# Influence et correction des interférences dues aux décalages en fréquence sur les transmissions OFDM dans un système multi-utilisateurs

Adrien RENOULT<sup>1,2</sup>, Marc CHENU-TOURNIER<sup>1</sup>, Inbar FIJALKOW<sup>2</sup>

<sup>1</sup>THALES Communications 66 rue du fossé blanc, 92231 Gennevilliers,+33 1 46 13 32 64 <sup>2</sup> ETIS / ENSEA - Univ. de Cergy-Pontoise - CNRS

adrien.renoult@fr.thalesgroup.com, marc.chenu@fr.thalesgroup.com fijalkow@ensea.fr

**Résumé** – Les systèmes d'accès large bande de type WLAN ou WMAN (Wireless Metropolitain ou Local Area Networks) utilisent des modems de type OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). De tels systèmes ont des débits suffisants pour de nombreuses applications, mais ils ont pour inconvénient majeur de ne supporter qu'un faible nombre de terminaux à haut-débit. Pour passer outre cette limitation nous proposons d'utiliser des techniques de détection multi-utilisateurs. Ceci permet d'augmenter le nombre de terminaux pouvant accéder au réseau simultanément sur la même fréquence et sur le même time-slot. De nouvelles contraintes apparaissent lorsque ce type de transmission est mis en place. En particulier, on observe des décalages en fréquence entre les différents terminaux qui sont dûs aux imprécisions des oscillateurs locaux. Le résultat est une perte d'orthogonalité entre les différentes sous-porteuses (pour chacun des émetteurs). Nous proposons donc dans cet article différents récepteurs prenant en compte ces décalages en fréquence. Ce travail est partiellement supporté par le projet IST STRIKE (FP5 IST-2001-38354).

**Abstract** – Broadband systems for WLAN and WMAN (wireless metropolitain or local area networks) rely on OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) modems (802.11a, HiperLAN/2, HiperMAN,...). The data rates offered by such systems are sufficient for numerous applications but the system bottleneck could be in the number of subscribers the systems could support at high data rates. To overcome this problem we propose to use multi-user detection (MUD) techniques to increase the number of simultaneous transmitters in the same frequency band in the same time slot. New impairments arise when performing such transmissions such as frequency impairments between the different subscribers due to low cost local oscillators. This results in a loss of orthogonality at the receiver side between the sub-carriers. We thus propose in this papier an ad hoc receiver taking into account these new impairments. This work is partially supported by the IST project STRIKE (FP5 IST-2001-38354).

# **1** Introduction

Les systèmes de transmission multi-porteuses ont été retenus pour proposer des accès fi xes haut-débit. Les débits ainsi proposés peuvent être suffi sants pour des liaisons point à point mais la capacité du système est limitée s'il y a beaucoup d'émetteurs. Nous nous situons dans un cadre multi-point à point. Comme les différents émetteurs ne partagent pas le même matériel, il est vraisemblable qu'il y ait des décalages en fréquence entre les différents émetteurs.

Or, les modulations OFDM sont très sensibles à de tels décalages. En effet, s'ils ne sont pas compensés, les sous-porteuses ne sont plus orthogonales et les performances des récepteurs s'en trouvent dégradées [1]. L'illustration de la dégradation des performances suite à un décalage en fréquence est présentée ci-après dans un cas SISO (on s'intéresse aux cas des canaux Gaussien et de Rayleigh respectivement fi gure 1 et 2; la modulation est une BPSK, la taille de la IFFT 64 et la taille du préfi xe cyclique fait 16, le canal est de Rayleigh avec 16 coeffi ciants, nous n'envoyons qu'un symbole OFDM). Les résultats obtenus montrent que lorsque le rapport signal sur bruit (RSB) croît, le taux d'erreur binaire (TEB) atteint un seuil. Ceci est dû au fait que les interférences introduites par le décalage en fréquence sont considérées comme un bruit. Afi n d'accroître la capacité du système multi-point à point, cet article se propose d'utiliser des techniques de détection conjointe sur le lien montant.

