# Récepteur itératif pour les canaux DS-CDMA sélectifs en fréquence avec réestimation du canal

Noura Sellami<sup>1</sup>, Samson Lasaulce<sup>2</sup>, Inbar Fijalkow<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Equipes de Traitement des Images et du Signal ENSEA-Université de Cergy Pontoise-UMR 8051-CNRS 6 av. du Ponceau, 95014 Cergy Pontoise, France

<sup>2</sup>France Telecom R&D 38-40 rue du Général Leclerc, 92794 Issy les Moulineaux, France

sellami@ensea.fr, samson.lasaulce@rd.francetelecom.com, fijalkow@ensea.fr

**Résumé** – Dans ce papier, nous présentons un turbo-détecteur pour les systèmes DS-CDMA (*Direct Sequence Code Division Multiple Access*) dans le cas d'une transmission sur un canal sélectif en fréquence. Afin d'obtenir de bonnes performances, le récepteur doit estimer de manière précise la réponse impulsionnelle du canal. L'idée ici consiste à améliorer itérativement l'estimation initiale du canal obtenue grâce aux séquences d'apprentissage, en exploitant les décisions pondérées fournies par les décodeurs. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser l'algorithme EM (*Expectation-Maximization*) et de l'intégrer dans notre récepteur itératif. En supposant que le récepteur connaît les statistiques du canal, nous proposons d'estimer itérativement le canal selon le critère MAP (*Maximum a Posteriori*) en utilisant l'algorithme EM. Les résultats des simulations montrent que ceci améliore sensiblement les performances.

**Abstract** – In this paper, we present a turbo-detector for coded asynchronous DS-CDMA systems over frequency selective channels. In order to achieve good performance, the receiver has to accurately estimate the channel impulse response. The idea is to iteratively improve the initial channel estimate, obtained using training sequences, by exploiting the soft decisions provided by the decoders. To do this, we propose to use the EM algorithm and to include it into our iterative receiver. Assuming that the receiver knows the channel statistics, we propose to iteratively estimate the channel according to the MAP criterion using the EM algorithm. Simulation results show that this yields a significant improvement in performance.

### 1 Introduction

Les principales sources de dégradation pour les systèmes DS-CDMA sont les interférences entre les différents utilisateurs et les interférences entre symboles dues à la sélectivité en fréquence des canaux radiomobiles. Le récepteur optimal pour les systèmes CDMA codés étant très complexe, nous proposons ici d'utiliser un récepteur itératif selon l'idée des turbo-codes formé par un égaliseur et des décodeurs à entrées et sorties pondérées [1].

Afin de combattre de manière efficace l'effet des interférences, l'égaliseur doit estimer la réponse impulsionnelle du canal. Dans les systèmes de communications mobiles actuels, le récepteur estime le canal en utilisant une séquence d'apprentissage. Cependant, cette séquence doit être assez courte pour ne pas diminuer le débit utile ce qui rend l'estimation peu fiable.

Dans le cas de notre récepteur itératif, il est intéressant d'améliorer cette première estimation du canal au fil des itérations à l'aide des décisions pondérées présentes à la sortie des décodeurs. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser l'algorithme EM [2] pour réestimer le canal selon le critère du Maximum de Vraisemblance (MV) à chaque itération du récepteur. Dans le cas où le récepteur a une information *a priori* sur les statistiques du canal, il est plus judicieux d'estimer le canal selon le critère Maximum A Posteriori (MAP). Nous développerons dans ce cas l'algorithme EM selon le critère MAP et nous comparerons les performances du récepteur quand l'algorithme EM

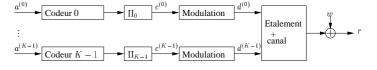


FIG. 1: Structure de l'émetteur

utilise le critère MAP et quand il utilise le critère MV. Le papier est organisé comme suit. Dans section 2, nous décrivons le modèle du système. Dans section 3, nous présentons le turbo détecteur. Dans section 4, nous intégrons l'algorithme EM selon les critères MV et MAP dans notre turbo-détecteur. Dans section 5, nous donnons les résultats des simulations.

