamma. This last model is chosen outside of the class of auto-models of Besag in order to be able to control easily its local average. In order to understand the role of the \mathcal{K} field parameters, a synthetic texture whole is presented here. This model is tested then on textures extracted of echographic pictures.

1 Introduction

Depuis de nombreuses années, il est admis que l’imagerie cohérente incluant le laser, le radar et l’ultrason, produit une image qui peut être considérée comme une image idéale dégradée par un bruit multiplicatif [1].

Un certain nombre de travaux ont mis en évidence la richesse de la loi \mathcal{K} pour décrire la distribution des niveaux de ce type d’image [2], [3], [4]. Une telle modélisation sur les intensités conduit, dans le cadre du modèle produit, à celle d’une loi gamma pour l’image idéale et à celle d’une loi exponentielle pour le bruit multiplicatif [5]. Cette dernière approche demeure cependant insuffisante pour décrire les données expérimentales puisqu’elle ne permet pas d’extraire l’information spatialement contenue dans l’image.

On relève dans la littérature, plusieurs tentatives de modélisation spatiale de ces images essentiellement basées sur les champs markoviens. Elles se répartissent en deux catégories : la première qui consiste à modéliser la texture de l’image par un champ gaussien mais cela ne permet pas de conserver les propriétés de la distribution des niveaux de l’image, la seconde dont l’objectif est généralement la segmentation n’intègre aucune information a priori permettant de décrire spatialement la texture.

On propose donc ici une nouvelle modélisation de la tex-

ture basée sur les champs de Markov permettant de prendre en compte son comportement spatial tout en conservant localement une loi \mathcal{K} pour la distribution de ses intensités. La construction de ce modèle exploite localement les propriétés du modèle produit dont on rappelle en première section le principe.

2 Modèle du Produit

Les intensités lumineuses produites par l’imagerie cohérente et en particulier l’imagerie ultrason [4] peut être caractérisée par une loi de distribution de type \mathcal{K} . Si I est une variable aléatoire de loi \mathcal{K} de paramètre $(\alpha, \beta) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$, notée ici $\mathcal{K}(\alpha, \beta)$, alors I a pour densité :

$$f_{\alpha, \beta}(i) = \frac{2\beta}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta i}{2}\right)^\alpha K_{\alpha-1}(\beta i); \quad \forall i \in \mathbb{R}_+. \quad (1)$$

où $K_{\alpha-1}$ est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d’ordre $\alpha - 1$. Les deux premiers moments de I valent respectivement :

$$E(I) = \frac{\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{\Gamma(\alpha)} \frac{2}{\beta} \Gamma(1.5), \quad E(I^2) = \frac{4\alpha}{\beta^2}. \quad (2)$$

On peut aussi définir la variable aléatoire I comme étant la racine carré du produit de deux variables aléatoires indépendantes

notées X et Y .

$$I = \sqrt{X \times Y}. \quad (3)$$

Dans ce cas, X qui suit une loi gamma de paramètres $(a, b) \in \mathbb{R}_+^*$, est généralement interprétée comme l'image idéale inobservée. Quant à la variable Y , elle suit une loi exponentielle de moyenne 1 et joue le rôle du bruit multiplicatif. La relation existante entre les paramètres de la loi \mathcal{K} et de ceux de la loi gamma peut être déterminée à l'aide de l'expression de leur densité. En effet, la loi \mathcal{K} est liée à la loi gamma dans le cadre du modèle du produit par la relation ($\alpha = a$ et $\beta = 2\sqrt{b}$).

3 Champ de Markov de loi \mathcal{K}

La construction de ce champ reprend localement la construction de la loi \mathcal{K} dans le cadre du modèle produit. Ainsi, on suppose qu'en tout pixel s de l'ensemble S des pixels de l'image, son intensité lumineuse I_s connaissant $I_{V_s} = (I_r)_{r \in V_s}$ celles de son voisinage V_s , suit une loi \mathcal{K} dont les paramètres dépendent de I_{V_s} . Dans le cadre du modèle produit, cette modélisation conduit à introduire pour chaque pixel s de l'image :

- une variable X_s de loi γ dont les paramètres dépendent du voisinage,
- un bruit multiplicatif de loi exponentielle de moyenne 1 indépendant de X_s .

En appliquant à nouveau la racine carré à ce produit de variables, on obtient donc une loi \mathcal{K} dont les paramètres fluctuent avec les intensités du voisinage I_{V_s} .

