

# Exploitation des matrices de Mueller en vue d'applications au génie biologique et médical

S. GUYOT<sup>1</sup>, Y. TAKAKURA<sup>2</sup>, C. VEZIEN<sup>1</sup>, B. FONTAS<sup>1</sup>, B. CLAIRAC<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire L.E.R.I.S.S, Université Paris12 Val de Marne, 94010 Créteil

<sup>2</sup>Laboratoire G.R.T.R/L.S.I.I.T (U.M.R 7005), Equipe T.R.I.O, Université Louis Pasteur, Strasbourg  
Guyot@univ-paris12.fr, Yt@mephot.u-strasbg.fr

**Résumé** – L'exploitation de la matrice de Mueller permet un système d'imagerie dont le contraste est entièrement basé sur les propriétés polarimétriques du milieu observé. L'exploitation des différents contrastes de cette matrice demeure la problématique du domaine dans le cas de milieux multi-diffusants tel que les tissus biologiques. Nous proposons dans cet article une nouvelle méthode d'extraction de données polarimétriques basée sur une modélisation multi-couche du milieu observé. L'extraction de nouveaux contrastes pourrait permettre, à terme, une meilleure visualisation des pathologies dermatologiques.

**Abstract** – The Mueller's matrix allows a system of imagery whose contrast of the images is entirely based on the polarimetric properties of the medium observed. Exploitation of various contrasts of this matrix is the main problem of this field in the case of scattering media such as biological tissues. We propose in this article a new method of extraction of polarimetric data based on a multi-layer modeling of the medium observed. The extraction of new contrasts could in the long term allows a better visualization of dermatological pathologies.

## 1 Introduction

Quatre facteurs caractérisent la lumière : l'intensité, la phase, la fréquence et la polarisation. C'est à cette dernière propriété que nous allons nous intéresser. Plusieurs formalismes nous permettent d'étudier ce phénomène tel que le formalisme de Jones, de Poincaré ou encore, le formalisme de Mueller. A noter que le formalisme de Mueller est basé sur l'exploitation des intensités lumineuses contrairement à celui de Jones basé sur les amplitudes et phases du champ électrique. De ce fait, le choix de l'un ou de l'autre de ces deux formalismes dépendra des applications. En ce qui nous concerne, nous visons des applications bio-médicales. Par conséquent, la simplicité expérimentale ainsi que le coût des installations sont privilégiés. Nous avons donc axé notre étude sur le formalisme de Mueller. Les matrices de Mueller sont des matrices 4\*4 que l'on peut considérer comme des matrices de transfert entre un vecteur de Stokes d'entrée et un vecteur de Stokes de sortie (cf equation 1). Ces vecteurs de Stokes sont des vecteurs 4\*1 dont les composantes sont des combinaisons linéaires des carrés des amplitudes des composantes du champ électrique (donc homogènes à des radiance).

$$S_s = M.S_e \quad (1)$$

Ces vecteurs de Stokes permettent de formaliser n'importe quelle polarisation d'un vecteur lumineux. Toute la problématique se situe dans l'exploitation de la matrice de Mueller dans laquelle toute les propriétés polarimétriques du milieu sont confinées. L'objectif est donc d'extraire les propriétés optiques du milieu et de baser le système d'imagerie sur ces propriétés. Il existe trois grandes familles de propriétés polarimétriques [1] ; les propriétés agissant sur l'amplitude du champ électrique, celles agissant sur la phase, enfin la dégradation de la polarisation à la traversée du milieu considéré. Nous appliquons un modèle multi-couche introduit en 1996 par Lu and al [5], qui

