

# Etude d'une méthode utilisant les ondelettes pour la réduction des effets de troncature en holographie acoustique

Jean-Hugh THOMAS, Jean-Claude PASCAL

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM UMR CNRS 6613)

Université du Maine, rue O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France

jean-hugh.thomas@univ-lemans.fr, jean-claude.pascal@univ-lemans.fr

**Résumé** – L'étude présente une utilisation des ondelettes en holographie acoustique de champ proche qui permet d'améliorer la localisation des sources acoustiques en réduisant les effets de troncature. La méthode permet de mettre en évidence des distorsions sur le champ acoustique qui vont ensuite être atténuées au moyen d'un filtrage spatial sélectif. Des critères objectifs basés sur des mesures de distance dans l'espace des nombres d'onde sont déterminés afin de prouver l'intérêt de la méthode.

**Abstract** – The study involves a nearfield acoustic holography method using wavelets to improve the separation of acoustic sources by lessening truncation effects. The treatment highlights the distortion of the acoustic field that will be reduced by a selective spatial filtering. Objective criteria based on measurement distances in the domain of wavenumbers are computed to prove the relevance of the approach.

## 1 Introduction

L'holographie acoustique est une technique permettant de caractériser et de localiser des sources acoustiques [1]. Le travail concerne l'étude de sources stationnaires en holographie plane. Il s'agit de mesurer le champ de pression acoustique au voisinage spatial du système étudié, c'est-à-dire à quelques centimètres, et de résoudre un problème inverse permettant de rétropropager le champ sur le plan des sources (cf figure 1). Le procédé d'holographie acoustique permet au final d'obtenir pour une fréquence particulière  $f_0$  une image du rayonnement des sources de bruit. L'holographie conduit à la résolution d'un problème inverse dans le domaine des nombres d'onde. Cet espace obtenu par transformée de Fourier bidimensionnelle du champ acoustique spatial permet de décomposer le champ en une superposition d'ondes propagatives (d'amplitude constante) et évanescentes (d'amplitude décroissante). L'utilisation dans l'espace de nombre d'onde d'un propagateur mathématique permet de rétropropager chaque composante du champ acoustique vers les sources mais a des conséquences néfastes sur l'image résultante si le spectre de nombre d'onde du champ de pression est distordu. L'une des origines est bien connue et est liée au mécanisme d'amplification exponentielle des ondes évanescentes dont le nombre d'onde est supérieur à  $2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  désignant la longueur d'onde ( $\lambda = c/f_0$ ) avec  $c$  la célérité du son dans l'air. Par cette action, des fluctuations spatiales rapides dues au bruit ou à des distorsions sont réamplifiées et viennent polluer l'image. Afin de pallier ce problème, il est d'usage d'opérer un filtrage circulaire des nombres d'onde [2]. Le choix du nombre d'onde de coupure est alors délicat : il est nécessaire de filtrer le bruit en évitant de supprimer la totalité des ondes évanescentes qui permettent de reconstruire les détails des sources. Des méthodes de régularisation peuvent aussi être employées pour minimiser l'effet de ces distorsions sur l'image reconstruite. Un autre facteur lié à l'expérimentation vient ajouter de la distorsion. Il s'agit de la

taille finie de la zone de l'espace dans laquelle le champ acoustique est acquis. La théorie de l'holographie suppose un champ acoustique infini qu'il est évidemment impossible d'obtenir en pratique. L'objectif de l'étude est de réduire les effets de distorsion dus à la troncature du champ acoustique, d'autant plus qu'ils sont assez difficilement atténués par un filtrage dans le domaine des nombres d'onde même assisté par des techniques de régularisation.