# 2 Modèle du système

Dans cette section, nous décrivons la représentation à temps discret de la liaison montante d'un système DS-CDMA codé avec K utilisateurs qui accédent à des canaux sélectifs en fréquence afin d'émettre des informations. Comme le montre la figure 1, chaque séquence relative à un utilisateur est codée par un code convolutif de rendement  $R_c$ . La sortie de chaque codeur est entrelacée puis modulée et émise. Nous supposons que chaque utilisateur a une seule antenne émettrice. Chaque symbole  $d_p^{(k)}$  émis par l'utilisateur k au débit  $1/T_s$  à l'instant p est

étalé en utilisant une séquence d'étalement spécifique

$$\underline{s}^{(k)} = (s_0^{(k)}, s_1^{(k)}, \cdots, s_{Q_s-1}^{(k)})^T.$$
 (1)

La transmission des séquences des K utilisateurs se fait sur Kcanaux différents de réponses impulsionnelles complexes

$$\phi^{(k)} = (\phi_0^{(k)}, \phi_1^{(k)}, \cdots, \phi_{W-1}^{(k)})^T, \ k = 0, \cdots, K-1$$
 (2)

consistant en W échantillons au temps chip  $T_c = T_s/Q_e$ . Nous supposons que les transmissions se font par blocs de T symboles et que les canaux sont invariants sur un bloc et changent indépendamment d'un bloc à un autre. Le canal et l'étalement sont combinés par convolution pour donner une fonction globale, au rythme chip,  $\underline{b}^{(k)} = \underline{s}^{(k)} * \phi^{(k)}$ . Le signal reçu échantillonné au rythme chip  $1/T_C$  est donné par

$$r_i = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{p} b_{i-pQ_e}^{(k)} d_p^{(k)} + w_i$$
 (3)

où  $w_i$  sont modélisés par des variables aléatoires complexes

gaussiennes de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . En appelant  $L_e = \lceil \frac{Q_e + W - 1}{Q_e} \rceil$  le nombre de symboles qui interférent et en écrivant  $i = nQ_e + j$ , avec  $n \in \mathbb{N}$  et  $0 \le j \le j$  $Q_e - 1$ , l'expression précédente devient

$$r_{nQ_e+j} = r_n^{(j)} = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L_e-1} b_{j+lQ_e}^{(k)} d_{n-l}^{(k)} + w_n^{(j)}$$
 (4)

avec  $w_n^{(j)} = w_i$ .

Nous remarquons que ce système est équivalent à un système MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) sélectif en fréquence.

Nous poserons dans ce qui suit  $h_{j,k}(l)=b_{j+lQ_e}^{(k)}$ . Le problème que l'on se propose de résoudre dans la suite est de retrouver les bits d'information à partir des observations.

#### 3 Principe du turbo-détecteur

Comme le montre la figure 2, le turbo détecteur que nous proposons d'utiliser est constitué d'un égaliseur MAP et de décodeurs à entrées et sorties pondérées. A la première itération, l'égaliseur MAP génère en utilisant l'algorithme BCJR [3], les APP (A Posteriori Probabilities)  $P_{eq}(c_n^{(k)}|\underline{r})$  pour les bits codés  $c_n^{(k)}$ , pour  $0 \le k \le K-1$ . Les différents décodeurs utilisent ces informations pour calculer les APP des bits d'information et des bits codés en utilisant l'algorithme BCJR-MAP [3]. Les informations extrinsèques sont calculées à partir des probabilités *a posteriori* des bits codés  $P_{dec}(c_n^{(k)}|\underline{r})$ :

$$P_{dec}^{ext}(c_n^{(k)}|\underline{r}) = \frac{P_{dec}(c_n^{(k)}|\underline{r})}{P_{ec}(c_n^{(k)}|r)}$$
(5)

L'égaliseur utilise ces informations comme a priori à l'itération suivante afin de calculer les APP  $P_{eq}(c_n^{(k)}|\underline{r})$  des bits codés. L'égaliseur calcule les informations extrinsèques  $P_{eq}^{ext}(c_n^{(k)}|\underline{r})$ 

$$P_{eq}^{ext}(c_n^{(k)}|\underline{r}) = \frac{P_{eq}(c_n^{(k)}|\underline{r})}{P_{dec}^{ext}(c_n^{(k)}|\underline{r})}$$
(6)

et les fournit aux décodeurs comme information a priori. Après quelques itérations, les décodeurs prennent des décisions dures sur les bits d'information.