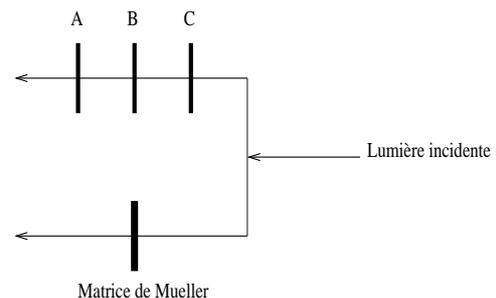


FIG. 1: Modèle multi-couche

consiste à séparer les propriétés de diatténuation, de retard et de dépolarisation du milieu. Cela se traduit par la décomposition de la matrice de Mueller initiale en un produit de trois matrices de Mueller aux propriétés polarimétriques distinctes. Le schéma 1 résume ces propos. Nous allons succinctement énoncer les propriétés mathématiques de ces matrices et les associer aux propriétés polarimétriques "pures" dans la section 2. La section 3 sera entièrement consacré à la commutation des différentes couches qui met en exergue un filtrage optique intrinsèque au modèle [3]. Nous illustrerons ce processus à travers l'étude d'un milieu test. Enfin, la section 4 permettra de conclure et de présenter les perspectives bio-médicales de ce travail.

## 2 Matrices aux propriétés optiques pures et modèle multi-couche

La décomposition s'effectue sous la forme d'un produit. Cette décomposition de la matrice de Mueller d'un milieu revient à modéliser ce milieu par un système de trois couches distinctes aux propriétés optiques pures. Le produit matriciel n'étant pas

commutatif, il est aisé de constater que six décompositions sont possibles. Nômmons:

1.  $Md$ , la matrice de diatténuation,
2.  $Mr$ , la matrice de retard,
3.  $MD$ , la matrice de dépolarisation,

et rappelons brièvement les propriétés de ces matrices.

## 2.1 La matrice de Diatténuation

La matrice de diatténuation (dichroïsme) peut se mettre sous la forme suivante [5]:

$$Md = \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^t \\ \vec{D} & md \end{bmatrix} \quad (2)$$

avec  $md$  qui prend la forme:

$$md = \sqrt{1 - D^2} I + \left(1 - \sqrt{1 - D^2}\right) \frac{\vec{D}}{|\vec{D}|} \frac{\vec{D}^t}{|\vec{D}^t|} \quad (3)$$

$I$  est la matrice identité (3\*3). D'autres propriétés de ces matrices de diatténuation peuvent être trouvées dans la littérature [5, 6].

## 2.2 La matrice de Retard

La matrice de retard quant à elle, prend communément l'expression de l'équation 4:

$$Mr = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & mr \end{bmatrix} \quad (4)$$

avec  $mr$  qui prend la forme:

$$(mr)_{ij} = \delta_{ij} \cos R + a_i a_j (1 - \cos R) + \sum \epsilon_{ijk} a_k \sin R \quad (5)$$

avec  $\delta_{ij}$  et  $\epsilon_{ijk}$  respectivement, le symbole de Kronecker et le symbole de Levi-civita.  $R$  est la retardance. Notons au passage que  $mr$  n'est ni plus ni moins qu'une matrice de rotation.

## 2.3 La matrice de dépolarisation

La matrice de dépolarisation peut se mettre sous la forme suivante :

$$MD = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ P_o & mD \end{bmatrix} \quad (6)$$

ou  $P_o$  est le vecteur (3 \* 1) de polarizance qui représente la capacité d'un système à polariser une onde incidente dépolarisée.  $mD$ , est une matrice 3\*3 symétrique qui contient les termes dépolarisants du système.

Selon Lu et chipman en 1996 [5], toute matrice de Mueller peut être décomposée en un produit de trois matrices sous la forme de l'équation 7 :

$$M = MD.Mr.Md \quad (7)$$

A noter que l'ensemble des décompositions théoriquement possible dues à la non-commutativité matricielle a été envisagé et exploité [3].

Ainsi, les propriétés polarimétriques se trouvent séparées, et l'extraction des paramètres polarimétriques est rendue possible.