## 2 Présentation de la méthode

La technique mise en oeuvre repose sur l'analyse multi-résolution du champ de pression acquis dans le champ proche des sources. Cette technique a rarement été expérimentée dans le cadre de l'holographie en dehors des travaux d'El-Khoury et Nouals [3]. Elle permet d'extraire les contours horizontaux, les contours verticaux et les détails du champ acoustique à différentes résolutions en opérant des filtrages dans plusieurs bandes du domaine des nombres d'onde. Le rôle de l'analyse multirésolution dans l'étude est de mettre en évidence les effets de la troncature. L'analyse fait ainsi ressortir au voisinage des bords de l'antenne des zones de forte amplitude du champ acoustique qui ne proviennent pas des sources acoustiques du système étudié (cf figure 2). L'étape suivante du traitement consiste à filtrer spatialement et de façon sélective ces zones. Alors que l'étude [3] fait intervenir des fenêtres de Hamming, notre travail est basé sur l'utilisation de fenêtres  $\Pi$ -modifiées [4, 5] suivant l'axe horizontal, l'axe vertical ou suivant les deux axes en recourant à une forme polaire. Les quatre images à la première résolution (ou les sept à la seconde résolution) ainsi filtrées sont présentées à l'algorithme de synthèse multirésolution qui produit une nouvelle image du champ acoustique dans le champ proche. C'est cette image et non pas l'image de départ acquise à 0,1 m qui va être rétropropagée par holographie sur le plan des sources.

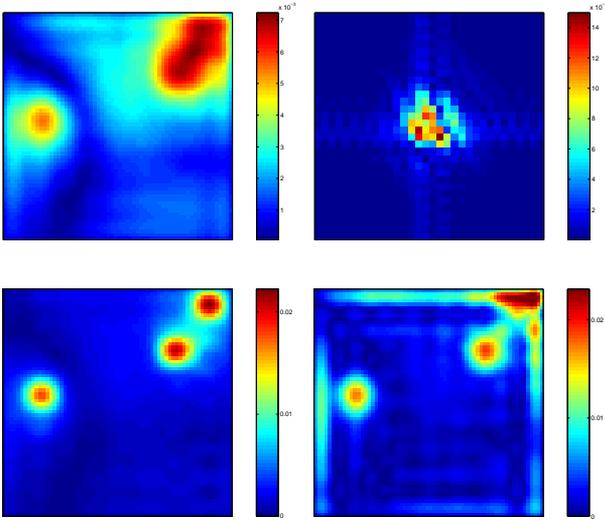


FIG. 1 – Principe de l’holographie : le champ acoustique acquis à 0,1 m du plan des sources (en haut à gauche) est transformé dans le domaine des nombres d’onde (en haut à droite), y subit un filtrage et une opération de rétropropagation qui conduit par transformée de Fourier bi-dimensionnelle inverse (du spectre  $K_{V_2}$  ici) au champ reconstruit à 0,01 m (en bas à droite). Le champ de référence acquis à 0,01 m du plan des sources est en bas à gauche.

### 3 Caractérisation de la méthode

#### 3.1 Expérimentation

Afin d’établir l’intérêt de la méthode, une expérimentation est réalisée avec trois enceintes acoustiques : deux sont voisines l’une de l’autre, l’une étant située près des bords de la zone balayée par le microphone de mesure. Les acquisitions sont effectuées à 0,1 m du plan des sources. A partir de ces mesures, l’objectif est de reconstituer le champ acoustique à 0,01 m du plan source pour la fréquence  $f_0=400$  Hz (longueur d’onde  $\lambda=0,85$  m). Afin de valider la méthode, une acquisition est également effectuée à 0,01 m du plan source. La comparaison visuelle entre le champ de référence acquis à 0,01 m (cf figure 1), celui reconstruit par la méthode à base d’ondelettes et celui obtenu par holographie standard à partir du champ acquis à 0,1 m (cf figure 3), montre l’intérêt de l’approche présentée dans l’article. Il s’agit toutefois d’une reconnaissance subjective. C’est pourquoi une attention toute particulière a été menée dans l’extraction de paramètres objectifs permettant de valider l’approche.