Par conséquent, la construction de I , champ de texture markovienne de type \mathcal{K} , passe par celle d'un modèle markovien X de distribution locale de type γ . La loi gamma appartenant à la famille exponentielle, l'approche la plus simple est d'exploiter les auto-modèles de Besag [6] comme le suggère l'auteur lui-même. Ceci conduit à la loi conditionnelle suivante [7]:

$$(X_s/X_r = x_r, r \in V_s) \propto \gamma(c, a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r), \quad (4)$$

où $c \in \mathbb{R}_+^*$, $a_s, b_{sr} \in \mathbb{R}$. Dans ce cas, la moyenne locale vaut :

$$\frac{c}{a_s + \sum_{r \in V_s} b_{sr} x_r} \quad (5)$$

et s'écrit donc non linéairement en fonction des paramètres d'interaction $(b_{sr})_{s,r \in S^2}$ du champ ce qui alors rend délicate la simulation mais aussi l'estimation des paramètres du modèle. Pour remédier à cela, nous proposons d'utiliser un modèle plus général proposé par Besag pour les familles de lois exponentielles [8]. On obtient alors:

$$(X_s/X_r = x_r, r \in V_s) \propto \gamma(a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r, c) \quad (6)$$

où $c \in \mathbb{R}_+^*$, $a_s, b_{sr} \in \mathbb{R}$. La moyenne s'écrit alors linéairement en fonction des paramètres du champ:

$$E\{X_s/X_r = x_r, r \in V_s\} = (a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r)/c \quad (7)$$

On aboutit alors à un champ de Markov sur l'image observée I où la loi conditionnelle de l'intensité I_s connaissant celles de

ses voisins $I_{V_s} = (i_r)_{r \in V_s}$ est une loi \mathcal{K} de paramètre (α_s, β) définie comme suit:

$$\alpha_s = a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln i_r, \quad \beta = 2\sqrt{c} \quad (8)$$

Les deux premiers moments locaux du modèle \mathcal{K} valent alors :

$$E\{I_s | I_r = i_r, r \in V_s\} = \frac{\Gamma(\alpha_s + \frac{1}{2})}{\Gamma(\alpha_s)} \frac{2}{\beta} \Gamma(1.5) \quad (9)$$

$$(a_s + 1 + \sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r)$$

$$E\{I_s^2 | I_r = i_r, r \in V_s\} = 4 \frac{\sum_{r \in V_s} b_{sr} \ln x_r}{\beta^2} \quad (10)$$

Ainsi la linéarité du moment d'ordre 1 du champ γ en fonction des paramètres d'interaction se traduit par celle du moment d'ordre 2 du champ \mathcal{K} .

4 Synthèses de texture

Afin de comprendre le rôle des paramètres du modèle markovien \mathcal{K} , nous présentons ici trois textures synthétiques. Pour simuler ces images de taille 50×50 , nous utilisons l'échantillonneur de Gibbs itéré 30 fois sur l'ensemble des sites de l'image avec des conditions aux bords toriques. Pour ces trois simulations, le champ est considéré stationnaire d'ordre 1 ou 2. Ainsi, les paramètres sont supposés indépendants du site considéré et notés selon le schéma proposé dans [8]:

$$b_{sr} = b_k \quad k \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \forall r \in V_s, \quad a_s = a \quad \forall s \in S. \quad (11)$$

En effet, b_1 traduit l'interaction de deux pixels voisins sur la direction horizontale, b_2 celle de deux pixels voisins sur la direction verticale et b_3, b_4 respectivement sur la seconde et la première diagonale.

Le choix des paramètres se déroule en deux temps. Dans un premier temps, on détermine la valeur du paramètre β du champ. On suppose pour cela que les intensités lumineuses sont modélisables par une loi \mathcal{K} . On choisit ainsi la valeur α_g du paramètre de cette loi donnant alors une information globale sur l'image. En effet, il est connu que si ce paramètre est petit (< 10), la texture contiendra de grandes variations dans ses niveaux et inversement [9]. Pour les trois simulations ci-dessous, on a choisi $\alpha_g = 2$ afin de faciliter l'apparition de motifs dans la texture. Puis, à l'aide la relation (2) et d'une valeur μ fixée de la moyenne globale de la future image synthétique, on en déduit une valeur plausible du paramètre β du champ.