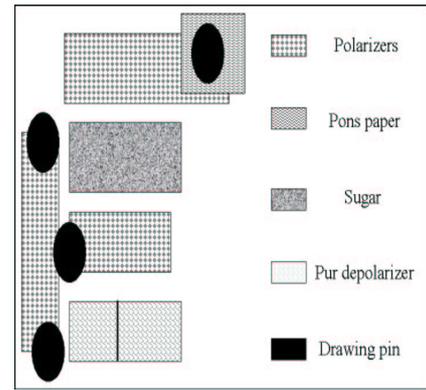


FIG. 2: Milieu test

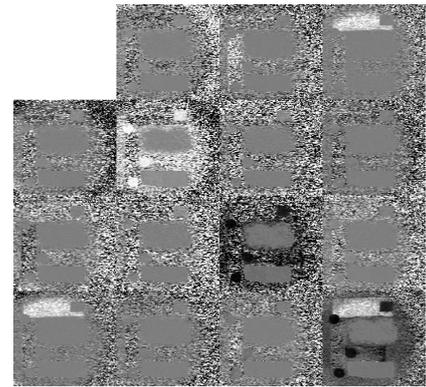


FIG. 3: matrice de Mueller normalisée.

## 3 Application sur un milieu test

### 3.1 Le milieu test

Ce milieu est présenté figure 2. Le milieu test (cf figure 2) est donc constitué de trois polariseurs, de punaises métal, d'un dépôt de sucre présentant une importante granularité, et de deux dépolarisateurs constitué de velours de granularités différentes. Le tout repose sur un support, recouvert d'un velours à poil ras. A noter que du papier de verre fut ajouté au niveau d'une des punaises dans le but de ne pas saturer la camera CCD dans la direction spéculaire. Nous partons d'une matrice de Mueller 2D obtenue au L.S.I.I.T de l'université de Strasbourg [7], que nous décomposerons au travers du modèle multi-couche. Nous montrerons ainsi l'utilité de la commutation servant de filtrage optique.

### 3.2 Pourquoi ce milieu test ?

En fait, nous désirions montrer qu'il est possible de discriminer des milieux uniquement sur des critères polarimétriques. Ainsi, s'explique la présence de toutes les propriétés polarimétriques sur cet échantillon. Les polariseurs sont de purs diatténuateurs, les punaises vont jouer le rôle de retardeurs purs du fait de la réflexion et de son effet sur le champ électrique. Enfin, les mécanismes de dépolarisation seront présents sur l'ensemble de l'échantillon. Nous présentons la matrice de Mueller normalisée de ce milieu test (cf figure 3) et nous décomposons cette matrice en matrices de diatténuation, retard et dépolarisation (cf figure 4).

Le bruit dans les images est issu de la normalisation de la

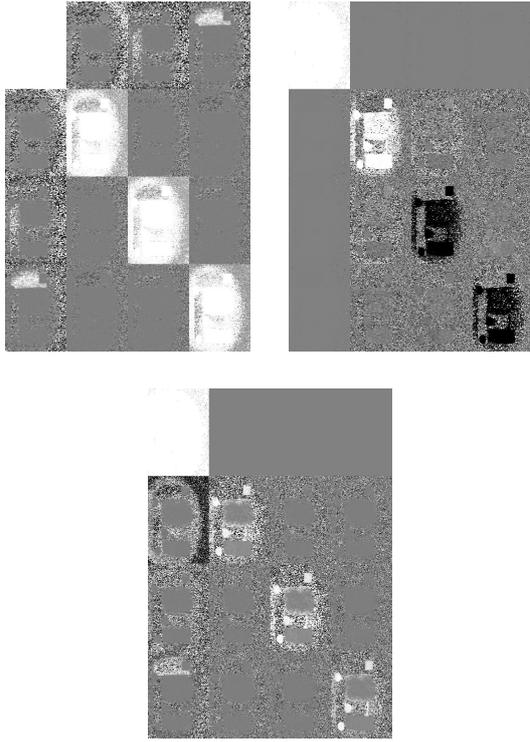


FIG. 4: Décomposition en matrice de diatténuation, retardance et dépolarisation

matrice de Mueller expérimentale. La décomposition permet l'obtention de trois matrices aux propriétés polarimétriques distinctes. Les images obtenues présentent des contrastes uniquement basés sur la propriété polarimétrique considérée (cf figure 5). Il est intéressant d'observer les contrastes pour ce milieu test. Ce qui suit concerne l'analyse des résultats du traitement pour deux commutations différentes.

