

# Restauration par minimisation de la variation totale adaptée à un modèle de bruit ultrasonore

Khalifa DJEMAL<sup>1</sup>, William PUECH<sup>2</sup>, Bruno ROSSETTO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Optique Appliquée  
Université de Toulon et du Var, BP 132, 83957 La Garde Cedex, France

<sup>2</sup>Laboratoire CEM2, UMR CNRS 5507  
Centre Universitaire de Formation et de Recherche de Nîmes  
Pl. Gabriel Péri, 30021 Nîmes Cedex 1, France

djemal@univ-tln.fr, puech@univ-montp2.fr, rossetto@univ-tln.fr

**Résumé** – Pour s'affranchir du bruit dans une image, certaines techniques se basent sur le calcul d'une intensité moyenne en chaque pixel de l'image en considérant un certain voisinage. Cependant, ces techniques ont tendance à atténuer les contours présents dans l'image. Cet effet de bord est particulièrement pénalisant pour les algorithmes de segmentation dont la finalité est de retrouver les contours. La méthode de restauration par minimisation de la variation totale, proposée par Rudin *et al.* [1], consiste à minimiser sous contraintes des grandes variations présentes dans l'image tout en préservant les contours. Dans cet article, nous proposons une adaptation de la méthode de Rudin *et al.* [1] à la restauration d'images échographiques.

**Abstract** – To limit the noise in an image, some techniques are based on the calculation of an average intensity in each pixel of the image by considering a some neighbor. However, these techniques tend to attenuate contours present in the image. This effect edge is particularly penalizing for the algorithms of segmentation whose finality is to find contours. The method of restoration by minimization of the total variation, suggested by Rudin *et al.* [1], consists in minimizing under constraints of the great variations present in the image while preserving contours. In this paper, we propose an adaptation of the method of Rudin *et al.* [1] to the restoration of echographic images.

## 1 Introduction

La phase de restauration d'images est une opération importante dans de nombreuses chaînes de traitement et d'analyse d'images.

En effet, une image correctement restaurée permet d'améliorer la précision des opérations de traitement aval, comme la segmentation permettant de partager une image en régions homogènes ou de retrouver la géométrie des objets présents dans l'image. L'acquisition d'images ultrasonores est peu coûteuse et d'une innocuité totale. Cependant, les images obtenues présentent un phénomène de scintillement (*speckle*) provoqué par des phénomènes d'interférences des ondes diffusées à travers les tissus traversés. De plus, le traitement et la numérisation de l'onde introduit un bruit dans l'image. L'atténuation des rayons ultrasonores dans le corps rend difficile la perception d'organes profonds. Les os et l'air des poumons sont particulièrement opaques aux ultrasons et peuvent provoquer des occultations dans l'image. Des produits de contraste sous forme de microbulles d'air enfermées dans des sucres permettent d'améliorer la qualité de certaines images, en particulier dans les zones des vaisseaux sanguins et des cavités cardiaques. Le speckle apparaît dans toutes les images médicales conventionnelles ultrasonores et peut être une propriété indésirable puisqu'elle peut masquer des informations significatives et très utiles au diagnostic. Dans cet article, nous présentons une méthode de restauration d'images échographiques basée sur la résolution d'équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaires. Après un petit

rappel sur l'emergence des EDPs dans le traitement d'images et la vision par ordinateur, section 2, nous présentons une adaptation de la méthode variationnelle de restauration proposée par Rudin *et al.* [1] aux images échographiques section 2.1, dont le modèle de bruit proposé par Loupas *et al.* [2, 3], sera considéré. Des résultats expérimentaux sur une image réelle sont présentés section 3.

## 2 Méthode de restauration

Un certain nombre d'approches permettant de restaurer avec succès des images dégradées ont récemment vu le jour [4]. Ces approches, qui font référence maintenant en traitement des images, ont été proposées dans la littérature de manière indépendante, mais utilisent pour la plupart d'entre elles une méthodologie commune à base d'EDP [5]. A cause des fortes potentialités au niveau des applications qu'offre la restauration d'images dégradées, nous nous sommes tout naturellement intéressés à ce problème, aussi important en traitement d'images qu'en vision par ordinateur. Un dispositif détaillé de certaines méthodes de restauration par EDP est fourni dans [6].

