Gestion de capteurs pour la détection optimale de cibles aériennes : allocation temporelle

Marie de VILMORIN[1], Emmanuel DUFLOS[1,2], Philippe VANHEEGHE[1]

[1] Laboratoire d'Automatique et d'Informatique industrielle de Lille (LAIL UMR 8021)
Ecole Centrale de Lille, Cité Scientifique
BP 48, F59651 Villeneuve d'Ascq

[2] Institut Supérieur d'Electronique du Nord
Département Signaux, Systèmes et Télécommunications
41 boulevard Vauban, F59046 Lille Cedex

marie.de_vilmorin@ec-lille.fr, emmanuel.duflos@isen.fr, philippe.vanheeghe@ec-lille.fr

Résumé - *Nous présentons dans cet article une stratégie de gestion d'un capteur radar pour la détection d'un ensemble de cibles présentes dans une zone aérienne à surveiller. Nous établissons en particulier une stratégie d'allocation temporelle optimale. Les résultats sont basés sur la théorie de la recherche et la modélisation du capteur.*

1 Introduction

La problématique à laquelle nous nous intéressons est la gestion de capteurs, plus particulièrement l'utilisation optimale d'un ensemble de capteurs pour la surveillance d'une zone aérienne dans laquelle se trouvent des mobiles assimilés à des cibles. Ces capteurs sont de type radar ou infrarouge et sont localisés sur des avions. Ceux-ci ont pour mission de détecter les cibles, d'estimer leurs positions et leurs vitesses et de les identifier. Bien que ces trois actions puissent être liées, nous nous intéressons dans cet article à la détection des cibles par un capteur de type radar, capteur actif à balayage électronique.

Par leurs caractéristiques techniques, les capteurs ne peuvent observer, à un instant donné, qu'une partie de l'espace qui leur fait face. Il est alors nécessaire de rediriger leurs axes de visée de façon à observer toute la surface d'intérêt. Par ailleurs, il est intuitif que les performances de détection (probabilités) seront d'autant meilleures que la durée d'observation sera longue. Toutefois, nous imposons à la mission de détection une contrainte temporelle par la donnée d'une durée de réalisation T, connue et fixée. Une telle contrainte a des justifications opérationnelles et tactiques ([VIL02]). Enfin, nous supposons que nos avions font partie d'un système de surveillance plus complexe, composé de radars de veille et de systèmes d'écoute. Ils disposent par conséquent d'une connaissance *a priori* de la situation, c'est à dire d'une information plus ou moins précise sur le nombre et les positions des cibles.

Alors que notre problématique générale est d'établir une stratégie de gestion optimale des capteurs pour la détection de l'ensemble des cibles, celle de cet article est la suivante : *un capteur radar dispose d'une durée T pour l'observation de P cibles, comment s'organise-t-il pour optimiser globalement leur détection ?*

Plusieurs hypothèses sur la précision de la connaissance *a priori* disponible ont été formulées. Certains résultats ont été présentés dans [VIL02] et [DUF02]. Nous nous intéressons dans cet article au cas de figure dans lequel le nombre de cibles est connu et la connaissance sur leurs positions est traduite par des densités de probabilités.

La première partie de cet article est consacrée à la modélisation des fonctions de détection du capteur radar, et à leur optimisation. Après avoir défini un critère à optimiser, nous verrons dans une seconde partie une méthode optimale d'allocation de la ressource temporelle T. Les résultats proposés sont basés sur des algorithmes issus de la *Search Theory* ([GUE61], [LEC99]).

2 Le capteur radar

La prise en compte d'un capteur radar nécessite la compréhension de son fonctionnement et la modélisation de ses caractéristiques. Le capteur radar moderne a un mode de fonctionnement par balayage électronique. Cela signifie qu'il est possible de négliger les durées de déplacement de son axe de visée d'une position angulaire à une autre devant les durées d'observation.

Notons que la notion de stratégie sous-entend généralement les problèmes d'allocation de ressources et d'ordonnancement des tâches. Sous cette considération de déplacement « instantané » et dans le cadre des résultats présentés dans cet article, elle est considérée dans l'optique de l'allocation de ressources.