### 3.3 La commutation "MD\*Mr\*Md"

Considérons l'image codée en diatténuation, qui permet la discrimination des polariseurs (diatténuateurs purs). Les punaises ainsi que les "dépolarisateurs" apparaissent en noir, ce qui rend bien compte du fait qu'ils ne présentent pas de dichroïsme. Ainsi, comme énoncé précédemment, non seulement, ce type d'imagerie permet la différenciation, mais apporte également des informations sur les propriétés optiques du milieu détecté. Les informations fournies par le codage en retardance donne des résultats moins spectaculaire et forcément plus prévisible du fait de l'imagerie en rétrodiffusion qui entraînent un contraste clair sur les punaises. Il est néanmoins intéressant de noter la "disparition" des polariseurs sur le bruit de fond de l'image. Ceci résulte d'un filtrage en propriétés optiques lors de la décomposition (ici,  $m = m_D.m_r.m_d$ ). Enfin, l'image en dépolarisation permet de mettre en évidence les dépolarisateurs de l'image. Les punaises ne dépolarisent pas et présente des niveaux de gris faible. Le bruit de fond permet d'appréhender la texture "velours" du support. Par contre, la granularité du sucre n'apparaît pas. Le sucre se présente sous la forme d'une entité avec un pouvoir dépolarisant élevé.

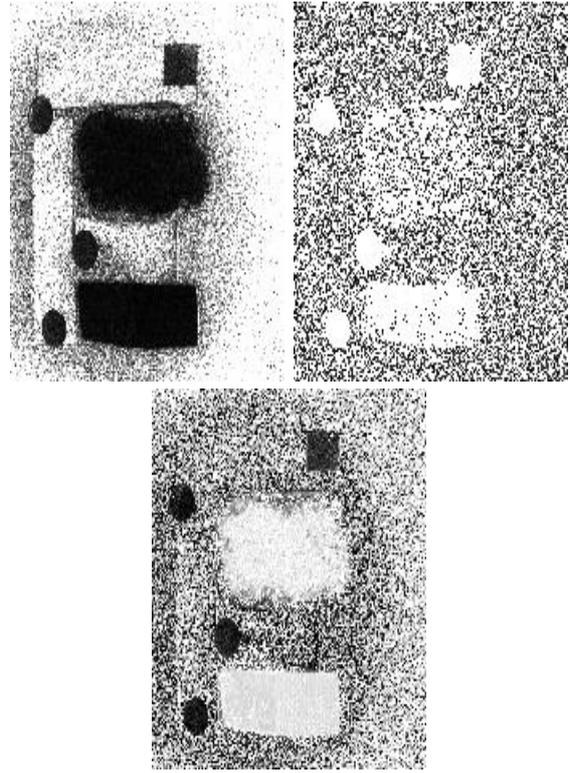


FIG. 5: Images codées en Diatténuation, Retardance et Dépolarisation. ( $m = m_D.m_r.m_d$ )

### 3.4 La commutation "Mr\*Md\*MD"

Nous allons maintenant décomposer La matrice de Mueller normalisée par une autre des six décompositions possibles (il s'agit de  $m = m_r.m_d.m_D$ ). Les résultats en terme de codage d'images sont présentés sur la figure 6. La comparaison des deux séries d'images montre l'importance de la commutation.

La commutation joue le rôle de filtrage optique. Celui-ci permet sur cet exemple précis de discriminer la granularité du sucre sur l'image de diatténuation et de dépolarisation. Rappelons d'où provient le filtrage : nous avons vu que cette décomposition n'était ni plus ni moins qu'une modélisation en couche optique du milieu étudié. En fonction de la position relative des différentes couches, la lumière incidente se décompose de différentes façons. Elle est successivement filtrée par la première, puis par la seconde et enfin par la troisième couche. Ces différentes couches ne sont pas des couches optiques au sens propres du terme, mais sont des couches polarimétriques, ce qui explique l'invariance du codage en retardance dans les deux configurations de la décomposition. Toutes ces considérations sur la commutation du modèle multi-couche peuvent être trouvés dans la littérature [2, 3].

