

Etude de l'effet de l'estimation du canal sur le récepteur en râteau

Ahmed SAADANI, Stefan WENDT, Daniel DUPONTEIL

France Télécom R&D - 38-40 rue du Général Leclerc - 92794 Issy les Moulineaux cedex 9 - France
ahmed.saadani, stefan.wendt, daniel.duponteil@francetelecom.com

Résumé –

Nous étudions les effets de l'estimation du canal sur la performance du récepteur en râteau (Rake). Une fonction caractéristique générale de l'énergie utile est déduite. Elle reflète l'impact du biais de l'estimation du canal et du bruit. Cette formule est appliquée pour l'approximation de la probabilité d'erreur dans le cas de trajets espacés par des multiples d'un temps chip. Une nouvelle borne inférieure est établie analytiquement dans le cas de trajets multiples corrélés par le filtre de mise en forme.

Abstract –

The channel estimation effects on the Rake receiver performance is studied. A general characteristic function of the useful energy is derived. It contains the channel estimation bias and the noise effects. This formulation is applied to approximate the error probability when paths are spaced by multiple of the chip duration. A new Rake performance lower bound is established analytically in the case of correlated paths caused by the pulse shaping filter.

1 Introduction

Dans les systèmes CDMA, le récepteur en râteau permet d'exploiter la diversité des trajets multiples. Il accomplit ce travail en distinguant les trajets et en les recombinaient correctement. La performance du récepteur est sensible à la qualité de l'estimation de canal. Beaucoup des travaux ont été effectués pour obtenir une évaluation fiable comme la méthode "Bootstrap" ou l'approche turbo. Leur implementation hardware reste cependant complexe. Pour le mode UMTS FDD[1], une estimation conventionnel de canal est employée. Elle est basée sur l'étalement et des symboles pilotes qui sont désérialés par le récepteur en râteau et par conséquent fournissent une estimation du canal. Dans cet article nous nous intéresserons à cette méthode d'estimation de canal.

Les trajets d'un canal sont souvent considérés indépendants l'un de l'autre. Il y a cependant une influence entre les trajets du canal en raison du filtre de mise en forme du système de transmission quand les retards des trajets ne sont pas des multiples du temps chip. Dans ce cas les estimés des coefficients du canal deviennent biaisés et dégradent les performances. Une analyse de la corrélation des trajets dans le cas d'une estimation parfaite à été traitée dans [2]. Notre article propose une borne analytique inférieure de la probabilité d'erreur non codée dans le cas de trajets multiples corrélés. Dans [3] ils proposent une approximation pour étudier l'effet du bruit Gaussien de l'estimé du canal. Nous dérivons analytiquement une autre approximation et nous comparons les deux. L'impact des erreurs d'estimation de phase dans le cas d'un système contrôlé en puissance sont étudiées dans [4].

Cet article a la structure suivante. Dans la section 2 le modèle de système est présenté. Dans section 3 le modèle d'estimation de canal employé par le récepteur Rake est donné. Nous établissons dans la section 4 la fonction caractéristique de l'énergie utile qui tient compte du bruit et du biais. Deux applications de la formule précédente sont présentées dans la section 5. D'abord, la performance du récepteur Rake en absence du

biais est étudiée et comparée avec les résultats de simulation. Une borne analytique inférieure est ensuite dérivée remplaçant la borne du filtre adapté. Nos conclusions sont données dans la section 6.

2 Modèle du système

Le canal à L trajets discrets est défini par les coefficients d'atténuation h_i et les délais relatifs τ_{ij} ($i, j = 0 \dots L-1$). Nous appelons T_c et T_s respectivement le temps chip et le temps symbole. Les symboles transmis s_k sont étalés par une séquence c_k de longueur L_c puis filtrés par un filtre de racine de Nyquist $p(t)$ de facteur de débordement de 0.22.