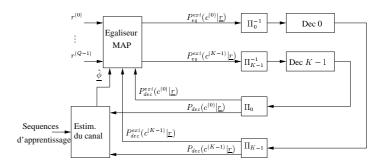


FIG. 2: Structure du turbo-détecteur

# Récepteur itératif avec réestimation du canal

Nous supposons ici que les séquences d'étalement sont parfaitement connues au récepteur et nous voulons estimer le canal physique  $\underline{\phi} = ((\underline{\phi}^{(0)})^T, (\underline{\phi}^{(1)})^T, \cdots, (\underline{\phi}^{(K-1)})^T)^T$  connaissant l'observation  $\underline{r}$ .

L'estimation optimale du canal basée sur le critère MV,  $\hat{\underline{\phi}}_{ML} = \arg\max_{\phi}\left(p(\underline{r}|\underline{\phi})\right)$ , est impossible à résoudre dans le cas général. Cependant, la solution peut être atteinte itérativement en utilisant l'algorithme EM [2]. L'algorithme EM va calculer de manière itérative une série d'estimations  $\hat{\phi}^{(p)}$  de  $\phi$ , pour  $p=1,2,\cdots$ , partant de l'estimation initiale  $\hat{\phi}^{(0)}$  obtenue en utilisant les séquences d'apprentissage. Chaque itération comporte deux étapes

- l'étape E (Expectation): calcule la fonction auxiliaire  $Q(\underline{\phi}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = E(\log(p(\underline{r}, \underline{d}|\underline{\phi}))|\underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}),$
- l'étape M (Maximization): calcule une nouvelle estima- $\operatorname{tion} \frac{\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)}}{\hat{\underline{\phi}}} = \arg \max_{\underline{\phi}} \left( Q(\underline{\phi}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}) \right).$

Il peut être montré que les vraisemblances  $p(\underline{r}|\hat{\phi}^{(r)})$  augmentent avec p et vérifient  $p(\underline{r}|\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)}) \ge p(\underline{r}|\hat{\underline{\phi}}^{(p)})$  si  $Q(\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)},\hat{\underline{\phi}}^{(p)}) \ge Q(\hat{\underline{\phi}}^{(p)},\hat{\underline{\phi}}^{(p)})$ .

### Réestimation du canal selon le critère MV utilisant l'algorithme EM

Nous proposons ici d'inclure l'algorithme EM dans notre récepteur itératif afin d'estimer le canal. A la 1ère itération du récepteur, l'égaliseur utilise l'estimation du canal obtenue grâce aux séquences d'apprentissage. A l'itération suivante, les décodeurs fournissent à l'estimateur du canal les probabilités nécessaires pour l'algorithme EM. L'algorithme EM effectue une itération et fournit une nouvelle estimation du canal à l'éga-

Soit H la matrice de taille  $(Q_e \times (KL_e))$  telle que  $H = (H(0), \dots, H(L_e - 1))$  où  $(H(l))_{j,k} = h_{j,k}(l)$  pour  $0 \le j \le Q_e - 1$  et  $0 \le k \le K - 1$ . Nous avons pour

$$\underline{u}_j^T H = \underline{\phi}^T \mathcal{S}_j \tag{7}$$

où  $\underline{u}_j$  est le vecteur de dimension  $Q_e$  ayant toutes ses composantes nulles sauf la  $j^{\grave{e}me}$ ,  $\underline{u}_j=(0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)^T$  et

 $S_j$  est une matrice de dimensions  $(KW \times KL_e)$  contenant les séquences d'étalement.

A la  $(p+1)^{\grave{e}me}$  itération, la fonction auxiliaire considérée est

$$Q(\underline{\phi}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}) = E(\log(p(\underline{d}, \underline{r}|\underline{\phi})|\underline{r}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}). \tag{8}$$

Puisque  $\underline{d}$  et  $\underline{\phi}$  sont indépendants, en utilisant la formule de Bayes, nous obtenons,

$$p(\underline{d}, \underline{r}|\underline{\phi}) = p(\underline{r}|\underline{d}, \underline{\phi})P(\underline{d}|\underline{\phi}) = p(\underline{r}|\underline{d}, \underline{\phi})P(\underline{d}) \tag{9}$$