#### 3.2 Démarche

Nous avons choisi de comparer les spectres de nombre d’onde plutôt que les champs acoustiques spatiaux résultant de l’holographie. La comparaison a lieu dans le domaine des nombres d’onde avant rétropropagation. La représentation du champ acoustique dans le domaine des nombres d’onde, déterminante dans le processus de reconstruction, justifie ce choix.

L’objectif ici est de comparer les spectres obtenus à partir du traitement par ondelettes et ceux obtenus en holographie

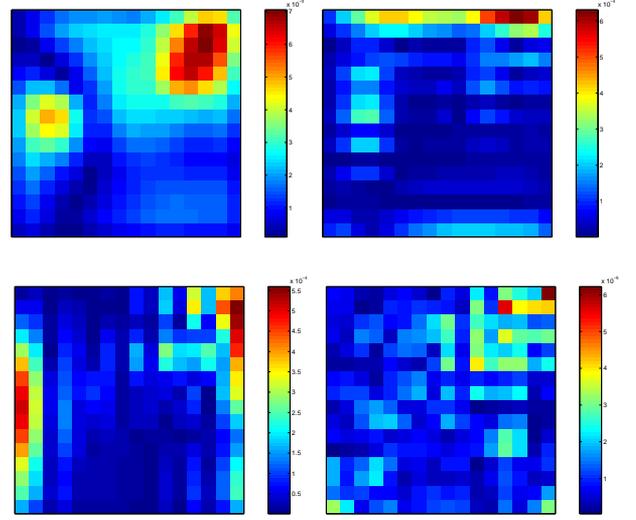


FIG. 2 – Analyse multirésolution du champ de pression acoustique acquis à 0,1 m (cf figure 1) : approximation (en haut à gauche), contours horizontaux (en haut à droite), contours verticaux (en bas à gauche), détails (en bas à droite).

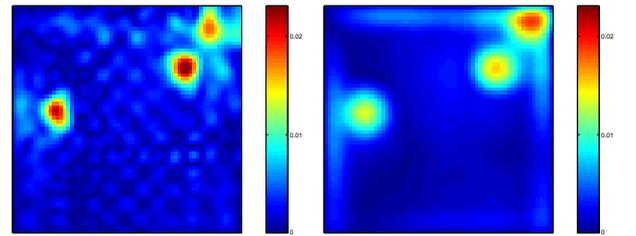


FIG. 3 – Champ acoustique reconstruit par la méthode à base d’ondelettes (à gauche à partir de  $K_{W_{2d}}$ ) et par holographie standard (à droite à partir de  $K_{V_1}$ ).

standard à partir d’un filtrage circulaire dans le domaine des nombres d’onde au moyen de filtres de Veronesi ou de Li [6]. Dans ce dernier cas, les fréquences de coupure sont indiquées par rapport au nombre d’onde maximum  $k_{max} = \pi/\Delta L$  dépendant du pas d’échantillonnage spatial  $\Delta L = 0.067$  m. L’influence de la largeur de la zone d’analyse balayée lors de l’acquisition est également étudiée. Quatorze spectres sont évalués à partir de mesures expérimentales acquises sur une grille de 16 par 16 ou 28 par 28 points, étendue à 32 par 32 par ajout de zéros (cf tableau 1). Le spectre résultant de la transformée de Fourier 2D du champ acoustique mesuré à 0.01 m, une fois propagé à 0.1 m, constitue la référence  $K_R$ . Le spectre  $K_B$  reflète la représentation en nombre d’ondes du champ acquis à 0.1 m. Les douze autres spectres sont obtenus par un traitement par ondelettes ou par un filtrage de Li ou Veronesi appliqué au spectre  $K_B$ .

#### 3.3 Mesure de distances

L’écart entre les représentations dans le domaine des nombre d’ondes est évalué en calculant plusieurs distances entre un

TAB. 1 – Caractéristique des spectres de nombre d’onde à comparer ( $AM\ i$  signifie analyse multirésolution de niveau  $i$ ). La particularité du spectre  $K_{W_{2d}}$  vient de l’absence de filtrage sélectif des détails obtenus au niveau 2.