La séquence d'étalement est supposée être parfaite et la sortie du récepteur Rake peut être écrite comme

$$r_k = \sqrt{E_s} \left(\sum_{i=0}^{L-1} \hat{h}_i^* \sum_{j=0}^{L-1} h_j g_{ij} \right) s_k + \sum_{i=0}^{L-1} \hat{h}_i^* n_i \quad (1)$$

avec n_i la densité spectrale unilatérale du bruit gaussien N_0 et $g(t)$ la fonction de corrélation, $g_{ij} = p \otimes p(\tau_{ij})$ est le coefficient de corrélation entre les trajets, E_s est la puissance du symbole transmis, \hat{h}_i est l'estimé du coefficient d'atténuation h_i . $(.)^*$ représente le transpose conjugué.

L'équation (1) peut être écrite sous la forme matricielle

$$r_k = \sqrt{E_s} \hat{H}^* G H s_k + \hat{H}^* N \quad (2)$$

avec $H = [h_0, \dots, h_{L-1}]^t$, $\hat{H} = [\hat{h}_0, \dots, \hat{h}_{L-1}]^t$, $N = [n_0, \dots, n_{L-1}]^t$ et $G = [g_{ij}]_{(i,j=0 \dots L-1)}$.

3 Estimation du canal

L'estimation de canal classique utilise M symboles pilotes supposés parfaitement désérialés. Le vecteur d'estimation de canal est

$$\hat{H} = G H + B \quad (3)$$

avec $B = [b_0, \dots, b_{L-1}]^t$ le vecteur du bruit dont les composantes sont Gaussiennes avec densité spectrale $N_b = \frac{N_0}{M\alpha}$. Le coefficient α correspond au gain d'énergie des symboles pilotes comparé à l'énergie des symboles data. La fonction de corrélation du bruit est $N_b g(t)$.

L'équation (3) montre la présence du biais dans le cas où les trajets ne sont pas espacés par des multiples de la période chip T_c . Cette dégradation peut être éliminée avec l'approche maximum de vraisemblance suivante [3].

4 Distribution de l'énergie utile

En tenant compte de l'expression de l'estimation de canal de (3) et pour une modulation BPSK la sortie souple du récepteur Rake peut être écrite comme

$$\hat{s}_k = \sqrt{E_s} \text{Re}(H^* GGH + B^* GH) s_k + \text{Re}((H^* G + B^*) N) \quad (4)$$

Dans beaucoup de travaux précédents, le terme $\sqrt{E_s} \text{Re}(B^* GH) s_k$ est considéré comme un bruit. Dans ce qui suit, ce terme est utilisé comme énergie car il contient une information sur les symboles data s_k . Pour établir la fonction de la densité de probabilité $\rho = \text{Re}(H^* GGH + B^* GH)$, sa fonction caractéristique est d'abord déterminée

$$\begin{aligned} \psi_\rho(\nu) &= E(e^{j\nu\rho}) \\ &= \int \int e^{j\nu \text{Re}(H^* GGH + B^* GH)} \text{Pr}(H) \text{Pr}(B) dH dB \end{aligned}$$

avec $\text{Pr}(H) = \frac{1}{\pi^L \det(K)} \exp(-H^* K^{-1} H)$ et $K = \text{diag}([\bar{\lambda}_0, \dots, \bar{\lambda}_{L-1}])$ est $L \times L$ la matrice diagonale avec $\bar{\lambda}_i$ est la puissance du trajet i . $\text{Pr}(B) = \frac{1}{\pi^L \det(R_b)} \exp(-B^* R_b^{-1} B)$ et R_b est le bruit de l'estimation de canal B la matrice d'auto-corrélation. Le symbole j remplit $j^2 = -1$.

En utilisant [5], la fonction caractéristique s'écrit

$$\begin{aligned} \psi_\rho(\nu) &= \int e^{j\nu(H^* GGH)} \int e^{j\nu \text{Re}(B^* GH)} \text{Pr}(B) dB \text{Pr}(H) dH \\ &= \int e^{j\nu(H^* GGH)} \cdot e^{-\frac{\nu^2}{4} H^* G R_B G H} \text{Pr}(H) dH \\ &= \frac{1}{\det(I_L - (j\nu G G + \frac{\nu^2}{4} G R_B G) K)} \quad (5) \end{aligned}$$

avec I_L la matrice d'identité $L \times L$.