Un certain nombre d'approches vise à réduire le speckle dans les images dégradées ont été publiées [3, 7, 8]. Ces méthodes basées sur des techniques différentes les unes des autres fournissent des résultats satisfaisants, mais la préservation des discontinuités dans l'image reste un point délicat.

Les méthodes de restauration classiques ont tendance à lisser les frontières et rendent plus difficile les traitements aval

telle que la segmentation. Comme nous l'avons décrit précédemment les EDPs offrent une nouvelle potentialité en terme de restauration d'images bruitées permettant de préserver au mieux les discontinuités présentes dans l'image originale. La méthode de restauration proposée est basée sur la résolution d'équations aux dérivées partielles non linéaires. En considérant les fonctions continues  $f$ ,  $g$  et  $\eta$  des variables  $x$  et  $y$ , le modèle considéré de l'image peut s'écrire :

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y), \quad \text{avec } (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

où  $f$  est l'image recherchée,  $g$  l'image observée,  $\eta$  un bruit gaussien centré d'écart type  $\sigma$  et  $\Omega$  le domaine de l'image. Le problème à résoudre est la minimisation du terme suivant :

$$\int_{\Omega} \sqrt{(f_x^2 + f_y^2)} \quad \text{avec } f_x = \frac{\partial f}{\partial x} \quad \text{et } f_y = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad (2)$$

sous des contraintes impliquant l'image observée  $g$ .

## 2.1 Modèle de bruit ultrasonore

Le modèle défini par l'équation (1) utilisé par Rudin *et al.* [1] ne permet pas de modéliser correctement une image échographique contenant un bruit de speckle. Nous adaptons la méthode de Rudin au modèle proposé par Loupas *et al.* [2] :

$$g(x, y) = f(x, y) + \sqrt{f(x, y)} \cdot b(x, y). \quad (3)$$

Le bruit multiplicatif  $b(x, y)$  est considéré gaussien centré d'écart type  $\sigma_b$ . Le terme  $\sqrt{f(x, y)} \cdot b(x, y)$  modélise le bruit des images échographiques [3, 9]. On définit les deux contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (f(x, y) - g(x, y)) \, dx dy &= 0 \quad \text{et} \\ \int_{\Omega} \left( \frac{f(x, y) - g(x, y)}{\sqrt{f(x, y)}} \right)^2 \, dx dy &= \sigma_b^2. \end{aligned} \quad (4)$$

La première contrainte traduit le fait que  $E\{\sqrt{f(x, y)} \cdot b(x, y)\} = 0$  car  $f(x, y)$  et  $b(x, y)$  sont des variables indépendantes. La deuxième contrainte suppose que  $b(x, y)$  est un bruit blanc centré d'écart type  $\sigma_b$ . L'application de l'équation d'Euler-Lagrange avec les deux contraintes (4) conduit à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right) - \lambda_1 \\ - \lambda_2 \left( 1 - \frac{g^2}{f^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

On choisit  $f^0$  telle que  $\int_{\Omega} f^0(x, y) \, dx dy = \int_{\Omega} g(x, y) \, dx dy$ , cette condition permet de ne plus considérer le paramètre  $\lambda_1$ . La résolution numérique est basée sur la méthode de du gradient, [1]. L'évolution du processus est contrôlé par le temps  $t$ . Dans ces conditions l'équation (5) devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(t)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_x^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \\ - \lambda^{(t)} \left( 1 - \frac{g^2}{f^{(t)2}} \right), \quad \text{pour } t > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Le multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  dépend du paramètre d'évolution  $t$ . A chaque itération, il est nécessaire de recalculer sa valeur. Pour cela, on multiplie par  $(f^{(t)} - g)$  les deux membres de l'équation (6), puis on intègre sur le support de l'image  $\Omega$ , on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (f^{(t)} - g) (f^{(t')} - f^{(t)}) \, dx dy \\ = \int_{\Omega} \left[ (f^{(t)} - g) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_x^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \right. \\ \left. + (f^{(t)} - g) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \right] \, dx dy \quad (7) \\ - \lambda^{(t)} \int_{\Omega} (f^{(t)} - g) \left( 1 - \frac{g^2}{f^{(t)2}} \right) \, dx dy \\ \text{avec } t' > t > 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega. \end{aligned}$$