## 4 Conclusion

Le formalisme de Mueller permet d'appréhender le phénomène de polarisation dans l'interaction laser-matière. Son extension en 2D permet l'imagerie des milieux diffusants. L'analyse et l'exploitation de ces matrices de Mueller permet de baser le contraste des images sur les propriétés optiques du milieu (hors absorption). Le filtrage réalisé par la commutation permet de privilégier l'une ou l'autre des propriétés optiques. De ce fait,

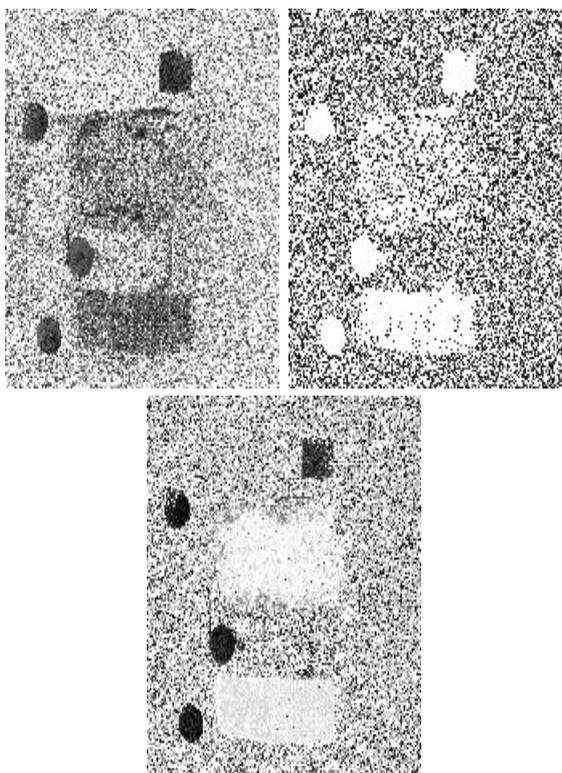


FIG. 6: Images codées en Diatténuation, Retardance et Dépolarisation. ( $m = m_r \cdot m_d \cdot m_D$ )

d'un point de vue théorique, nous cherchons actuellement à optimiser de manière automatique le choix d'une commutation en fonction du milieu considéré. D'un point de vue applicatif, des applications bio-médicales visant à la détection de pathologies dermiques sont en cours. En effet, nous espérons détecter ces pathologies au travers des modifications optiques qu'elles engendrent. L'exemple de l'apparition du collagène dans le foie fibrosé et donc de biréfringence en est un exemple. L'exploitation par la polarimétrie de cette biréfringence permet la quantification de l'atteinte hépatique [4].

## Références

- [1] J.J. Gil and E. Bernabeu. Obtainement of the polarizing and retardation parameters of a non-depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix. *Optik*, 76(2):67–71, 1987.
- [2] S. Guyot, B. Clairac, C. Vézien, and B. Fontas. Exploitation du formalisme de Mueller appliqué à l'imagerie des milieux multi-diffusants. *OptDiag*, May 2002.
- [3] S. Guyot, B. Clairac, C. Vézien, and B. Fontas. Optical properties filtering through Mueller's formalism : Application to laser imagery. *Optiks*, 2003. en correction.
- [4] B. Laude, S. Guyot, B. Clairac, A. De Martino, E. Garcia Caurel, L. Schwartz, and B. Drévilon. A Mueller polarimetric system and matrix processing. *Proceedings of S.P.I.E*, June 2003. Munich, Allemagne.
- [5] S Lu and R.A Chipman. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition. *J. Opt. Soc. Am.*, 13(5):1106–1113, May 1996.

- [6] S.Y. Lu and R.A. Chipman. Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(2):766–773, 1994.
- [7] J. Zallat, Y. Takakura, M. P. Stoll, and P. Graebing. Active Imaging Polarimetry. *Proceeding of Physics in Signal and Image Processing*, pages 346–348, 2001. Marseille.