

Contraintes de forme géométriques pour les contours actifs orientés région

Alban FOULONNEAU¹, Pierre CHARBONNIER¹, Fabrice HEITZ²

¹Laboratoire des Ponts et Chaussées de Strasbourg
11 rue Jean Mentelin, BP 9, F-67035 STRASBOURG Cedex

²Laboratoire des Sciences de l'Image de l'Informatique et de la Télédétection,
UMR 7005 CNRS Université de Strasbourg I, Boulevard Sébastien Brandt, F-67400 ILLKIRCH
alban.foulonneau@equipement.gouv.fr, pierre.charbonnier@equipement.gouv.fr,
fabrice.heitz@ensps.u-strasbg.fr

Résumé – Nous présentons une nouvelle approche permettant d'incorporer un *a priori* de forme dans des contours actifs orientés région afin d'améliorer leur robustesse en présence de bruit texturé et d'occultations partielles. Nous définissons un descripteur de forme construit à partir des moments de Legendre. Celui-ci est introduit dans un schéma général de dérivation proposé récemment, qui permet d'établir l'équation d'évolution d'un contour actif minimisant la distance quadratique entre les moments de la région définie par le contour et ceux d'une forme de référence. Nous montrons les capacités de notre *a priori* à contraindre une courbe pour qu'elle prenne une forme prédéfinie. Enfin nous introduisons notre descripteur dans une fonctionnelle de segmentation à deux classes et montrons son intérêt en présence d'occultation et de bruit texturé.

Abstract – In this paper, we present a novel approach for incorporating geometric shape priors in region-based active contours in order to improve their robustness to clutter, noise and occlusions. We define shape descriptors based on Legendre moments and embed them in a recent derivation framework for region-based active contours, which enables a rigorous mathematical treatment. An evolution equation that minimizes a function of the distance between the active contour and a reference shape is derived. Experimental results show the ability of the geometric shape prior to constrain an evolving curve to resemble a target shape. We finally introduce the new shape prior into a two-class segmentation functional and show its benefits on segmentation results, in presence of occlusions and clutter.

1 Introduction

L'introduction de contraintes globales de forme dans les contours actifs est un problème difficile, qui n'a fait l'objet que de quelques travaux jusqu'à présent. Dans une approche frontière, Staib *et al.* [6] ou Székely *et al.* [7] ont proposé des techniques d'apprentissage des déformations du contour adaptées à une implantation paramétrique, les *Fourier snakes*. Dans le domaine des contours actifs région, Leventon *et al.* [4] et Cremers *et al.* [2] ont développé deux techniques différentes : Leventon *et al.* effectuent l'apprentissage sur des ensembles de niveaux tandis que Cremers *et al.* se placent dans le formalisme paramétrique des *spline-snakes*. Ces approches permettent l'apprentissage statistique de formes, mais sont chacune associée à une implantation particulière.

Dans cet article, nous proposons de contraindre de manière géométrique l'évolution d'un contour actif région par rapport à une forme de référence, indépendamment de l'implantation. Pour cela, nous utilisons les moments de Legendre pour définir des descripteurs de forme orientés région. Nous nous plaçons dans le cadre théorique introduit récemment par Aubert *et al.* [1], qui nous permet de calculer de manière rigoureuse l'équation d'évolution du contour actif. Nous illustrons expérimentalement les capacités de ce nouvel *a priori* de forme, et l'appliquons à un problème de segmentation à deux classes.

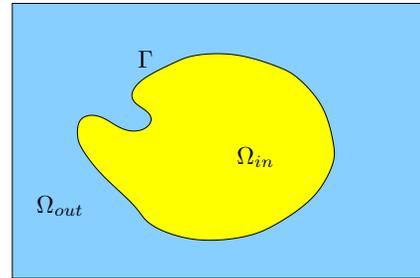


FIG. 1 – Partition de l'image.

2 Définition d'un critère de forme basé sur les moments de Legendre

Toute forme binaire Ω peut être décrite par l'ensemble de ses moments de Legendre :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \iint_{\Omega} P_p(x) P_q(y) dx dy, \quad (1)$$

$$\text{avec } P_p(x) = \frac{1}{2^p p!} \frac{d^p}{dx^p} (x^2 - 1)^p, \quad x \in [-1, 1], \quad (2)$$

où p et q sont des entiers naturels positifs, $(p + q)$ est appelé l'ordre du moment et $C_{pq} = (2p + 1)(2q + 1)/4$ est une constante de normalisation. Notons que la forme des polynômes

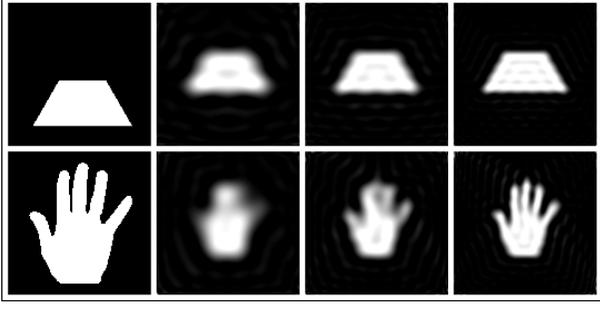


FIG. 2 – Reconstruction de 2 formes binaires (1ère colonne) à partir de leurs moments de Legendre pour $N = 20, 30$ et 45 (colonnes suivantes).