La partie gauche de l'équation (7) est très faible si le pas du paramètre d'évolution est faible. De plus, si on pose :

$$\begin{aligned} K^{(t)} = \int_{\Omega} (f^{(t)} - g) \left( 1 - \frac{g^2}{f^{(t)2}} \right) \, dx dy \\ = \sigma_b^2 + \int_{\Omega} \frac{(f^{(t)} - g)^2}{f^{(t)2}} \cdot g \cdot dx dy, \end{aligned} \quad (8)$$

l'équation (7) s'écrit :

$$\begin{aligned} \lambda^{(t)} K^{(t)} = \int_{\Omega} \left[ (f^{(t)} - g) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_x^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \right. \\ \left. + (f^{(t)} - g) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \right] \, dx dy. \end{aligned} \quad (9)$$

Pour résoudre le système (9) dont le but est de calculer  $\lambda^{(t)}$ , on pose maintenant :

$P(x, y) = \varphi(x, y)A(x, y)$  et  $Q(x, y) = \varphi(x, y)B(x, y)$ .  
Avec :  $\varphi(x, y) = f^{(t)}(x, y) - g(x, y)$ , et :

$$A(x, y) = \frac{f_x^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}}; \quad B(x, y) = \frac{f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}}. \quad (10)$$

L'application du théorème de Green-Riemann donne :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right] \, dx dy = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x} A + \frac{\partial \varphi}{\partial y} B \right] \, dx dy \\ + \int_{\Omega} \left[ \varphi \frac{\partial A}{\partial x} + \varphi \frac{\partial B}{\partial y} \right] \, dx dy = \int_{c(\Omega)} (P \, dx - Q \, dy). \end{aligned} \quad (11)$$

Par identification on obtient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left( \sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}} - \frac{g_x f_x^{(t)} + g_y f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \, dx dy + \lambda^{(t)} K^{(t)} \\ = \int_{c(\Omega)} \left[ (f^{(t)} - g) \left( \frac{f_x^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \right) \, dy \right. \\ \left. - (f^{(t)} - g) \frac{f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)2} + f_y^{(t)2}}} \, dx \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Le deuxième terme étant nul et dans le cas du modèle du bruit dans les images échographiques on obtient alors l'équation (13) qui permet de calculer le multiplicateur de Lagrange pour chaque itération de l'algorithme.

$$\lambda^{(t)} = -\frac{1}{K^{(t)}} \int_{\Omega} \left( \sqrt{f_x^{(t)^2} + f_y^{(t)^2}} - \frac{g_x f_x^{(t)} + g_y f_y^{(t)}}{\sqrt{f_x^{(t)^2} + f_y^{(t)^2}} \right) dx dy, \quad (13)$$

### 3 Résultats

La méthode de résolution numérique utilisée est basée sur celle proposée par Rudin *et al* [1]. L'image initiale est choisie de telle sorte que les deux contraintes, équation (4) soit vérifiées, comme Rudin *et al* [1], l'image initiale  $f^{(0)}_{i,j}$  est considérée de la manière suivante :  $f_{i,j}^0 = g_{i,j} + \sigma_b \phi_{i,j}$ , où la fonction  $\phi_{i,j}$  doit être de moyenne nulle et de norme =1 au sens de  $L^2$ . Nous avons appliqué la méthode de restauration sur une image médicale échographique du sein illustrée figure 1. En considérant