Dans un deuxième temps, on exploite la relation (8) liant α_s aux paramètres d'interaction du champ. Pour déterminer ces derniers, on choisit de remplacer α_s par α_g et toute intensité par la moyenne globale μ de l'image. On résoud l'équation caricaturale suivante :

$$\alpha_g = a + 1 + \sum_{i=1}^4 b_i \ln \mu \quad (12)$$

qui permet alors de conserver globalement à la fois μ et α_g . Ainsi, le rôle du paramètre a permettra de moduler l'effet des paramètres d'interaction (b_i) tout en conservant les valeurs globales. Les simulations de la figure (1) permettent de comprendre le rôle des paramètres d'interaction du champ. En effet on constate que lorsqu'un paramètre d'interaction b_i est positif alors les

pixels voisins suivant la direction qui lui est associée ont tendance à avoir des intensités proches. Quand ce paramètre devient négatif, un phénomène de répulsion apparaît. Ces deux phénomènes s'observent conjointement :

- sur l'image (ii) de la figure (1), on constate un phénomène d'attraction sur l'horizontale et la verticale ($b_1 = b_2 = 0.4$) et un phénomène de répulsion sur les deux diagonales ($b_3 = b_4 = -0.4$).
- sur l'image (iii) de la figure (1), on constate un phénomène d'attraction sur la première diagonale ($b_3 = 0.45$) et un phénomène de répulsion sur la seconde diagonale ($b_4 = -0.45$).

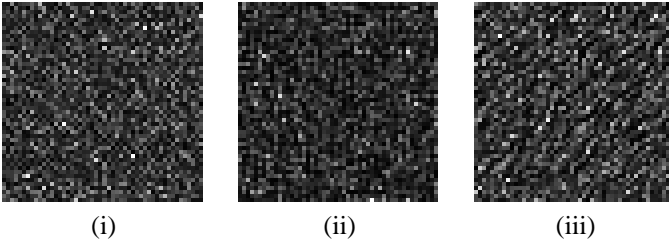


FIG. 1: Les trois textures ci-dessus ont pour paramètres $\alpha_g = 2$, $\mu = 118$ et $\beta = 0.02$. De plus l'image (i) est la réalisation d'un champ isotropique répulsif d'ordre 1 tel que $b_1 = b_2 = -0.42$ et $a = 9$. Les images (ii) et (iii) est un champ anisotropique d'ordre 2 avec $a = 1$. Pour l'image (ii) les paramètres d'interaction sont $b_1 = b_2 = 0.4$ et $b_3 = b_4 = -0.4$. Pour l'image (iii) les paramètres d'interaction sont $b_3 = 0.45$ et $b_4 = -0.45$.

Pour finir, on constate dans le tableau (1) que la stratégie de sélection des paramètres a donc permis de conserver les trois données globales d'image dont les intensités sont modélisables par une loi \mathcal{K} à savoir α_g et β et par conséquent μ la moyenne globale de l'image.

TAB. 1: Tableau comparatif : ci-dessous figurent les paramètres globaux choisis pour des trois textures synthétiques de la figure (1) ainsi que leur estimation sur ces images.

Para.	α_g	$\hat{\alpha}_g$	β	$\hat{\beta}$	μ	$\hat{\mu}$
Fig. 1	2	2.0922	0.02	0.0175	118	124.59
Fig. 2	2	1.8012	0.02	0.0156	118	113.87
Fig. 3	2	1.7383	0.02	0.0151	118	115.07

5 Synthèse de texture échographique

Les textures constituant les images échographiques comprennent de l'information spatiale que le radiologue exploite visuellement pour obtenir une segmentation de zones fibreuses. Nous proposons par conséquent d'opérer une première validation par la synthèse de ce type de texture à l'aide de simulations d'un champ \mathcal{K} stationnaire d'ordre 4.

Cette validation nécessite une étape préliminaire d'estimation du vecteur des paramètres ($a, b_1, \dots, b_8, \beta$) du modèle. On reprend pour cela la stratégie de sélection des paramètres décrite au paragraphe précédente. La mise en oeuvre de la première étape de cette stratégie nécessite l'estimation au préalable des paramètres μ et α_g . Ainsi, on estime sur la texture à synthétiser,

sa moyenne μ par la moyenne empirique $\hat{\mu}$ ainsi que le paramètre α_g par la méthode des moments. On en déduit facilement un estimateur de β en remplaçant dans l'équation (2) μ et α_g par leur estimateur.