L'équation (5) est similaire à celle employée pour dériver la borne du filtre adapté (MBF) dans le cas d'une estimation parfaite du canal [2]. Cette nouvelle forme est une généralisation car elle inclut le bruit de l'estimation de canal $\frac{1}{4} G R_B G K$ et les effets du biais $G^2 K$. Il est à noter que même si le bruit de l'estimation est réduit à zéro la borne du filtre adapté MBF ne peut pas être atteinte avec l'estimation considérée.

Pour le cas des trajets multiples espacés par des multiples du temps chip T_c (i.e $G = I_L$), une fonction analytique de la densité de probabilité de l'énergie ρ peut être établie. Néanmoins, si les sorties des doigts du récepteur Rake sont corrélées et si un nombre important de symboles pilotes est utilisé nous proposons de négliger la corrélation du bruit car elle est minoritaire par rapport au biais. Dans la section suivante quelques applications directes de l'équation (5) sont étudiées.

5 Etude des performances

5.1 Sorties non corrélées des doigts du Rake

5.1.1 Analyse théorique

La fonction caractéristique de l'énergie (5), lorsque les délais des trajets sont multiples de T_c devient

$$\psi_\rho(\nu) = \prod_{i=0}^{L-1} \frac{1}{(1 - \bar{\lambda}_i j \nu + \bar{\lambda}_i \frac{N_b}{4} \nu^2)}. \quad (6)$$

Sans perte de généralité nous supposons que $\lambda_i \neq \lambda_j \forall i \neq j$ et que la fonction (6) peut être décomposée comme

$$\psi_\rho(\nu) = \sum_{i=0}^{L-1} a_i \left(\frac{1}{\nu - \nu_i^1} - \frac{1}{\nu - \nu_i^2} \right).$$

avec ν_i^1 et ν_i^2 sont des zéros du polynôme $(1 - \bar{\lambda}_i j \nu + \bar{\lambda}_i \frac{N_b}{4} \nu^2)$. Les zéros sont imaginaires et de signes opposés. Les coefficients $a_i = \left(\frac{1}{\nu_i^1 - \nu_i^2} \right) \prod_{j=0, j \neq i}^{L-1} \left(\frac{1}{\nu_j^1 - \nu_j^2} \cdot \nu_j^1 - \nu_j^2 \right)$ sont également imaginaires. La distribution d'énergie est alors

$$\text{Pr}(\rho) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{L-1} |a_i| e^{j\nu_i^1 \rho} s_i \rho \geq 0 \\ \sum_{i=0}^{L-1} |a_i| e^{j\nu_i^2 \rho} s_i \rho \leq 0 \end{cases}. \quad (7)$$

La variance du bruit peut être écrite comme

$$\begin{aligned} E_N(((H^* + B^*)N)^2) &= N_0(H^* H + 2\text{Re}(B^* H) + B^* B) \\ &= N_0(\rho + \text{Re}(H^* B) + B^* B). \quad (8) \end{aligned}$$

avec $E_N(\cdot)$ la valeur moyenne du processus N . En supposant que $\text{Re}(H^* B) + B^* B$ est indépendant de ρ , la variance du bruit devient

$$E_N(\text{Re}((H^* + B^*)N)^2) = N_0(\rho + LN_b)$$

et le taux d'erreur binaire non-codé peut être approché comme

$$\begin{aligned} BER_{\text{approx1}} &= \int_0^{+\infty} Q\left(\frac{\rho}{\sqrt{\frac{N_0}{2E_s} |\rho + LN_b|}}\right) p(\rho) d\rho + \\ &\int_{-\infty}^0 \left(1 - Q\left(\frac{-\rho}{\sqrt{\frac{N_0}{E_s} |\rho + LN_b|}}\right)\right) p(\rho) d\rho \quad (9) \end{aligned}$$

