

# Comparaison de techniques d'estimation EM de canal par bloc et symbole par symbole pour des systèmes OFDM

Marcella SOAMIADANA\*, Emmanuel JAFFROT<sup>2</sup>, Inbar FIJALKOW<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>ETIS

ENSEA–Université de Cergy–Pontoise, 6 avenue de Ponceau, 95014 Cergy Cedex.

<sup>2</sup>ENSTA–UEI,

32 boulevard Victor, 75739 Paris Cedex.

soamiada@ensea.fr, jaffrot@ensta.fr, fijalkow@ensea.fr

**Résumé** – Dans cet article, sont présentées deux méthodes d'estimation de canal pour les systèmes OFDM basées sur l'algorithme Expectation Maximization. La première technique traite le signal reçu par bloc temps fréquence et profite d'un modèle le canal utilisant la décomposition orthogonale de Karhunen Loeve de la matrice d'autocorrélation du canal. La seconde méthode, dans un souci de simplification, considère que les évolutions temporelles du canal peuvent être modélisées par un modèle AR d'ordre 1. Les résultats présentés ici montrent que pour des canaux faiblement à moyennement variables en temps, les performances des deux techniques sont équivalentes.

**Abstract** – In this paper, we describe two EM-based channel estimation methods for OFDM systems. The first one processes the received signal by time frequency blocks and takes advantage from a channel model using the Karhunen-Loève decomposition of the autocorrelation matrix of the channel. The second method, for simplicity sake, assumes that the time variation of the channel can be modelled by an AR-1 model. The results provided here show that for slow or medium variation of the channel, the performance of both methods are equivalent.

## 1 Introduction

L'OFDM est une technique de modulation qui permet de transmettre à haut débit, avec une basse complexité. Grâce à ces avantages, elle est utilisée en tant que méthode de modulation pour les normes Européennes de radiodiffusion numérique (DAB) et de télédiffusion numérique (DVB-T). Elle a une efficacité spectrale élevée et permet une égalisation simple du canal de propagation. Ceci est très utile car les multi-trajets introduisent de l'interférence entre symboles (IES) qui rend l'extraction des données émises plus difficile.

Etant donné que l'on travaille dans un environnement de propagation sans fil, l'estimation de canal est un passage obligatoire pour retrouver les symboles qui ont été émis. Le choix d'un modèle de canal est un point crucial. Dans cet article, nous nous proposons de comparer les performances de deux techniques d'estimation de canal basées sur l'algorithme Expectation Maximization. La première profite d'un modèle de canal temps-fréquence bidimensionnel utilisant la décomposition de Karhunen Loeve de la matrice d'autocorrélation temps-fréquence du canal [2]. Cette technique est indispensable pour un canal variant dans le temps rapidement. Mais lorsque le canal varie lentement dans le temps, on peut considérer un modèle AR pour représenter les variations temporelles du canal et une représentation fréquentielle inspirée de la première méthode. Cette seconde technique présente une complexité beaucoup plus faible que la première méthode [1]. De plus,

nous montrons que pour des canaux faiblement et moyennement variables temporellement, les performances obtenues par les deux techniques sont comparables.

Dans cet article, nous commencerons par décrire le système OFDM. Nous définissons ensuite le canal physique, ainsi que les deux modèles de canaux considérés dans les techniques d'estimation. Puis, nous présentons les techniques d'estimation de canal, et enfin, seront détaillés quelques résultats de simulation.

## 2 Modèle du système OFDM

L'idée de base du système OFDM est de diviser un canal large bande en plusieurs sous-canaux (sous-porteuses) bande étroite équi-espacées. Les réponses fréquentielles de ces sous-porteuses se chevauchent et sont orthogonales entre elles. Ceci nous permet d'avoir une grande efficacité spectrale, et de profiter de la diversité fréquentielle du canal.

Le principal avantage de ce système est sa durée symbole plus longue, par un facteur  $M$  ( $M$ : nombre de sous-porteuses). Pour surmonter l'effet de la propagation multi-trajets, on introduit un temps de garde qui se traduit par le préfixe cyclique. Ceci nous facilite énormément l'égalisation, contrairement à un système monoporteuse, où l'effet multi-trajets augmente le coût de l'égalisation.