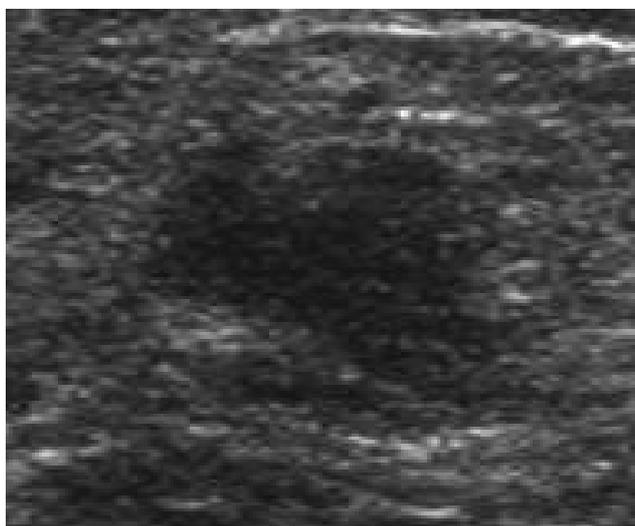


FIG. 1 – Image échographique originale d'un sein.

la relation linéaire entre la moyenne et la variance, le speckle dans ce type d'images est justifié par le modèle de bruit proposé par Loupas. C'est l'intérêt même de ce modèle par rapport à un modèle de bruit purement multiplicatif. Nous pouvons constater que le bruit de speckle présent dans l'image originale est pratiquement supprimé par notre méthode, illustré figure 2, et que les discontinuités sont préservées. La figure 3 illustre l'évolution du paramètre  $\lambda$  en fonction du nombre d'itérations, la convergence de l'algorithme est atteinte presque au bout de 50 itérations. Les régions de l'image restaurée sont plus homogènes et améliore le résultat de segmentation, comme illustré, figure 4.

### 4 Conclusion

La restauration d'images est une étape importante dans le domaine du traitement et analyse des images ou la vision par ordinateur en général. Certaines opérations comme la segmentation par exemple, les images fortement dégradées nécessitent

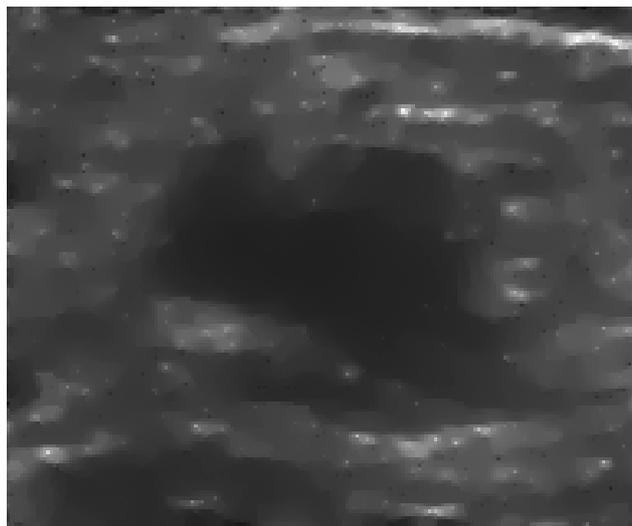


FIG. 2 – Image restaurée, obtenue par la méthode de restauration que nous venons de présenter.

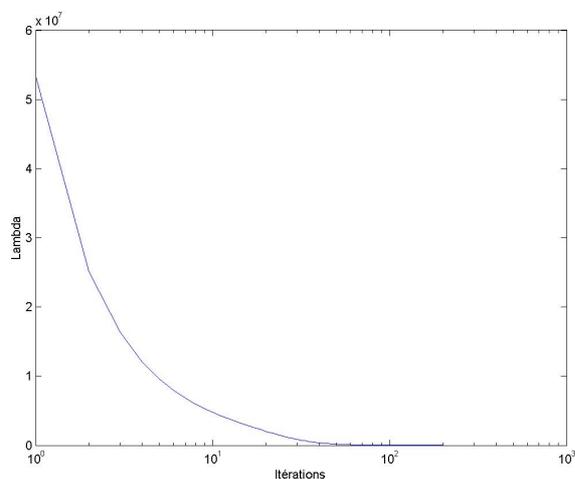


FIG. 3 – Evolution du paramètre  $\lambda$  en fonction du nombre d'itérations.