Le capteur radar est un type de capteur bien connu, son rapport signal sur bruit et sa probabilité de détection, pour une cible fluctuante de type *Swerling 1,* typiquement une cible aérienne, sont modélisés de la façon suivante ([KLE97]) :

$$SNR = \frac{\alpha T (\cos\theta)^2}{d^4} \qquad P_d = (P_{fa})^{\frac{1}{1+SNR}} \qquad (1)$$

où α est un paramètre opérationnel du capteur, P_{fa} est la probabilité de fausse alarme. La cible se trouve à la distance d du capteur, dans une direction formant un angle θ avec l'axe de visée du capteur, elle est observée pendant une durée T.

Pour des durées usuelles d'observation, cette probabilité décroît rapidement en fonction de la distance. Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour y remédier. Nous cherchons en particulier à l'optimiser pendant la durée T. Nous choisissons la méthode suivante : au lieu d'effectuer une unique détection pendant la durée T, le capteur réalise N détections élémentaires indépendantes de même durée et de probabilité P_{de}. Ainsi la probabilité cumulée au bout de la durée T est égale à :

$$P_d = 1 - (1 - P_{de})^N \qquad (2)$$

Nous déterminons dans [VIL02] le nombre optimal de détections élémentaires et l'expression de la probabilité cumulée :

$$N_{opt} = -\frac{\gamma_r \alpha T (\cos\theta)^2}{d^4 \ln(P_{fa})} \qquad P_d = 1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau_R}\right) \qquad (3)$$

où $\gamma_r = \ln 2$, $\tau_R = \frac{d^4 \ln(P_{fa})}{\gamma_r \alpha (\cos\theta)^2 \ln(1-\exp(-\gamma_r))}$. La démonstration de ces résultats consiste en l'écriture détaillée de l'expression (2) et en la résolution de l'équation issue de l'annulation de sa dérivée en fonction du paramètre N.

Nous montrons ainsi par ce résultat qu'il est possible d'établir l'optimisation de la détection d'une cible par un capteur radar et ce, à partir d'une connaissance *a priori* de la situation et de la modélisation des fonctions de détection du capteur radar.

3 Détection monocapteur monocible : allocation temporelle

Selon la problématique que nous avons définie dans cet article, notre objectif est d'optimiser l'utilisation d'une ressource temporelle par un capteur radar. La démarche que nous employons est basée sur l'optimisation d'un critère. Nous définissons celui-ci comme une somme pondérée des probabilités de détection des cibles dans chaque direction de l'espace. En effet, nous avons vu en introduction de cet article que le capteur radar n'observait, à un instant donné, qu'une petite partie de l'espace (quelques degrés). Par ailleurs, dans la direction dans laquelle son faisceau est orienté, le capteur radar forme instantanément un ensemble de cellules de résolution, c'est à dire qu'il visualise simultanément toutes les cibles présentes dans une même direction. Ainsi nous pouvons considérer la probabilité de détecter plusieurs cibles dans une même direction de l'espace, et définir le critère de la façon suivante :

$$J = \sum_{j=1}^{N_{dir}} \epsilon_j P_{dj}(t_j) \qquad (4)$$

où j est l'indice de direction d'observation, $j \in \{1, .., N_{dir}\}$, ϵ_j est un cœfficient de pondération dans la direction j et $P_{dj}(t_j)$ est la probabilité de détecter de une à P cibles dans la direction j pendant la durée t_j. Notons que, de façon générale, nous assimilons chaque champ de vue instantané, donc chaque direction, à une cellule et décomposons ainsi l'espace d'observation en un ensemble de cellules adjacentes. Par ailleurs les cœfficients de pondération ϵ_j sont introduits dans le critère dans un souci de généralisation, afin de tenir compte de paramètres opérationnels ou tactiques. Ils peuvent par exemple traduire la notion de menace due aux cibles présentes dans les différentes directions de l'espace. Le calcul des probabilités $P_{dj}(t_j)$ se fait de la façon suivante ([VIL02]) :