L'influence du décalage en fréquence est devient encore plus forte dans le cas d'une communication multi-utilisateurs. En effet, dans un tel système, chaque émetteur présente un décalage fréquentiel différent et le récepteur, captant l'ensemble des contributions de toutes ces sources, ne peut pas compenser le décalage en fréquence indépendamment pour chacune d'entre elles.

Il faudra donc utiliser à la réception une méthode d'estimation des symboles adaptée à ces décalages. Dans [3] les auteurs proposent de résoudre ce problème en effectuant une réjection d'interférences. Dans cet article, nous proposons une solution reposant sur une méthode d'estimation conjointe des symboles émis. Cette méthode donne de meilleurs résultats dans le cas du MLSE et possède une complexité inférieure lorsque tous les symboles sont utiles. Dans notre étude nous considèrerons que le canal et les décalages en fréquence sont connus.

Dans une première partie nous développerons une modélisation fréquentielle du signal reçu sur les différentes sousporteuses dans le cas SISO, puis étendrons cette dernière au cas MIMO. Enfi n, nous présenterons les performances obte-



FIG. 1: Influence des décalges en fréquences dans un canal gaussien.



FIG. 2: Influence des décalges en fréquences dans un canal de rayleigh.

nues par différents récepteurs à canal et décalage en fréquence connus.

## 2 Modele du décalage en fréquence

La modélisation est d'abord décrite dans un cas SISO, l'extension au cas MIMO se faisant dans un second temps. Les symboles émis  $\{a_i\}_{0 \le i \le N-1}$  (ce qui correspond à un symbole OFDM) sont modulés par les N sous-porteuses de fréquences respectives  $f_i$  (les fréquences sont normalisées i.e.  $f_i \in [0, \dots, N$ 1]). Après la DFT inverse, la contribution de la sous-porteuse i au symbole OFDM est donnée par  $a_i e^{j\frac{2\pi f_i n}{N}}$ ,  $n \in [0, \dots, N-1]$ . Et le symbole OFDM est composé de la contribution de l'ensemble des sous-porteuses :

$$x(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i e^{j\frac{2\pi f_i n}{N}}$$

L'émetteur ayant un décalage en fréquence par rapport au récepteur, chaque sous-porteuse subit un décalage en fréquence de valeur  $\Delta f$ . La phase à l'origine est représentée comme un retard temporel  $\tau$ . Le décalage en fréquence peut donc être modélisé par le terme multiplicatif  $e^{j\frac{2\pi\Delta f(n-\tau)}{N}}$ . La sous-porteuse i est donc de la forme :

$$x_i(n) = a_i e^{j\frac{2\pi f_i n}{N}} e^{j\frac{2\pi\Delta f(n-\tau)}{N}}$$

Le récepteur effectue une DFT. L'influence de la sous-porteuse émise i sur l'ensemble des sous-porteuses k au niveau du récepteur est alors donnée par :

$$Y_{i}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{i}(n) e^{-\frac{j2\pi f_{k}n}{N}} \operatorname{avec} k \in [0...N-1] (1)$$
  
=  $a_{i}e^{-j2\pi\Delta f\tau} e^{j\pi(f_{i}+\Delta f-f_{k})(1-\frac{1}{N})}$   
 $\times \frac{\sin(\pi(f_{i}+\Delta f-f_{k}))}{\sin(\frac{\pi}{N}(f_{i}+\Delta f-f_{k}))}$ (2)

Le passage entre les deux lignes se fait en considérant l'équation 1 comme une suite géométrique de raison

 $e^{\frac{i2\pi}{N}(f_i-f_k+\Delta f)}$ . Lorsqu'il n'y a pas de décalage fréquentiel, les  $X_i$  ne peuvent prendre que deux valeurs :  $Y_i(k) = a_i$  si k = i, ou  $Y_i(k) = 0$  si  $k \neq i$ . Lorsqu'il y a un décalage fréquentiel,  $Y_i(k)$  a une valeur non nulle pour tous les k. Donc chaque sous-porteuse reçoit une contribution de l'ensemble des autres sous-porteuses. Ainsi, sur la sous-porteuse k, le signal observé est de la forme  $Y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} Y_i(k)$  nous obtenons fi nalement :