Spectre de nombre d’onde		Grille		Traitement	
$K_R$ référence		16*16		non	
$K_B$		16*16		non	
$K_{L_1}$	$K_{LL_1}$	16*16	28*28	Li (0.6 $k_{max}$ )	
$K_{L_2}$	$K_{LL_2}$	16*16	28*28	Li (0.8 $k_{max}$ )	
$K_{V_1}$	$K_{VL_1}$	16*16	28*28	Veronesi (0.6 $k_{max}$ )	
$K_{V_2}$	$K_{VL_2}$	16*16	28*28	Veronesi (0.8 $k_{max}$ )	
$K_{W_1}$	$K_{W_3}$	16*16		AM 1	AM 3
$K_{W_2}$	$K_{W_{2d}}$	16*16		AM 2	

spectre  $K_P$  et le spectre de référence  $K_R$  avec  $P$  appartenant à l’ensemble  $\{B, L_1, LL_1, L_2, LL_2, V_1, VL_1, V_2, VL_2, W_1, W_2, W_{2d}, W_3\}$ . Les distances mises en œuvre sont la distance de Manhattan  $d_1$ , la distance euclidienne  $d_2$ , la distance de corrélation  $d_{cor}$ , celle de Kolmogorov  $d_{kol}$ , de Küllback  $d_{kul}$  et de Matusita  $d_{mat}$  (cf équations 1 à 7). Dans le calcul des trois dernières, le spectre de nombre d’onde est normalisé et assimilé à une densité de probabilité. L’approche ici s’inspire de l’étude [7] dans laquelle les auteurs comparent des images temps-fréquence. Les résultats sont indiqués dans le tableau 2 où les spectres sont rangés par ordre de dissimilarité moyenne croissante. Quelle que soit la distance envisagée, les spectres  $K_{W_{2d}}$  et  $K_{W_2}$  sont les plus proches de la référence. Le mauvais classement du spectre  $K_B$  montre l’intérêt d’opérer des traitements dans le domaine des nombres d’onde en holographie acoustique. Les mesures liées au spectre  $K_{W_3}$  montrent l’importance du choix de la résolution pour le traitement par ondelettes. En général, les spectres obtenus à partir d’une acquisition sur une région plus vaste donnent de meilleurs résultats. L’inconvénient de cette approche réside dans la comparaison des spectres qui est faite pixel par pixel engendrant notamment un nombre important de calculs lié au nombre de pixels de la représentation.

$$d_1(K_P, K_R) = \iint |K_P(k_x, k_y) - K_R(k_x, k_y)| dk_x dk_y \quad (1)$$

$$d_2(K_P, K_R) = \left[ \iint |K_P(k_x, k_y) - K_R(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$d_{cor}(K_P, K_R) = \frac{(d_2(K_P, K_R))^2}{\iint |K_P(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y + \iint |K_R(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y} \quad (3)$$

$$d_{kol}(K_P^N, K_R^N) = \iint |K_P^N(k_x, k_y) - K_R^N(k_x, k_y)| dk_x dk_y \quad (4)$$

$$d_{kul}(K_P^N, K_R^N) = \iint (K_P^N(k_x, k_y) - K_R^N(k_x, k_y)) \log \frac{K_P^N(k_x, k_y)}{K_R^N(k_x, k_y)} dk_x dk_y \quad (5)$$

TAB. 2 – Mesures de distance entre les spectres de nombres d’onde et la référence  $K_R$