Dans [3] ils définissent le terme d'énergie dans l'équation (3) comme $H^* H$ et le terme du bruit comme $\text{Re}(\sqrt{E_s} (B^* H) s_k + (H^* + B^*) N)$. En approchant le produit du bruit symbole et du bruit d'estimation de canal comme bruit gaussien, ils déduisent une approximation du taux d'erreur binaire

$$BER_{\text{approx2}} = \int Q\left(\frac{H^* H}{\sqrt{\frac{N_0}{E_s} (H^* H (1 + E_s \frac{N_b}{N_0}) + LN_b)}}\right) p(H) dH \quad (10)$$

5.1.2 Résultats des simulations

Figure 1 montre les performances théoriques utilisant (9) et (10). Le canal simulé est le "Case 3" du 3GPP décrit dans la table 1. Les symboles pilotes et d'information ont la même énergie. La première approximation est légèrement meilleure que la deuxième et plus simple à calculer. Quand le nombre de symboles pilotes augmente, la borne du filtre adapté est atteinte.

Trajet	λ_i (dB)	τ_{ii+1} (ms)
0	0.0	0.260
1	-3.0	0.520
2	-6.0	0.780
3	-9.0	#

TAB. 1: 3GPP Case3: définition du canal

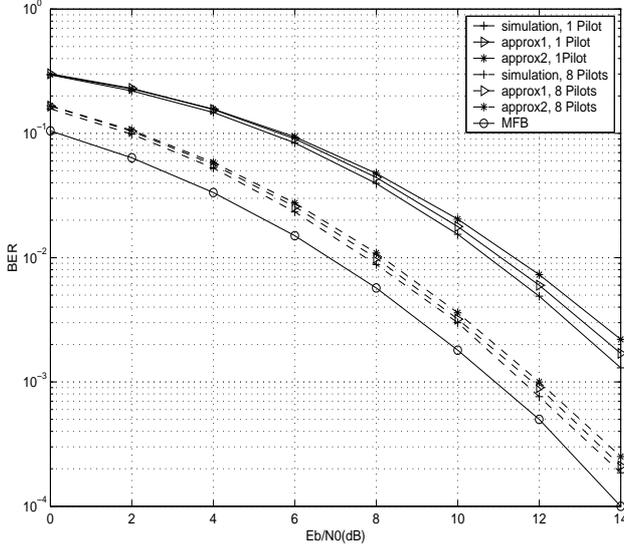


FIG. 1: Approximations des performances de l'estimation de canal

5.2 Sorties corrélées des doigts du Rake

5.2.1 Analyse théorique

L'effet du biais est évalué en dérivant une nouvelle borne inférieure analytique. Cette borne est différente de celle du filtre adapté car elle tient compte du biais de l'estimation du canal. Supposons que le bruit de l'estimation de canal N_b est réduit à zéro en employant un grand nombre de symboles pilote. La fonction caractéristique de l'énergie (5) devient

$$\psi_\rho(\nu) = \frac{1}{\det(I_L - \nu GGK)}. \quad (11)$$

Ce qui est équivalent à

$$\psi_\rho(\nu) = \prod_{i=0}^{L-1} \frac{1}{(1 - \bar{\lambda}_i \nu)}, \quad (12)$$

avec $\bar{\lambda}_i$ les valeurs propres du produit GGK . Dans le cas d'une estimation parfaite du canal seulement le produit GK [2] est diagonalisé. A partir de l'équation (12) le profil de l'énergie est établi et la borne inférieure est déduite.

$$BER_{LB} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \theta_i \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_i}{1 + \bar{\gamma}_i}}\right), \quad (13)$$

avec $\bar{\gamma}_i = \frac{\bar{\mu}_i}{N_0}$, $\bar{\mu}_i = \frac{\bar{\lambda}_i}{\sum_j \bar{\lambda}_j}$ sont les valeurs propres normalisées et $\theta_i = \prod_{j \neq i} \frac{\lambda_i}{\lambda_i - \lambda_j}$.