Ainsi, maximiser  $Q(\underline{\phi}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)})$  est équivalent à maximiser  $E(\log(p(\underline{r}|\underline{d},\underline{\phi})|\underline{r},\underline{\hat{\phi}}^{(p)})$ . Etant donné que le bruit est blanc gaussien complexe de variance  $\sigma^2$ , nous avons

$$\log(p(\underline{r}|\underline{d},\underline{\phi})) = -TQ_e \log(\pi\sigma^2)$$

$$-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{Q_e-1} \left| r_n^{(j)} - \underline{\phi}^T \mathcal{S}_j \underline{d}_n^{L_e} \right|^2 \qquad (10)$$

où  $\underline{d}_n^{L_e} = (\underline{d}_n^T, \cdots, \underline{d}_{n-L_e+1}^T)^T$  et  $\underline{d}_t = (d_t^{(0)}, \cdots, d_t^{(K-1)})^T$  pour  $0 \le t \le T-1$ .

En dérivant  $E\left(\sum_{n=0}^{T-1}\sum_{j=0}^{Q_e-1}\left|r_n^{(j)}-\underline{\phi}^T\mathcal{S}_j\underline{d}_n^{L_e}\right|^2|\underline{r},\underline{\hat{\phi}}^{(p)}\right)$  par rapport à  $\underline{\phi}$ , nous obtenons l'estimation du canal [4]

$$\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)} = (R_{ML}^{(p)})^{-1} \Gamma^{(p)}$$

οù

$$R_{ML}^{(p)} = \sum_{n=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{Q_e-1} (\mathcal{S}_j E(\underline{d}_n^{L_e} (\underline{d}_n^{L_e})^H | \underline{r}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}) \mathcal{S}_j^H)^*$$
(11)

et

$$\Gamma^{(p)} = \sum_{n=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{Q_e-1} \left( (\mathcal{S}_j^* E((\underline{d}_n^{L_e})^* | \underline{r}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)})^T) r_n^{(j)} \right). \tag{12}$$

Afin de calculer ces quantités, nous utilisons les expressions suivantes

$$E(\underline{d}_n^{L_e}|\underline{r},\underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = \sum_{i \in I} \underline{i} p(\underline{d}_n^{L_e} = \underline{i}|\underline{r},\underline{\hat{\phi}}^{(p)})$$
(13)

et

$$E(\underline{d}_n^{L_e}(\underline{d}_n^{L_e})^H | \underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = \sum_{\underline{i} \in I} \underline{i}\underline{i}^H p(\underline{d}_n^{L_e} = \underline{i} | \underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)})$$
(14)

où I est l'ensemble des valeurs que peut prendre  $\underline{d}_n^{L_e}$ .

En supposant que les APP sur les bits codés fournies par les différents décodeurs sont indépendantes grâce à l'entrelacement, les probabilités  $p(\underline{d}_n^{L_e} = \underline{i}|\underline{r}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)})$  sont données par

$$p(\underline{d}_{n}^{L_{e}} = \underline{i}|\underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = \prod_{\substack{l=0\\k=0}}^{k=K-1} p_{dec}(d_{n-l}^{(k)} = d_{n-l,\underline{i}}^{(k)}|\underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)})$$
(15)

où  $d_{n-l,\underline{i}}^{(k)}$ , pour  $0 \leq k \leq K-1$  et  $0 \leq l \leq L_e-1$ , sont les valeurs prises par les composantes du vecteur  $\underline{d}_n^{L_e}$  quand  $\underline{d}_n^{L_e} = \underline{i}$ .

# 4.2 Réestimation du canal selon le critère MAP utilisant l'algorithme EM

Maintenant, nous supposons que le récepteur connaît les statisiques du canal. En pratique, ces statistiques peuvent être estimées après qu'un certain nombre de blocs soient transmis et que les canaux correspondants soient estimés.

Nous proposons ici d'estimer le canal selon le critère MAP. La fonction auxiliaire à maximiser devient :

$$Q(\phi, \hat{\phi}^{(p)}) = E(\log(p(\phi|\underline{d}, \underline{r})|\underline{r}, \hat{\phi}^{(p)}). \tag{16}$$

Dans l'Annexe, nous montrons que maximiser  $Q(\underline{\phi}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)})$  équivaut à maximiser  $p(\phi|\underline{r})$ .

La probabilité  $p(\underline{\phi}|\underline{d},\underline{r})$  s'écrit  $p(\underline{\phi}|\underline{d},\underline{r}) = \frac{p(\underline{r}|\underline{\phi},\underline{d})p(\underline{\phi})}{p(\underline{r}|\underline{d})}$ . En supposant que les coefficients du canal sont gaussiens, nous avons  $p(\underline{\phi}) \propto \exp(-\underline{\phi}^H R_{\phi}^{-1}\underline{\phi})$ , avec  $R_{\phi} = E(\underline{\phi}\underline{\phi}^H)$ .