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i e^{-j2\pi\Delta f\tau} e^{j\pi(f_i + \Delta f - f_k)(1 - \frac{1}{N})} \\ \times \frac{\sin(\pi(f_i + \Delta f - f_k))}{\sin(\frac{\pi}{N}(f_i + \Delta f - f_k))}$$
(3)

# 3 Cas MIMO

## 3.1 Extension au cas MIMO

Dans le cas MIMO, chaque récepteur reçoit une contribution de l'ensemble des sources. En notant  $Z_i(k)$  l'échantillon reçu par l'antenne *i* pour la sous-porteuse *k*, on peut écrire :

$$Z_i(k) = \sum_{j=1}^{N_{source}} H_{i,j}(k) Y_j(k)$$

où  $Y_j(k)$  est la contribution de la source j à la sous-porteuse k et  $H_{i,j}(k)$  l'influence du canal entre l'émetteur j et le récepteur i pour la sous-porteuse k. Sous forme matricielle, ce système devient :  $\mathbf{z} = \mathbf{Ga} + \mathbf{b}$ , ou a est un vecteur colonne de taille  $N_{sources}N$  contenant les symboles envoyés. Ce vecteur regroupe la contribution de toutes les sources pour toutes les sous-porteuses. Les  $N_{source}$  premiers échantillons sont les échantillons envoyés sur la première sous-porteuse par l'ensemble des sources.  $\mathbf{z}$  étant l'analogue de a à la réception (après synchronisation et DFT), il est le vecteur de dimension  $N_{capteurs}N$  regroupant les échantillons reçus par les capteurs pour l'ensemble de sous-porteuses. De même, les  $N_{capteurs}$  premiers échantillons sont les échantillons pour la première sous-porteuse du récepteur. La matrice  $\mathbf{G}$  contient les influences du canal et

des décalages en fréquence pour l'ensemble des émetteurs. Les coeffi cients de cette matrice sont :

$$G_{m,l}(k,i) = H_{m,l}(f_i + \Delta f_l)e^{-j2\pi\Delta f_l \cdot \tau_l} \times e^{j\pi(f_i + \Delta f_l - f_k)(1 - \frac{1}{N})} \times \frac{\sin(\pi(f_i + \Delta f_l - f_k))}{\sin(\frac{\pi}{N}(f_i + \Delta f_l - f_k))}$$
(4)

Dans cette équation  $G_{m,l}(k, i)$  représente l'influence entre l'antenne m le récepteur l sur la sous-porteuse d'émission iet la sous-porteuse de réception k.  $\Delta f_l$  est le décalage en fréquence associé à l'émetteur l.  $H_{m,l}(f)$  est la réponse en fréquence du canal entre l'émetteur l et le récepteur m a la fréquence f. Connaissant z et G il est alors possible d'estimer les symboles transmis a.

## 3.2 Erreur de modèle

Si nous modélisons le décalage en fréquence comme n'influençant qu'un nombre limité de sous-porteuses alors le modéle sera erroné. Il faudra prendre en compte cette erreur comme étant du bruit. La puissance des erreurs dues au modèle est calculée au cours des étapes qui suivent. Tout d'abord, l'influence des sous-porteuses j sur la sous-porteuse i peut s'écrire pour un utilisateur :

$$d_{i,L} = \sum_{j=1}^{i-L} c_i^j a_j + \sum_{j=i+L}^N c_i^j a_j = \sum_{j=1, j \neq [i-L\dots i+L]} c_i^j a_j$$

où L est le nombre de sous-porteuses voisines prises en compte dans le cacul d'une sous-porteuse.  $a_j$  est la valeur de la sousporteuse j et  $c_i^j$  est l'influence du canal et du décalage en fréquence entre les sous-porteuses i et j. On calcule ensuite la puissance de  $d_{i,L}$ . Pour ce faire, il faut calculer la variance de  $d_{i,L}$ . Remarquons que  $E(d_{i,L}) = 0$  car  $E(a_j) = 0$ , donc  $Var(d_{i,L}) = E(|d_{i,L}|^2)$ .