de Legendre, donnée ci dessus, permet un calcul simple et rapide. L'avantage de ces polynômes est de former une base orthogonale. Ainsi, la représentation n'est pas redondante en information et moins sujette aux instabilités numériques [8]. Enfin, si l'on écrit un polynôme de Legendre $P_p(x)$ sous la forme $\sum_{k=0}^p a_{pk}x^k$, il existe une relation directe entre les moments de Legendre et les moments géométriques classiques :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \sum_{u=0}^p \sum_{v=0}^q a_{pu}a_{qv}\eta_{u,v} \quad (3)$$

$$\text{où } \eta_{u,v} = \iint_{\Omega} \frac{(x - \bar{x})^u (y - \bar{y})^v}{|\Omega_{in}|^{(u+v+2)/2}} dx dy. \quad (4)$$

Ici, les $\eta_{u,v}$ sont les moments géométriques centrés et normés, $|\Omega|$ est l'aire de l'objet et (\bar{x}, \bar{y}) sont les coordonnées de son centre de gravité. De cette relation, il découle que les moments de Legendre héritent des propriétés d'invariance par translation et changement d'échelle que présentent les moments géométriques $\eta_{u,v}$. L'ensemble des moments de Legendre jusqu'à l'ordre N d'une forme de référence sera noté $\{\lambda_{p,q}^{ref}, p+q \leq N\}$.

Dans le but de contraindre géométriquement un contour actif $\Gamma(\tau)$ à ressembler à une forme de référence au cours de son évolution (τ étant le paramètre temporel), nous définissons un nouvel *a priori* de forme à partir de la distance quadratique entre l'ensemble des moments de $\Omega_{in}(\tau)$, sa région intérieure (voir Fig.1), et ceux de la forme de référence :

$$J_f(\Omega_{in}(\tau)) = \iint_{\Omega_{in}(\tau)} \sum_{p,q}^{p+q \leq N} (\lambda_{p,q}(\Omega_{in}(\tau)) - \lambda_{p,q}^{ref})^2 dx dy, \quad (5)$$

Actuellement, l'ordre N jusqu'auquel nous choisissons de calculer les moments de la forme de référence est déterminé par inspection visuelle à partir d'expériences de reconstruction. Les polynômes de Legendre constituant une base orthogonale de projection, la formule de reconstruction est immédiate. On a :

$$I(x, y) = \sum_{p,q}^{p+q \leq N} \lambda_{p,q} P_p(x) P_q(y) \quad (x, y) \in [-1, 1]^2. \quad (6)$$

$I(x, y)$ est l'image reconstruite, idéalement binaire pour $N \rightarrow \infty$. La figure 2 montre que pour avoir une bonne description de l'objet "main", il faudra par exemple utiliser les moments jusqu'à l'ordre 45, tandis que pour le trapèze, l'ordre 30 est suffisant.

3 Dérivation de l'équation d'évolution du contour contraint

Notre critère (5) peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$J_f(\Omega_{in}) = \iint_{\Omega_{in}} g(x, y, \{G_{(u,v)}(\Omega_{in}), u+v \leq N\}) dx dy, \quad (7)$$

avec :

$$G_{(u,v)}(\Omega_{in}) = \eta_{(u,v)} = \iint_{\Omega} H_{(u,v)}(x, y, \Omega_{in}) dx dy. \quad (8)$$

où Ω_{in} est défini comme le domaine intérieur à $\Gamma(\tau)$. Dans notre cas, les fonctions $H_{(u,v)}$ dépendent elles-mêmes de Ω_{in} (cf. équation (4)). Pour un couple (u, v) donné, on a :

$$H_{(u,v)}(x, y, \Omega_{in}) = \frac{(x - K_1/K_3)^u (y - K_2/K_3)^v}{K_3^{(u+v+2)/2}}, \quad (9)$$

avec :

$$K_1(\Omega_{in}) = \iint_{\Omega_{in}} L_1 dx dy, \quad K_2(\Omega_{in}) = \iint_{\Omega_{in}} L_2 dx dy, \\ K_3(\Omega_{in}) = \iint_{\Omega_{in}} L_3 dx dy = |\Omega_{in}|, \quad L_1 = x, L_2 = y, L_3 = 1.$$

Notre descripteur s'inscrit naturellement dans le cadre théorique proposé récemment dans [1], où il est démontré que la meilleure décroissance de J_f est obtenue en faisant évoluer Γ selon :

$$\frac{\partial \Gamma(\tau)}{\tau} = V_f \mathcal{N}, \quad (10)$$

$$\text{où } V_f = \left(g + \sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{(u,v)} H_{(u,v)} + \sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{(u,v)} \sum_{j=1}^3 B_{(u,v)j} L_j \right), \quad (11)$$