Maximiser la fonction auxiliaire de (16) revient donc à maximiser l'espérance de la quantité suivante

$$\log(p(\underline{r}|\underline{\phi},\underline{d})p(\underline{\phi})) = -TQ_e \log(\pi\sigma^2)$$

$$-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{Q_e-1} \left| r_n^{(j)} - \underline{\phi}^T S_j \underline{d}_n^{L_e} \right|^2 - \underline{\phi}^H R_{\phi}^{-1} \underline{\phi}. \tag{17}$$

A la  $(p+1)^{\grave{e}me}$  itération, l'estimation du canal devient donc

$$\hat{\phi}^{(p+1)} = (R_{MAP}^{(p)})^{-1} \Gamma^{(p)} \tag{18}$$

οù

$$R_{MAP}^{(p)} = R_{MV}^{(p)} + \sigma^2 R_{\phi}^{-1}.$$
 (19)

Ceci correspond à une régularisation du Maximum de Vraisemblance par l'a priori relatif au canal,  $R_{\phi}^{-1}$ . L'effet de cette régularisation est d'autant plus important que la taille de la matrice  $R_{\phi}^{-1}$  est grande.

### 4.3 Résultats des simulations

Pour les simulations, nous considérons un système DS-CDMA avec 2 utilisateurs. Chaque utilisateur est codé par le code convolutif de rendement  $R_c = 1/2$  et de polynômes générateurs (7,5). Le facteur d'étalement est  $Q_e = 8$ . La longueur en chips W du canal est prise égale à 17, ainsi l'interférence entre symboles s'étale sur  $L_e = 3$  symboles. Les coefficients du canal sont modélisés par des variables gaussiennes complexes indépendantes de moyenne nulle. Le canal a le même profil d'énegie moyen que le canal Pedestrian B [5]. La modulation utilisée est une MDP-2. L'égaliseur utilisé est l'égaliseur MAP. Les séquences d'apprentissage ont une longueur de 128 chips. La figure 3 représente le TEB moyen (moyenne faite sur les deux utilisateurs) pour une à trois itérations du récepteur itératif quand l'algorithme EM utilise le critère MAP (courbes en continu) et quand il utilise le critère MV (courbes en discontinu). Nous remarquons que l'utilisation du critère MAP permet une amélioration significative des performances. Pour un  $TEB = 10^{-3}$ , à la  $3^{eme}$  itération, le gain apporté est de 1 dB.

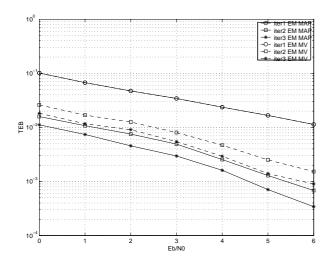


FIG. 3: TEB pour trois itérations du récepteur quand l'algorithme EM utilise le critère MAP (courbes en continu) et quand il utilise le critère MV (courbes en pointillés).

### 5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé un turbo-détecteur integrant la réestimation du canal pour un système multi-utilisateurs DS-CDMA dans le cas d'une transmission sur un canal sélectif en fréquence. A chaque itération du récepteur, l'estimation du canal est améliorée en utilisant l'algorithme EM. Généralement, l'algorithme EM est utilisé pour effectuer une estimation selon le critère MV. Ici, en supposant que le récepteur possède une estimation précise des statistiques du canal, nous avons développé l'algorithme EM selon le critère MAP. Les résultats des simulations montrent que ceci conduit à une amélioration significative des performances.

## 6 Annexe: L'algorithme EM selon le critère MAP

On veut utiliser l'algorithme EM pour estimer le canal  $\underline{\phi}$  selon le critère MAP. La fonction auxiliaire considérée est

$$Q(\underline{\phi}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}) = E(\log(p(\underline{\phi}|\underline{d}, \underline{r})|\underline{r}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}), \tag{20}$$

où  $\hat{\phi}^{(p)}$  est l'estimation de  $\phi$  à la  $p^{\grave{e}me}$  itération.