	$d_1$	$d_2$	$d_{cor}$	$d_{kol}$	$d_{kul}$	$d_{mat}$
$K_{W_{2d}}$	0.122	39 $10^{-4}$	0.023	0.256	0.143	0.185
$K_{W_2}$	0.128	39 $10^{-4}$	0.024	0.270	0.157	0.193
$K_{V_1}$	0.140	44 $10^{-4}$	0.030	0.292	0.175	0.206
$K_{VL_1}$	0.133	39 $10^{-4}$	0.034	0.260	0.163	0.198
$K_{VL_2}$	0.146	52 $10^{-4}$	0.035	0.266	0.175	0.208
$K_{L_1}$	0.155	45 $10^{-4}$	0.031	0.317	0.228	0.230
$K_{LL_1}$	0.142	53 $10^{-4}$	0.036	0.264	0.205	0.216
$K_{W_1}$	0.167	46 $10^{-4}$	0.032	0.336	0.224	0.232
$K_{LL_2}$	0.153	53 $10^{-4}$	0.036	0.270	0.188	0.212
$K_{V_2}$	0.184	47 $10^{-4}$	0.033	0.370	0.296	0.265
$K_{L_2}$	0.195	48 $10^{-4}$	0.035	0.386	0.314	0.273
$K_B$	0.252	51 $10^{-4}$	0.039	0.487	0.588	0.361
$K_{W_3}$	0.196	56 $10^{-4}$	0.047	0.415	0.416	0.311

$$d_{mat}(K_P^N, K_R^N) = \sqrt{\iint \left| \sqrt{K_P^N(k_x, k_y)} - \sqrt{K_R^N(k_x, k_y)} \right|^2 dk_x dk_y} \quad (6)$$

avec  $K_P^N(k_x, k_y)$  spectre normalisé :

$$K_P^N(k_x, k_y) = \frac{|K_P(k_x, k_y)|}{\iint |K_P(k_x, k_y)| dk_x dk_y} \quad (7)$$

### 3.4 Extraction de caractères

L’idée consiste ici à trouver des descripteurs caractéristiques des spectres de nombre d’onde. Il s’agit d’une approche de reconnaissance des formes dans laquelle un vecteur forme  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)$  est constitué des  $d$  caractères extraits des spectres de nombre d’onde.

#### 3.4.1 Histogramme de nombres d’onde

Les premiers caractères sont obtenus en réalisant un histogramme des nombres d’onde à partir d’un spectre de 32 par 32 pixels. La plage de variation des nombres d’ondes est découpée en vingt intervalles de longueur égale. Le nombre de valeurs des nombres d’onde de chaque intervalle constitue les dix-neuf (un intervalle est vide) premières composantes du vecteur forme.

#### 3.4.2 Distribution marginale

L’histogramme précédent permet d’obtenir la distribution des nombres d’onde dans le spectre mais ne renseigne pas sur leur position dans l’image. Les distributions marginales de nombres d’onde  $E_x(k_x)$  et  $E_y(k_y)$  suivant les directions  $k_x$  et  $k_y$  permettent de combler cette lacune.

$$E_x(k_x) = \frac{\int K_P(k_x, k_y) dk_y}{\iint K_P(k_x, k_y) dk_x dk_y} \quad (8)$$

$$E_y(k_y) = \frac{\int K_P(k_x, k_y) dk_x}{\iint K_P(k_x, k_y) dk_x dk_y} \quad (9)$$

Le calcul de  $E_x(k_x)$  et  $E_y(k_y)$  pour un spectre enrichit le vecteur forme de soixante-quatre nouvelles composantes.

### 3.5 Comparaisons dans le nouvel espace de représentation

Le vecteur forme issu de l'extraction de caractère contient quatre-vingt trois composantes. Chaque spectre de nombres d'onde étudié peut donc être représenté par un point dans  $\mathbb{R}^{83}$ . L'espace de représentation a été réduit par rapport à l'image initiale de 1024 pixels. Il est toutefois impossible de visualiser le nuage de quatorze points dans  $\mathbb{R}^{83}$ . C'est pourquoi une analyse en composantes principales (ACP) est effectuée sur la matrice des formes (dimension 14\*83). L'algorithme permet de projeter le nuage initial sur un espace de dimension inférieure qui concentre plus l'information. Les axes de la nouvelle base orthogonale sont obtenus par combinaison linéaire des quatre-vingt trois variables d'origine. La nouvelle représentation du nuage dans un plan permet de mettre en évidence les similarités entre les spectres de nombre d'onde (cf figure 4). Les spectres obtenus à partir d'une acquisition effectuée sur une grille de 28 par 28 points de mesure donnent les meilleurs résultats : ce sont eux les plus proches de la référence. Le traitement par ondelettes à la résolution 2 donne ensuite le meilleur résultat pour une grille de 16 par 16 notamment par rapport au filtrage de Li ou Veronesi. Des mesures de distance de Manhattan  $d_M$  ou de distance euclidienne  $d_e$  (cf équations 10 et 11) dans le plan d'ACP entre la forme  $\underline{x}_P$  extraite du spectre  $K_P$  et la forme  $\underline{x}_R$  composée à partir du spectre de référence  $K_R$  peuvent confirmer et affiner ces résultats.