La seconde étape de la stratégie va nous permettre d'imposer une contrainte à nos paramètres. On va donc chercher à l'aide de la méthode des moindres carrés une estimation de a et (b_i) permettant de conserver le moment local d'ordre 2 $\mu_{2,s}$ sous la contrainte de conservation des paramètres globaux de l'image à savoir α_g et μ . Tout d'abord, pour chaque configuration de voisinage $I_V^{(k)}$ $k = 1, \dots, K$ présent dans l'image, on peut constituer un échantillon d'intensités lumineuses de pixels ayant $I_V^{(k)}$ comme configuration de voisinage. A l'aide de cet échantillon, on construit la version empirique on estime $\mu_{2,s}$ par sa version empirique $\hat{\mu}_2^{(k)}$.

Afin d'avoir un échantillon suffisamment grand (≥ 10), on réduit le nombre de types de voisinages possibles, caractérisés par le vecteur des sommes $\left(\sum_{r, |r-s|=l} \ln I_r \right)_l$ associé aux vecteurs de paramètres b , en répartissant les valeurs possibles de chacune des sommes en 4 classes.

Dans un deuxième temps, on estime les paramètres a et b du champ à l'aide de la méthode des moindres carrés exploitant l'équation (10) qui lie linéairement chaque $\mu_{2,s}$ au vecteur de paramètres du champ quand le paramètre β est supposé connu. Cette estimation se fait sous la contrainte de positivité de α_s quand les sommes des logarithmiques atteignent leurs valeurs maximales. A cette dernière contrainte s'y ajoute donc celle de la contrainte de conservation des paramètres globaux de l'image motivée par la seconde étape de la stratégie de sélection des paramètres.

L'image test est une image échographique de type B-scan, mono-grille, prise à l'hôpital Charles Nicolle de Tunis au service radiologie. Le sujet test de l'image est un site reinale. Dans cette image y figure le foi dont on extrait une portion de taille 41×61 pour en simuler la texture. Le résultat de cette simulation correspond à l'image (ii) de la même figure. On observe à nouveau une excellente conservation des pa-

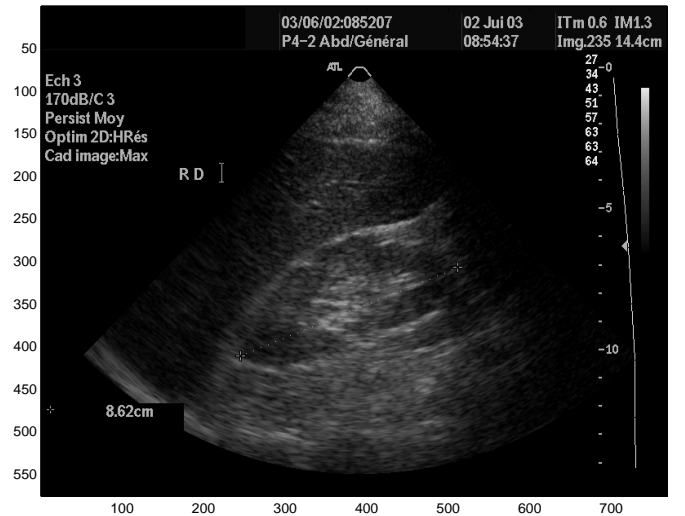


FIG. 2: Echographie d'un site reinale où figure au dessus du rein le foi.