On considère le système OFDM classique présenté à la figure 1. On suppose une parfaite synchronisation en temps et en fréquence en sortie de la démodulation OFDM. Le

signal reçu  $r_{mn}$  en sortie du démodulateur OFDM associé au symbole  $s_{mn}$  est donné par :

$$r_{mn} = c_{mn}s_{mn} + b_{mn} \quad (1)$$

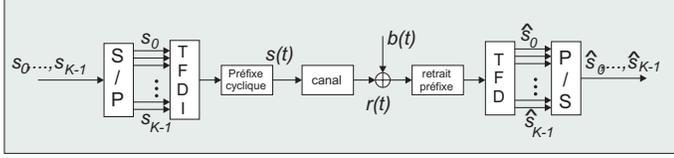


FIG. 1 – *Système OFDM*

où  $c_{mn}$  est la transformé de Fourier discrète du facteur de gain discret du canal vu par le symbole  $s_{mn}$ , et  $b_{mn}$  est un bruit blanc complexe additif gaussien de variance  $N_0$ .  $n$  et  $m$  désignent respectivement l'indice en temps et en fréquence du bloc temps-fréquence observé [2], c'est à dire au  $n^{ieme}$  symbole OFDM d'une  $m^{ieme}$  porteuse.

## 3 Modèle du canal

### 3.1 Canal physique

On considère un environnement radiomobile multi-trajets. Chaque trajet est caractérisé par sa puissance moyenne, son retard de propagation et son spectre de puissance Doppler dépendant de l'environnement, de la vitesse du mobile ainsi que de la fréquence porteuse à laquelle est émis le signal. Le canal de propagation est généralement représenté de la façon suivante :

$$\mathbf{h}(\tau, t) = \sum_q \alpha_q(t) \exp(-j2\pi f_h \tau_q(t)) \times \quad (2)$$

$$\delta(\tau - \tau_q(t)) \exp(j2\pi f_d t) \quad (3)$$

où  $\alpha_q(t)$  et  $\tau_q(t)$  représente respectivement le facteur d'atténuation variant dans le temps et le retard de propagation du  $q^{ieme}$  trajet,  $f_h$  la fréquence porteuse,  $f_d$  la fréquence Doppler tiré suivant le spectre de puissance Doppler classique pour chaque retard de trajet et chaque symbole OFDM.

Comme on utilise un système OFDM, à la sortie de la démodulation OFDM, on tient compte de la transformée de Fourier discrète du canal donnée par :

$$\mathbf{c}(m, n) = \sum_q \alpha_q(n) \exp(-j2\pi(f_h + m)\tau_q(n)) \exp(j2\pi f_d n)$$

$n$  et  $m$  désignent respectivement l'indice en temps et en fréquence.

### 3.2 Modèle bidimensionnel

On considère un traitement par bloc temps-fréquence de taille  $N$  symboles OFDM et  $M$  porteuses. La matrice d'autocorrélation du canal observée sur un tel bloc est donnée grâce au modèle de Jakes. Pour un canal à

spectre Doppler classique et à profil d'intensité multi-trajets exponentiel de puissance moyenne  $\phi(0,0)$ , la corrélation temps-fréquence entre deux symboles espacés de  $\Delta t$  et  $\Delta f$  respectivement en temps et en fréquence est donnée par :

$$\phi(\Delta f, \Delta t) = \phi(0,0) \frac{J_0(\pi B_d \Delta t)}{1 + j2\pi T_m \Delta f} \quad (4)$$

$J_0(\cdot)$  étant la fonction de Bessel du premier type et d'ordre zéro,  $T_m$  l'étalement de retard,  $B_d$  la bande Doppler. Cette fonction d'autocorrélation est séparable en deux termes  $\phi_F(\Delta f)$  et  $\phi_T(\Delta t)$  les fonctions d'autocorrélation respectivement en fréquence et en temps du canal de propagation. La décomposition de Karhunen-Loève de cette matrice d'autocorrélation nous permet de modéliser le canal comme suit :

$$\mathbf{c} = \sum_{k=0}^{MN-1} \mathbf{v}_k G_k \quad (5)$$

$\mathbf{v}_k$  étant le  $k^{ieme}$  vecteur propre de la matrice d'autocorrélation et  $G_k$  une variable complexe gaussienne de variance égale à la valeur propre  $\Lambda_k$  associée au vecteur propre  $\mathbf{v}_k$ . Pour estimer le canal physique  $\mathbf{c}$ , par le modèle de Karhunen-Loève, il suffit d'estimer les paramètres  $\{G_k\}_{k=0}^{MN-1}$  (10).