- décomposition de chaque « cellule-direction » en un ensemble de « cellules-distance », c_{ij} : cellule de distance i, de direction j,
- calcul des probabilités de localisation dans chaque cellule c_{ij}, par intégration des densités de localisation dans chaque cellule c_{ij}. $P_l(k, c_{ij}) = \rho_{ijk}$, probabilité de localisation de la cible k dans la cellule c_{ij},
- calcul de la probabilité de détection de chaque cible k dans chaque cellule c_{ij}, par l'utilisation de l'expression (1), en considérant comme distance la distance au centre de la cellule. $P_d(H_k | c_{ij})$: probabilité de détecter la cible k dans la cellule c_{ij}, sachant qu'elle s'y trouve effectivement,
- calcul de la probabilité que la cible k soit dans la cellule c_{ij} et qu'elle y soit détectée : $P_{dijk} = P_d(H_k | c_{ij}) \; P_l(k, c_{ij}) = \rho_{ijk} e^{-\delta_i \frac{d_i^4}{t_j}}$,
- calcul de la probabilité de détecter la cible k dans la direction j : $P_{djk} = \sum_i P_{dijk}$,
- calcul de la probabilité de détecter de une à P cibles dans chaque direction k, par l'utilisation de la formule de Poincaré, et modélisation paramétrique sous la forme (3) : $P_{dj}(t_j)$.

Nous chercherons à optimiser le critère J sous des contraintes de durées d'observation positives ou nulles et de somme des durées d'observation dans chaque direction égale à la durée totale allouée à la détection.

Notre problématique ainsi définie est proche de celle de la théorie de la recherche ([LEC99]). L'objectif de celle-ci est de proposer des solutions d'allocation d'un effort de recherche pour l'optimisation de la détection d'un objet dans une zone surveillée. Par efforts de recherche, nous entendons les ressources utiles à la détection, c'est à dire dans notre cas des durées d'observation. Plusieurs algorithmes ont été développés depuis la Seconde Guerre mondiale, notamment l'algorithme de « de Guenin », sur lequel nous nous sommes appuyés ([GUE61]). Les hypothèses principales en sont les suivantes : un espace de surveillance divisé en un ensemble de cellules, un effort de recherche total infiniment divisible, une probabilité de détection suivant la loi des rendements décroissants (condition satisfaite par (3)), une connaissance *a priori* sur une cible présente dans l'espace... Cette dernière hypothèse marque la différence avec notre formulation du problème. En effet, le fait d'avoir considéré un capteur de type radar nous a amenés à établir une probabilité de détection de plusieurs cibles dans une même direction, donc dans une même cellule. Ainsi, nous adaptons l'algorithme de « de Guenin » à un environnement multicible.

Détaillons à présent les hypothèses :

- E est l'espace dans lequel se trouvent les cibles, décomposé en un ensemble de cellules,
- Φ est l'effort de recherche total : $\Phi = T$,
- $\varphi(c_j)$ est l'effort de recherche dans la cellule c_j, c'est à dire, la durée t_j consacrée à l'observation de la direction j,
- $g(c_j) = \rho_j$ est la probabilité de localisation dans la direction j,
- $p(c_j, \varphi(c_j)) = p(c_j) = \frac{1}{\rho_j}\left(1 - \exp\left(-\frac{\varphi(c_j)}{\tau_j}\right)\right)$ est la probabilité locale de détection dans la direction j,
- $P(c_j, \varphi(c_j)) = P(c_j) = g(c_j)\,p(c_j) = 1 - \exp\left(-\frac{\varphi(c_j)}{\tau_j}\right)$ est la probabilité de détection dans la direction j sachant que des cibles s'y trouvent effectivement.

Notons que l'introduction d'un terme ρ_j dans l'écriture de la probabilité $p(c_j)$ peut sembler artificielle. En effet, notre calcul de la probabilité $P_{dj}(t_j)$ intègre implicitement les probabilités de localisation. Il nous est cependant nécessaire de les faire apparaître ici afin de satisfaire les hypothèses propres à l'algorithme de « de Guenin ».