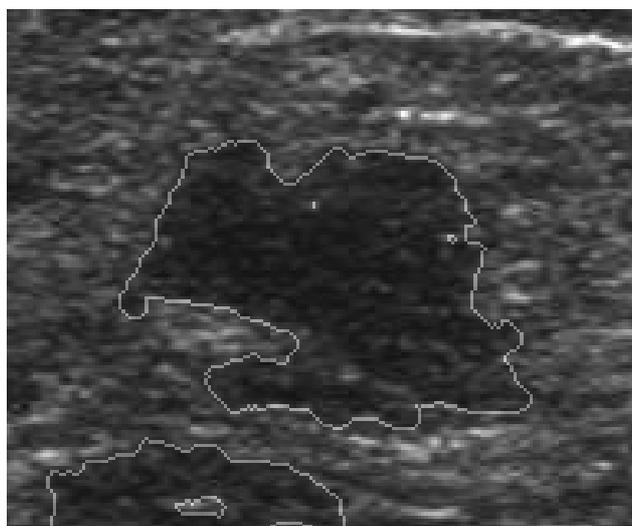


FIG. 4 – Image segmentée, obtenue par une méthode de segmentation par contour actif déformable.

un prétraitement efficace sans perte d'information sur les discontinuités.

Dans cet article, nous avons présenté une méthode de restauration d'images échographiques fortement bruitées. Nous avons montré qu'il est possible d'adapter la méthode de Rudin *et al.* [1] à la restauration de ce type d'images. Les résultats obtenus sont satisfaisants et encourageants. Les paramètres du modèle du bruit sont déterminés de manière globale, en perspective nous pensons qu'un traitement local ne fait qu'améliorer les résultats.

## Références

- [1] L. I. Rudin, S. Osher and E. Fatemi. *Nonlinear total variation noise removal algorithm*. Physica D, 60, pp. 259-268, 1992.
- [2] T. Loupas, W. N. McDicken and P. L. Allan. *An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasonic images*. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 36(1), pp. 129-135, 1989.
- [3] T. Loupas. *Digital image processing for noise reduction in medical ultrasonics*. Phd, University of Edinburgh, UK, 1988.
- [4] R. Deriche, O. Faugeras. *Les EDP en Traitement des Images et Vision par Ordinateur*. Traitement du Signal, 1996.
- [5] M. Berger, R. Deriche, I. Herlin, J. Jaffré, J. Morel. *Images, Wavelets and PDE's, Lecture Notes in Control and Information Sciences*. 12th International Conference On Analysis and Optimisation of Systems, ICAOS'96, 219, Springer-Verlag, juin 1996.
- [6] P. Kornprobst, R. Deriche. *Image Restoration via PDE*. In Proceedings of the Conference Investigative Image Processing, part of SPIE's First Annual Symposium on Enabling Technologies for Law Enforcement and Security, SPIE, Boston, MA, novembre 1996.
- [7] Ph. Réfrégier, O. Germain and T. Gaidon. *Optimal snake segmentation of target and background with independent Gamma density probabilities, application to speckled and preprocessed images*. OPTICS Communications, 137, pp. 382-388, 1996.
- [8] Y. Chen, R. Yin, P. Flynn and S. Broschat. *Aggressive region growing for speckle reduction in ultrasound images*. Pattern Recognition Letters, 24, pp. 677-691, 2003.
- [9] J. Montagnat. *Modèles déformables pour la segmentation et la modélisation d'images médicales 3D et 4D*. Thèse de doctorat, Université de Nice Sophia Antipolis, France, 1999.

...../.....