### 3.3 Modèle AR1

Dans le but de simplifier la représentation précédente et en profitant de la séparabilité de la fonction d'autocorrélation du canal, nous avons décidé de représenter les variations temporelles du canal par un modèle AR d'ordre 1 :

$$c_{n+1} = \mathbf{A}c_n + v_n \quad (6)$$

$c_n$  étant le canal observé sur le  $n^{ieme}$  symbole OFDM et  $\mathbf{A} = aI$  [1],  $I$  étant la matrice identité. Il est possible de calculer la matrice d'autocorrélation du canal en fonction des paramètres de ce nouveau modèle :

$$E\{c_n c_{n-k}^\dagger\} = \begin{cases} A^k P & k \geq 0 \\ P (A^\dagger)^{-k} & k < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Et par identification avec le modèle précédent(4), nous déduisons que  $A^k$  représente la corrélation en temps entre deux symboles distants de  $k\Delta t$ . De même, la matrice  $P$  représente la corrélation en fréquence du canal.

$$P_{k,l} = \frac{1}{1 + j2\pi T_m (k-l)\Delta f} \quad (8)$$

En tenant compte des caractéristiques physiques du modèle,  $a$  est donné par la résolution de l'équation (9) [1]. Pour un canal faiblement ou moyennement variable en temps, on arrive à bien approximer la fonction de Bessel :

$$\min_a \sum_{k=0}^{D-1} |J_0(\pi B_d k \Delta t) - a^k|^2 \quad (9)$$

où  $D$  est la taille de la corrélation temporelle du canal, qui correspond au nombre de symbole OFDM dans le bloc considéré, et  $a$  est un nombre réel. Nous avons utilisé la méthode du gradient pour résoudre ce problème de moindres carrés non linéaire.

## 4 Algorithme d'estimation

Nous cherchons à estimer le canal grâce à l'information apporté par les symboles pilotes.

### 4.1 Traitement par bloc temps–fréquence

Nous supposons qu'on a un certain a priori sur canal, les paramètres  $B_d$  et  $T_m$  sont connus du récepteur. Dans ce cas de figure, le critère semblant le plus approprié pour l'estimation des paramètres  $G_k$  du canal est celui du Maximum *a Posteriori* donné par :

$$\hat{C} = \arg \max_C P(C|R)$$

Il est impossible de résoudre directement cette équation, le résultat peut être obtenu itérativement par l'algorithme EM [2]. L'expression de  $G$  à l'itération  $d + 1$  en fonction de l'itération  $d$  est donnée par :

$$G_k^{(d+1)} = w_k \sum_{l=0}^{MN-1} r_l \left( \sum_{s \in \Omega} s P(s_l = s | \mathbf{R}, G^{(d)}) \right)^* v_{lk}^* \quad (10)$$

où le facteur  $w_k$  répond à la définition suivante :

$$w_k = \frac{1}{1 + N_0 / \Lambda_k} \quad (11)$$

$N_0$  est la variance du bruit de canal,  $\mathbf{R}$  étant le vecteur signal reçu et  $\{G_k^{(d)}\}_{k=0}^{MN-1}$  les paramètres du canal de propagation obtenus à l'itération  $d$  de l'algorithme EM.  $\Omega$  est l'ensemble des symboles de la modulation employée.

Pour réduire la complexité de notre algorithme, on tient compte seulement les premières valeurs propres dominantes correspondant au 99% de sa puissance totale. Ceci réduit énormément la complexité.

### 4.2 Traitement symbole par symbole

La technique d'estimation symbole par symbole tire profit du fait que chaque bloc traité débute par deux symboles OFDM pilotes fournissant une première estimation du canal. Cette estimation est transmise au symbole suivant par l'utilisation du modèle AR d'ordre 1. Cette estimation est ensuite raffinée par le traitement itératif décrit dans 4.1 réduit à une dimension ( $N = 1$ ).

Le coefficient  $a$  du modèle AR est optimisé par la méthode des moindres carrés (9).

## 5 Résultats de simulations

Les simulations ont été réalisées pour deux canaux de type Hiperlan/2, pour un Doppler de 52Hz et 520Hz. Ces valeurs correspondent respectivement avec une vitesse de mobile de  $3m/s$  et  $30m/s$ . Ce canal est composé de 12 trajets à décroissance exponentielle avec un étalement des retards de  $T_m = 1\mu s$  (3). Les blocs traités sont composés de 50 symboles OFDM avec un temps symbole  $T_s = 3.2\mu s$

et un temps de garde de  $T_g = 1\mu s$  et 48 porteuses espacées de  $\Delta f = 312.5kHz$ . Chaque bloc est précédé de 2 symboles pilotes. Chaque porteuse est modulée par une constellation BPSK.

Nous avons étudié plusieurs cas : estimation par bloc temps–fréquence utilisant l'algorithme EM, estimation symbole par symbole utilisant le modèle AR d'ordre 1 en temporel et en raffinant l'estimation en fréquentielle par la première méthode utilisée uniquement à une dimension, utilisation directe du modèle AR seul sans une méthode d'estimation, et le cas où l'on connaît parfaitement le canal.