$$Var(d_{i,L}) = E((\sum_{j=1, j \neq [i-L\cdots i+L]} c_i^j a_j) \\ \times (\sum_{j=1, j \neq [i-L\cdots i+L]} c_i^j a_j)^*) \\ = \sum_{j=1, j \neq [i-L\cdots i+L]} c_j c_j^*$$
(5)

Car  $E(a_k a_l^*) = 1$  si k = l et  $E(a_k a_l^*) = 0$  dans les autres cas, donc :

$$Var(d_{i,L}) = \sum_{j=1, j \neq [i-L\cdots i+L]} \left( \left( \frac{\sin(\pi(j+\Delta f_j - i))}{\sin(\frac{\pi}{N}(j+\Delta f_j - i))} \right) H(j+\Delta f_j) \right)$$

Le passage au cas MIMO se fait simplement et la puissance des perturbations dues aux autres sous-porteuses est alors :

$$\sigma_{modele}^{2} = \sum_{i=1}^{\infty} \left( \sum_{f=1, f \neq [\nu - L \cdots \nu + L]} \left( \frac{\sin(\pi (f + \Delta f_{i} - \nu))}{\sin(\frac{\pi}{N} (f + \Delta f_{i} - \nu))} \times \|H_{i,j}(f + \Delta f_{i})\| \right)^{2} \right)$$
(6)

## **4** Description des estimateurs utilisés

A ce stade, puisque nous disposons d'un modèle de l'influence du canal et du décalage en fréquence sur les symboles émis, nous allons nous intéresser aux symboles reçus. Deux types de récepteurs seront comparés, des récepteurs linéaires et des récepteurs non-linéaires. Dans la première partie nous comparerons le MMSE (utilisant toutes les sous-porteuses) qui nous servira de référence et un MMSE (ne prenant en compte qu'une partie des sous-porteuse afi n de réduire la complexité). Dans le cas des récepteurs non-linéaires nous étudirons uniquement le DFE. En effet, le récepteur non-linéaire optimal qui est le MLSE possède une complexité calculatoire trop complexe de  $card(A)^{N_{SOURCES}N}$  où A est l'ensemble des symboles possibles.

### 4.1 Récepteurs linéaires

Les récepteurs linéaires sont des récepteurs du type MMSE qui cherchent la matrice  $M_i$  minimisant l'erreur quadratique moyenne sur l'estimation du signal.

$$\mathbf{M_i} = \arg\min_{\mathbf{M_i}} \|\mathbf{M_i}\mathbf{z_i} - \mathbf{a_i}\|^2$$

Dans le cas complet il n'y a qu'une matrice  $\mathbf{M}$ , mais dans le cas limité il faut calculer  $\mathbf{M}_i$  pour chaque sous-porteuse *i*.

$$\mathbf{M}_{\mathbf{i}} = (\mathbf{G}_{\mathbf{i}}^{\dagger}\mathbf{G}_{\mathbf{i}} + (\sigma^2 + \sigma_{modele}^2)\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}_{\mathbf{i}}^{\dagger}$$

Des versions complètes (prenant en compte l'ensemble des sous-porteuses) et incomplètes (prenant en compte seulement les plus proches voisines) seront comparées.

Les versions incomplètes permettent de limiter la taille des matrices à inverser. Il faut cependant remarquer que si le nombre de voisins est trop élevé, alors le nombre de calculs nécessaires peut être plus important que dans le cas où l'intégralité des sous-porteuses est utilisée. En effet, le premier cas fait intervenir N inversions de matrices de taille  $N_{sources}N_{voisins} \times N_{capteurs}N_{voisins}$  là où il ne faut qu'une inversion de taille  $N_{sources}N \times N_{capteurs}N$  dans le second.