On veut montrer que si  $Q(\underline{\hat{\phi}}^{(p+1)},\underline{\hat{\phi}}^{(p)}) \geq Q(\underline{\hat{\phi}}^{(p)},\underline{\hat{\phi}}^{(p)})$  alors  $p(\hat{\phi}^{(p+1)}|\underline{r}) \geq p(\hat{\phi}^{(p)}|\underline{r})$ .

### Démonstration :

En utilisant la formule de Bayes, on peut écrire

$$Q(\underline{\phi}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = E(\log(\frac{p(\underline{d}|\underline{\phi}, \underline{r})}{p(\underline{d}|\underline{r})})|\underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) + E(\log(p(\underline{\phi}|\underline{r}))|\underline{r}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)})$$
(21)

En développant l'espérance, on obtient

$$Q(\underline{\phi}, \underline{\hat{\phi}}^{(p)}) = \sum_{\underline{d}} \left( p(\underline{d} | \underline{\hat{\phi}}^{(p)}, \underline{r}) \log \left( \frac{p(\underline{d} | \underline{\phi}, \underline{r})}{p(\underline{d} | \underline{r})} \right) \right) + \sum_{\underline{d}} \left( p(\underline{d} | \underline{\hat{\phi}}^{(p)}, \underline{r}) \log \left( p(\underline{\phi} | \underline{r}) \right) \right).$$
(22)

Par construction de l'algorithme EM, on a,

$$Q(\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)}) \ge Q(\hat{\underline{\phi}}^{(p)}, \hat{\underline{\phi}}^{(p)})$$
 (23)

Ceci conduit à

$$\sum_{\underline{d}} \left( p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p)}, \underline{r}) \log \left( \frac{p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p+1)}, \underline{r})}{p(\underline{d}|\underline{r})} \right) \right) + \log \left( p(\underline{\hat{\phi}}^{(p+1)}|\underline{r}) \right) \ge$$

$$\sum_{\underline{d}} \left( p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p)}, \underline{r}) \log \left( \frac{p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p)}, \underline{r})}{p(\underline{d}|\underline{r})} \right) \right) + \log \left( p(\underline{\hat{\phi}}^{(p)}|\underline{r}) \right)$$
(24)

Ainsi,

$$\log\left(\frac{\hat{\phi}^{(p+1)}}{\underline{r}}\right) - \log\left(p(\frac{\hat{\phi}^{(p)}}{\underline{r}}|\underline{r})\right) \ge \sum_{\underline{d}} \left(p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p)},\underline{r})\log\left(\frac{p(\underline{d}|\underline{\hat{\phi}}^{(p)},\underline{r})}{p(\underline{d}|\hat{\phi}^{(p+1)},\underline{r})}\right)\right). \tag{25}$$

Puisque  $\sum_{\underline{d}} \left( p(\underline{d} | \hat{\underline{\phi}}^{(p)}, \underline{r}) \log \left( \frac{p(\underline{d} | \hat{\underline{\phi}}^{(p)}, \underline{r})}{p(\underline{d} | \hat{\underline{\phi}}^{(p+1)}, \underline{r})} \right) \right)$  est la distance de Kullback entre 2 densités de probabilité, qui est positive, on a finalement  $\log \left( p(\hat{\underline{\phi}}^{(p+1)} | \underline{r}) \right) \geq \log \left( p(\hat{\underline{\phi}}^{(p)} | \underline{r}) \right)$ .

### Références

- [1] C.Douillard, M.Jézéquel, C.Berrou, A.Picart, P.Didier, and A.Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference: turbo-equalization," *European Trans. Telecommun.*, vol. 6, no. 5, pp. 507-511, 1995.
- [2] A.P.Dempster, N.M.Laird, and D.R.Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm," *Journal of the Royal Statistical society, Series B (Methodological)*, vol. 39, no. 1, 1977.
- [3] L.R.Bahl, J.Cocke, F.Jelinek, and J.Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-32, pp.284-287, March 1974.
- [4] S.Lasaulce, K.Gosse, P.Loubaton, and E.Moulines, "Performance of a semi-blind receiver for the uplink of the UMTS TDD mode," *IEEE Vehicular Tech. Conf. (VTC)*, Amsterdam, The Netherlands, September 1999.
- [5] 3GPP TSG RAN WG1. Physical channels and mapping of transport channels onto physical channel (TDD). Technical Report v 3.7.0, 3GPP TS 25.221, 1999.