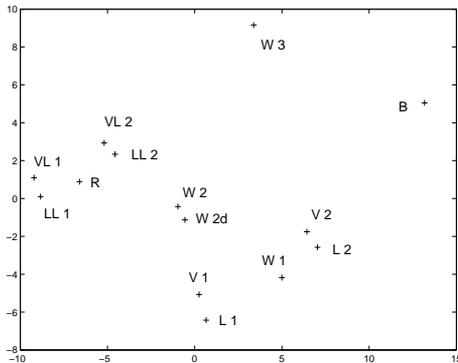


FIG. 4 – Analyse en composantes principales (ACP) à partir des formes exprimées dans  $\mathbb{R}^{83}$  (72 % d'information représentée dans le plan).

$$d_M(\underline{x}_P, \underline{x}_R) = \int |\underline{x}_P - \underline{x}_R| d\underline{x} \quad (10)$$

$$d_e(\underline{x}_P, \underline{x}_R) = \left[ \int |\underline{x}_P - \underline{x}_R|^2 d\underline{x} \right]^{1/2} \quad (11)$$

## 4 Conclusion

L'article décrit une méthode utilisant les ondelettes afin de réduire en holographie acoustique, les distorsions visibles sur des images de champ de pression acoustique résultant de l'acquisition d'un champ de taille finie. L'originalité de la méthode réside également dans la recherche de descripteurs aptes

à mettre en évidence la réduction des effets de troncature. L'approche de type reconnaissance des formes permet de comparer la méthode présentée avec les traitements standards de l'holographie. Les résultats permettent de conclure sur la pertinence de l'analyse multirésolution associée à un filtrage spatial sélectif pour l'application d'holographie acoustique.

## Références

- [1] J. D. Maynard, E. G. Williams, Y. Lee, *Nearfield Acoustic Holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH*, J. Acoust. Soc. Amer. 78, 1395-1413 (1985).
- [2] W. A. Veronesi, J. D. Maynard, *Nearfield Acoustic Holography (NAH): II. Holographic reconstruction algorithms and computer implementation*, J. Acoust. Soc. Amer. 81, 1307-1322 (1987).
- [3] Z. El-Khoury, C. Nouals, *Utilisation de l'analyse multirésolution en holographie acoustique champ proche*, Traitement du Signal, 11, 257-270 (1994).
- [4] M.-H. Masson, B. Dubuisson, C. Frélicot, *Conception d'un module de reconnaissance des formes floue pour le diagnostic*, RAIRO-APII-JESA, 319-341 (1996).
- [5] J.-H. Thomas, J.-C. Pascal, *Using wavelets to reduce distortion problems in near field acoustic holography*, Inter-Noise 01, The Hague (The Netherlands), 27-30 August 2001, 2175-2178.
- [6] J. F. Li, J.-C. Pascal, C. Carles, *A new K-space optimal filter for acoustic holography*, 3<sup>rd</sup> Int. Congress on Air and Structure Borne Sound and Vib., Montreal (Canada), 13-15 June 1994, 1059-1066.
- [7] M. Davy, C. Doncarli, *Distances et Critères de Contraste dans le Plan Temps-Fréquence*, Gretsii 99, Vannes (France), 13-17 septembre 1999, 287-290.