Le principe de l'algorithme de « de Guenin » est de déterminer de façon itérative la répartition de l'effort de recherche dans les cellules de l'espace et ce, de façon à maximiser la probabilité de détection sur tout l'espace. Il s'appuie sur une condition nécessaire et suffisante d'optimalité, démontrée par J. de Guenin ([GUE61]) :

$$g(c_j)\,p'(c_j) = \lambda = cste \qquad \forall j \tag{5}$$

et pouvant être obtenue par l'utilisation des conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker ([HIR96], [VIL02]).

De cette condition découle la définition d'un espace de recherche, ensemble des cellules de E sur lesquelles l'effort de recherche n'est pas nul.

Lemme 1 *La cellule c_j appartient à l'espace de recherche E_R si et seulement si :*

$$\frac{\lambda \tau_j}{\Phi} < 1 \tag{6}$$

Eléments de preuve L'espace de recherche est défini par l'ensemble des cellules sur lesquelles l'effort de recherche n'est pas nul. Nous trouvons dans [GUE61] ou [LEC99] une condition d'appartenance d'une cellule à cet espace :

$$g(c_j) > \frac{\lambda}{p'(0)} \tag{7}$$

Or, dans le cas que nous détaillons ici, nous avons $g(c_j) = \rho_j$ et $p(c_j) = \frac{1}{\rho_j}\left(1 - \exp\left(-\frac{\varphi(c_j)}{\tau_j}\right)\right)$. Il en résulte, après réécriture de l'expression (7), la condition (6) d'appartenance à l'espace de recherche E_R. Notons que cette condition est indépendante du terme ρ_j, celui-ci se présente donc bien comme un artifice d'écriture et de calcul.

■

Enfin nous déterminons l'effort de recherche élémentaire.

Lemme 2 *L'effort de recherche élémentaire alloué à la cellule c_j appartenant à l'espace de recherche E_R est donné par la relation suivante :*

$$\varphi_\lambda(c_j) = \tau_j \ln\left(\frac{1}{\tau_j \lambda}\right) \tag{8}$$

Eléments de preuve L'effort de recherche élémentaire est calculé à partir de la condition nécessaire et suffisante donnée en (5). La probabilité de détection locale satisfaisant la loi des rendements décroissants, sa dérivée est bijective et son inverse calculable.

Nous réécrivons la condition d'optimalité en utilisant l'expression de la probabilité locale de détection :

$$\frac{1}{\tau_j} \exp\left(-\frac{\varphi_\lambda(c_j)}{\tau_j}\right) = \lambda \tag{9}$$

En inversant cette expression, nous obtenons l'expression (8) de l'effort de recherche élémentaire dans chaque cellule c_j.

■

Par ces deux lemmes nous avons déterminé l'espace sur lequel l'effort de recherche va être distribué et la valeur de cet effort dans chaque cellule le composant. Les résultats dépendent cependant d'un paramètre λ, qui va être déterminé par itérations successives de l'algorithme. Nous représentons figure 1 son principe de fonctionnement ([GUE61], [LEC99], [VIL02]). La valeur du paramètre λ est ajustée par dichotomie.

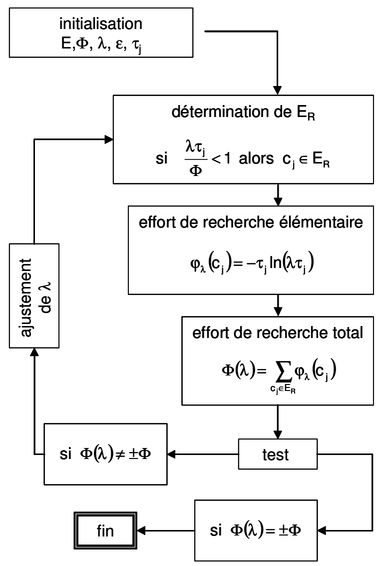

FIG. 1: *schéma de fonctionnement de l'algorithme de « de Guenin »*

Ainsi, grâce à cet algorithme modifié, nous pouvons déterminer de façon optimale l'organisation temporelle d'un capteur radar pour l'observation d'un espace dans lequel se trouvent plusieurs cibles. Ces résultats sont basés sur une connaissance *a priori* sur les cibles et la modélisation des fonctions de détection du capteur. L'exemple suivant illustre ces résultats.