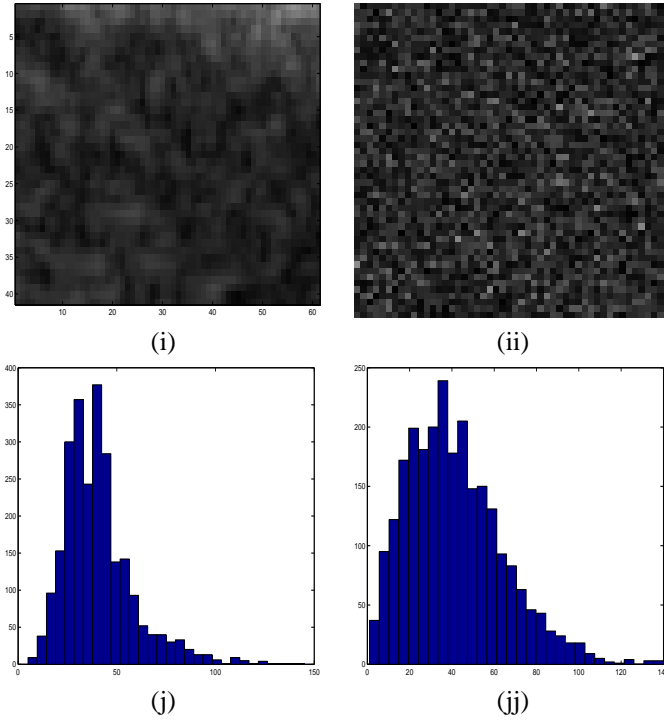


FIG. 3: (i) Texture de foi extraite de l'image de la figure (2) de paramètres globaux $\mu = 42$, $\alpha_g = 10.28$, $\beta = 0.134$ et $a = 5.7237$ et de paramètres d'interactions $b_1 = 1.4842$ $b_2 = \dots = b_7 = 0$ et $b_8 = -0.5038$. (ii) Texture synthétique déduite de l'image dont les paramètres globaux sont $\mu = 41.4$, $\alpha_g = 13.13$ et $\beta = 0.1618$. (i). L'histogramme de l'image (i) (resp. (ii)) figure en (j) (resp. (jj)).

ramètres globaux μ , α_g . Par contre la simulation (ii) apparaît plus "bruitée" que l'image originale (i). Cette défaillance peut provenir de la méthode d'estimation des paramètres d'interaction b et a qui ne permet pas de traduire de façon précise l'organisation de la texture dans ces derniers paramètres. Les paramètres une fois estimés sont utilisées pour la simulation du modèle.

6 Discussion

La méthode d'estimation utilisée pour la synthèse de texture ne permet pas de traduire de façon suffisamment précise l'organisation spatiale de la texture. Notre objectif actuel est d'améliorer cette procédure permettant d'intégrer la contrainte de positivité des paramètres du champ qui s'exprime donc par:

$$\alpha_s = a + 1 + \sum_{r \in V_s} b_i \ln i_r > 0 \quad \forall s \in S, \quad \beta > 0 \quad (13)$$

Lors de la présentation de ce travail, nous proposerons la synthèse de texture résultant de l'observation d'autres organes comme le sein, le foi, le rein pour lesquels comme le mentionne [10], les intensités lumineuses suivent globalement une loi \mathcal{K} .

Références

[1] J.W. Goodman, "Some fundamental properties of speckle", J. Opt. Soc. Amer., Vol.66, pp.1145-1150, Nov.1976.

[2] Klaus Schatzel, "K-distribution phase differences in turbulent random phase screens", Opt. Soc. Amer. Vol.73, No.3, pp.269-276, March 1983.

[3] R. C Molthen, P.M. Shankar, J.M. Reid, F. Forsberg, E.J. Halpern, C.W. Piccoli and B.B. Goldberg "Comparisons of the Rayleigh and K-distribution models using in vivo breast and liver tissue" Ultrasound Med. Biol. Vol. 24, no.1, pp. 93-100, 1998.

[4] P. Mohana Shanker, "A General Statistical Model for Ultrasonic Backscattering from Tissues", IEEE, Trans. On Ultrasonics, Ferro. And Frequency Control, Vol.47, No.3, May 2000.

[5] Jakeman E., Tough R. J. A. "Generalized K-distribution: a statistical model for weak scattering" J. of Opt. Soc. Am., Vol. 13, P. 1764 à 1771, septembre 1987.

[6] Besag J. , 74 "spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems", J.R.S.S. B-36, 192-236.

[7] Belhadj Z., Bouhleb N., Sevestre G. S. and Boussema M. R. "Heterogeneous SAR Texture Characterization By means of Markov Random Fields". Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000. Proc. IGARSS 2000. IEEE 2000 International, Vol.:2, 2000. P.: 579-581.

[8] X. Guyon 1995 "Champs aléatoire sur un réseau, modélisation, statistique et application" pp. 59-60, Edition Masson 1993.

[9] Yueh S.R., Kong J.A., Jao J.K., Shin R.T., Zebker H.A., Le Toan T. and Otl H., "K-Distribution and polarimetric terrain clutter". Polarimetric remote sensing, edited by J.A. Kong, Amsterdam: Elsevier, 1990.

[10] P.M. Shankar, V.A. Dumane, J.M. Reid, V. Genis, F. Forsberg, E.J. Halpern, C.W. Piccoli and B.B. Goldberg, 2000 "Use the K-Distribution for Classification of Breast Masses", Ultrasound in Med. and Biol., Vol.26, No.9, pp.1503-1510, 2000.