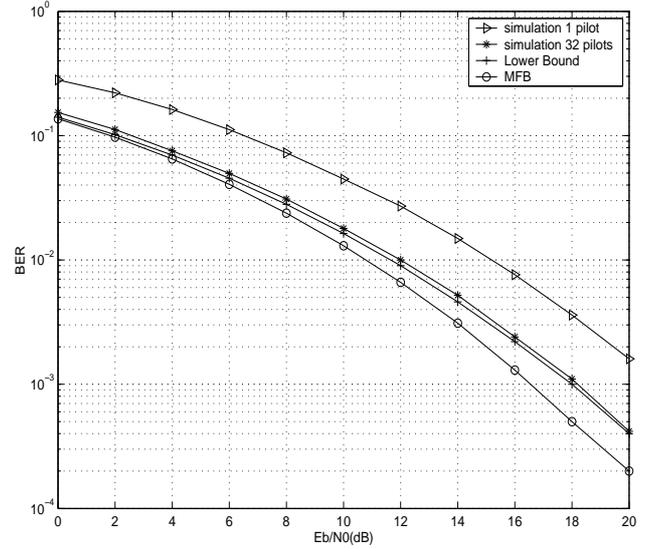


FIG. 2: Effet du biais de l'estimation de canal

5.2.2 Résultats des simulations

Nous utilisons le modèle de canal 3GPP Pedestrian A composé de quatre trajets. Les puissances et les délais sont résumés dans la table 2.

Trajet	λ_i (dB)	τ_{ii+1} (ms)	λ'_i (dB)
0	0.0	0.110	0.0
1	-9.7	0.190	-15.61
2	-19.2	0.410	-54.44
3	-22.8	#	-25.71

TAB. 2: Canal 3GPP Pedestrian-A: définition et valeurs propres (12)

Dans le même tableau les nouvelles valeurs propres tenant compte du biais de l'estimation de canal sont citées. Le biais réduit la diversité effective à trois et la borne inférieure de la probabilité d'erreur est au dessus de la borne du filtre adapté.

Les résultats de simulations du récepteur sont montrés sur la figure 2 pour 1 et 32 symboles pilotes. Ces symboles sont transmis avec la même énergie que celle d'information. La probabilité d'erreur s'approche de la borne inférieure (13) et la MBF ne peut jamais être atteinte.

6 Conclusion

L'impact de l'estimation du canal sur les performances du récepteur Rake a été étudié. Une formule donnant la fonction caractéristique de l'énergie à la sortie du Rake est dérivée. Elle contient le bruit de l'estimation de canal et les effets du biais. Une approximation efficace de la probabilité d'erreur est déduite et vérifiée par simulation. Dans le cas d'un canal dont les retards des trajets ne sont pas multiples du temps chip, une borne inférieure analytique est donnée qui remplace la MFB. Dans les futurs travaux nous allons nous intéresser à d'autres applications de la fonction caractéristique générale comme l'effet de l'estimation sur le contrôle de puissance.

Références

- [1] 3GPP TS 25.211 V4.3.0 (2001-12)
- [2] S. A. Fechtel and H. Meyr “A New Method of Evaluating the Matched-Filter Bound for Uncoded and Trellis-Coded Transmission over Frequency-Selective Fading Channels”, *IEEE GLOBECOM*, pp. 905-909, vol. 2, 1992.
- [3] H. Boujemaa and M. Siala “On The RAKE Receiver Performance”, *IEEE VTC Fall*, London, UK, vol. 3, sept. 2000.
- [4] K. J. Quirk and L. B. Milstein “The Effects of Phase Estimation Errors on RAKE Receiver Performance” *IEEE Trans. on Inform. Theo.*, pp. 669-682, vol.48, no. 3, march 2002.
- [5] M. Abramowitz, and I.Stegun, Handbook of Mathematical Functions Dover Publications, INC., New York 1972.