Dans le cas incomplet il faudra prendre en compte en plus du bruit les influences de l'erreur de modèle dans l'estimation par MMSE.

### 4.2 Récepteurs non-linéaires

Les égaliseurs non-linéaires étudiés seront uniquement de )) pre decision feedback egalizer (DFE). En effet, l'égaliseur non-linéaire optimal (le MLSE) comporte une complexité trop importante pour être implémenté. Le principe du DFE est d'éliminer dans le futur les symboles précédemment estimés. Dans le cas qui nous intéresse, les sous-porteuses sont successivement estimées puis voient leur influence sur les autres sousporteuses annulée.

Dans cette structure, le filtre amont est le même que celui utilisé par le MMSE traditionnel et le filtre aval est le canal.

Les performances du DFE peuvent être améliorées en utilisant les informations a priori que sont : les bits envoyés sur les porteuses pilotes et les premières sous-porteuses à valeur nulle.



FIG. 3: Schéma de DFE.



FIG. 4: Performances des différents récepteurs.

# **5** Performances

La fi gure 4 présente les simulations effectués avec une forme d'onde de type Hiperlan/2 pour différents types de récepteurs. La modulation OFDM est réalisée par une IFFT de taille 64 et avec une longueur de préfi xe cyclique de 16. L'alphabêt est de type BPSK (mais tout autre alphabêt aurait eu des résultats similaires). Le canal est un canal de Rayleigh dont la longueur n'excède pas la taille du préfi xe cyclique.

Trois types de récepteurs ont ainsi été étudiés. Le premier est un MMSE utilisant toutes les sous-porteuses ; il sera considéré comme la référence. Le deuxième est un MMSE limité à une seule porteuse voisine de chaque coté (sont donc prises en compte trois sous-porteuses). Enfi n, le troisième récepteur est de type DFE. Il sera présenté avec le même nombre de sousporteuses voisines utilisées que dans le cas précédent.

Sur cette fi gure, on observe que les performances du MMSE limité et du DFE limité se dégradent et qu'elles présentent un plancher. Ce dernier est provoqué par l'erreur de modéle qui ne peut être compensée. Néanmoins, le DFE limité, du fait de l'utilisation de l'estimation des précédantes sous-porteuses, offre des performances supérieures au cas MMSE limité.

# 6 Conclusion

Dans cet article nous avons présenté un modéle de transmission OFDM MIMO prenant en compte les décalages en fréquence dûs aux imprécisions des oscillateurs. Puis, partant de cette première étape ainsi que de la connaissance du canal et des décalages en fréquence, nous avons utilisé trois types de récepteurs différents afi n d'estimer les signaux (notons que l'étude du récepteur optimal qui est le récepteur MLSE a été repousseé du fait d'une trop grande complexité).

Tout d'abord, nous avons fi xé une référence qui est le cas du MMSE complet. Ensuite, nous avons simulé les cas MMSE limité et DFE limité.

Comparativement au MMSE, le DFE presente de meilleurs résultats pour une complexité equivalente grâce à l'utilisation de la connaisance des valeurs des symboles précédement estimés. Par ailleurs, une méthode d'estimation conjointe du canal et du décalage en fréquence dans un cas MIMO est expliquée dans l'article [2].

# Références

- Paul H. Moose. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction. *IEEE Transaction on Communications*, Vol. 42(10):2908–2914, October 1994.
- [2] Adrien Renoult, Marc Chenu-Tournier, and Inbar Fijalkow. Multi-user detection for ofdm transmission in presence of frequency impairments: channel estimation and performance. In *Proceedings of 2nd COST 273 Workshop* on Broadband Wireless Local Access, May 2003.
- [3] Anastasios Stamoulis, Shuhas N. Diggavi, and Naofal Al-Dhahir. Intercarrier interference in mimo ofdm. *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 52(10):2451–2464, October 2002.