Nous considérons quatre densités de probabilité dans un espace aérien (cf figure 2). Le tableau 1 synthétise les

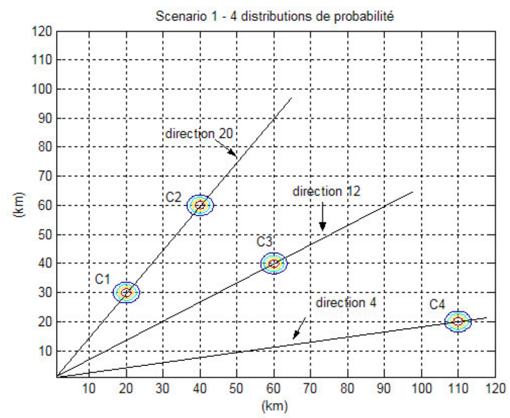

FIG. 2: *scenario 1 : les cibles sont représentées par leurs distributions, les droites représentent les directions de l'espace*

résultats obtenus pour l'allocation d'une durée de $T = 30\,ms$ à l'observation de cette situation.Nous pouvons constater que, même si elles sont toutes considérées au départ, toutes les directions ne seront pas observées. En effet, dans l'objectif d'une optimisation globale, il n'est pas intéressant d'observer des directions dans lesquelles

dir.	1..3	4	5..11	12	13..19	20	21..40
ϵ_j	1	1	1	1	1	1	1
t_j (ms)	0	0	0	23,4682	0	6,5318	0
P_{dj}	0	0	0	0,5958	0	0,9713	0

TAB. 1: *Allocation temporelle, par direction, scénario 1*

les probabilités de localisation sont trop faibles ou les cibles trop éloignées.

4 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une méthode d'allocation temporelle basée sur des résultats de la *Search Theory*. Les mêmes résultats peuvent être obtenus par une méthode d'optimisation lagrangienne ([VIL02]). Le rapprochement avec cette théorie est cependant intéressant dans le sens où nous lui apportons un cadre applicatif, et multicible, par l'utilisation d'un capteur radar modélisé, et où elle nous apporte un cadre théorique dans lequel de nombreux algorithmes ont été et sont encore développés, répondant à des hypothèses que nous pourrons être amenés à formuler.

Une des principales perspectives de ces travaux pourrait être la considération d'un critère plus complexe, conduisant à une optimisation multicritère. Par exemple, la notion de menace pourrait être considérée comme un critère à part entière.

Références

[DUF02] E. Duflos, M. de Vilmorin, and P. Vanheeghe. Détermination de stratégies de gestion dynamique optimale pour un radar à balayage électronique. *Revue Traitement du Signal*, **19**, (2), 59–73, 2002.

[GUE61] J. de Guenin. Optimum distribution of effort : An extension of the koopman basic theory. *Operations Research*, pages 1–7, January-February 1961.

[HIR96] J. Hiriart-Urruty. *L'optimisation.* Que Sais-Je ? Presses Universitaires de France, 1996.

[KLE97] L. Klein. *Millimeter-Wave Infrared Multisensor Design and Signal Processing.* Artech House, Inc, 1997.

[LEC99] J. Le Cadre and G. Souris. Un panorama des méthodes d'optimisation de l'effort de recherche en détection. *Revue Traitement du Signal*, Octobre 1999.

[VIL02] M. de Vilmorin. *Contributions À la Gestion Optimale de Capteurs : Application À la Tenue de Situations Aériennes.* Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Ecole Centrale de Lille, décembre 2002.