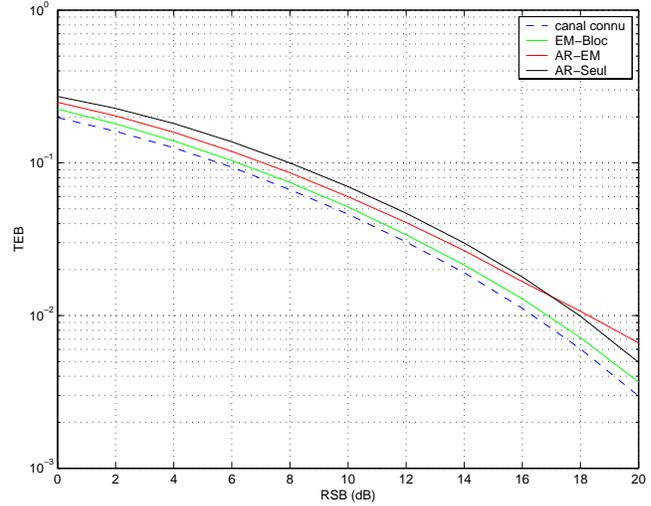


FIG. 2 – Taux d'erreur binaire en fonction de  $E_b/N_0$  des différents modèles, Doppler 52Hz

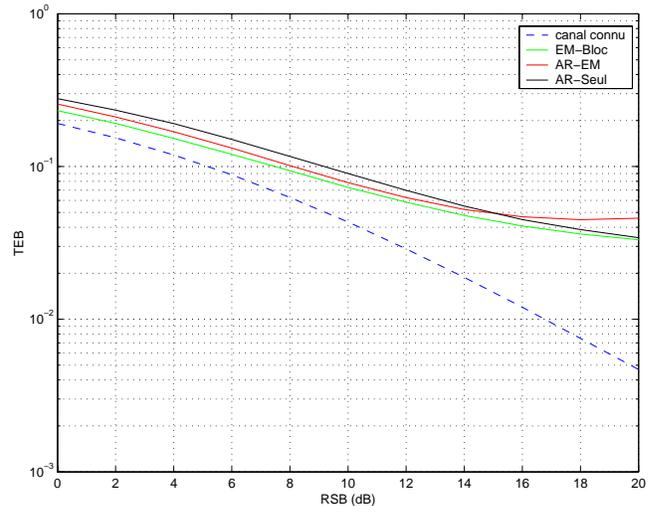


FIG. 3 – Taux d'erreur binaire en fonction de  $E_b/N_0$  des différents modèles, Doppler 520Hz

La figure 2 montre que pour le canal considéré, peu variable en temps ( $f_d = 52$  Hz), les deux techniques d'estimation (EM par bloc et AR-EM) présentent des performances très comparables et proches de celles obtenues

par un récepteur théorique ayant une parfaite connaissance des coefficients du canal. De plus, on remarque qu'on améliore sensiblement les performances en raffinant l'estimation à chaque symbole (AR-EM) par rapport à une simple propagation de l'information sur le canal par le modèle AR seul.

La figure 3 présente les résultats obtenus pour les mêmes techniques d'estimation, mais pour un doppler égal à 520 Hz. Nous voyons, que la technique utilisant une modélisation AR-1 pour les variations temporelles du canal présente des performances tout à fait équivalentes à celles obtenues par la première méthode d'estimation de canal présentée.

## 6 Conclusion

Nous avons comparé dans cet article deux méthodes d'estimation de canal. la première utilisant un modèle bi-dimensionnel du canal et réalisant un traitement par bloc temps-fréquence. La deuxième réalisant un traitement symbole par symbole et simplifiant la première approche en modélisant la variation temporelle du canal par un modèle AR d'ordre 1, en tenant toujours compte des caractéristiques physiques du canal. Nous avons vu que dans le cas d'un canal peu variable en temps, les deux méthodes fournissent des performances équivalentes. La nouvelle méthode proposée permet donc d'obtenir de bonnes performances pour une faible complexité.

## Références

- [1] E. Jaffrot, V. K. Nguyen, M. Soamiadana, L. B. White, and I. Fijalkow, "Symbol by symbol reduced complexity highly selective OFDM channel estimation", EUSIPCO 2002, September 2002.
- [2] E. Jaffrot and M. Siala. "Turbo-channel estimation for OFDM systems on highly time and frequency selective channels". In International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'2000, volume 5, Pages 2977-2980, Istanbul, Turkey, Jun. 2000.