\mathcal{N} est la normale unitaire à la courbe dirigée vers l'intérieur, et pour tout couple (u, v) tel que $u+v \leq N$:

$$A_{(u,v)} = \iint_{\Omega_{in}} \frac{\partial g}{\partial G_{(u,v)}} dx dy \quad (12)$$

$$\text{et } B_{(u,v)j} = \iint_{\Omega_{in}} \frac{\partial H_{(u,v)}}{\partial K_j} dx dy \quad j = 1, \dots, 3.$$

Dans notre cas, le calcul des coefficients $A_{(u,v)}$ et $B_{(u,v)j}$ donne, après quelques manipulations formelles :

$$A_{(u,v)} = 2|\Omega_{in}| \sum_{p,q}^{p+q \leq N} (\lambda_{p,q} - \lambda_{p,q}^{ref}) C_{pq} a_{pu} a_{qv},$$

$$B_{(u,v)1} = -u \frac{\eta_{u-1,v}}{|\Omega_{in}|^{3/2}}, \quad B_{(u,v)2} = -v \frac{\eta_{u,v-1}}{|\Omega_{in}|^{3/2}},$$

$$B_{(u,v)3} = \frac{u \bar{x} \eta_{u-1,v} + v \bar{y} \eta_{u,v-1}}{|\Omega_{in}|^{3/2}} - \frac{(u+v+2)\eta_{u,v}}{2|\Omega_{in}|}.$$

Dans cette approche, la dépendance temporelle est prise en compte avant même l'introduction du schéma dynamique de

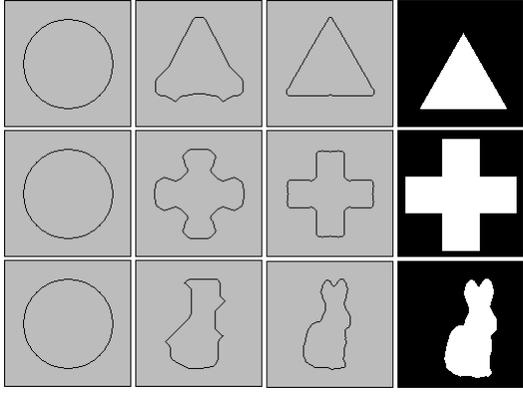


FIG. 3 – Evolution d’un cercle vers 3 différentes formes de référence (voir texte).

descente de gradient, puisque le descripteur dépend de la région, qui évolue elle-même en fonction du temps. Contrairement aux autres approches [2, 4], notre modèle de description ainsi que notre équation d’évolution sont indépendants de l’implantation retenue. Par conséquent, nous pouvons mettre en œuvre (11) soit dans un modèle paramétrique tel que les *spline-snakes*, soit dans le formalisme des courbe de niveaux décrit par Sethian dans [5], ce que nous avons choisi. La Fig. 3 illustre l’évolution d’une forme initiale circulaire vers trois formes de référence, présentées dans la dernière colonne. On commence par contraindre le cercle avec les moments de référence jusqu’à l’ordre 5. La forme obtenue à convergence est montrée dans la deuxième colonne. Puis, on raffine progressivement le résultat en introduisant des moments d’ordres supérieurs jusqu’à l’ordre 34. Le résultat final est présenté dans la troisième colonne. Pour chaque ordre nous faisons évoluer le snake jusqu’à convergence, c’est à dire jusqu’à stabilisation de sa position à la résolution considérée.

4 Application à un problème de segmentation

L’expérience précédente montre la capacité de notre *a priori* géométrique à contraindre une courbe en évolution à ressembler à une forme de référence. Nous nous intéressons maintenant au problème plus général de la segmentation. Notons Ω_{out} le domaine complémentaire de Ω_{in} . Nous considérons l’énergie d’attache aux données suivante :

$$J_d(\Omega_{in}, \Omega_{out}) = \iint_{\Omega_{in}} (I(x, y) - \mu_{in})^2 dx dy + \iint_{\Omega_{out}} (I(x, y) - \mu_{out})^2 dx dy, \quad (13)$$

où μ_{in} (resp. μ_{out}) est la moyenne du domaine Ω_{in} (resp. Ω_{out}) et $I(x, y)$ est la valeur de l’intensité du pixel. Ce critère a été étudié dans [3, 1]. La dérivation de l’équation d’évolution s’obtient en utilisant le même formalisme général que précédemment. En minimisant l’énergie globale

$$J(\Omega_{in}, \Omega_{out}) = J_d(\Omega_{in}, \Omega_{out}) + J_f(\Omega_{in}), \quad (14)$$

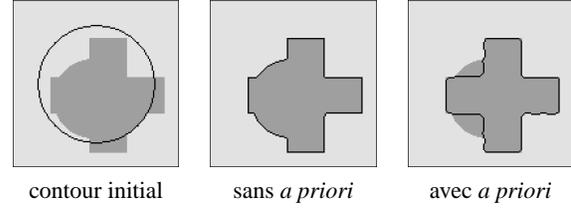


FIG. 4 – Segmentation d’un objet synthétique présentant une occlusion.

on obtient :

$$\frac{\partial \Gamma(\tau)}{\partial \tau} = (V_d + V_f)\mathcal{N}, \quad (15)$$

où V_f est donnée par (11) et

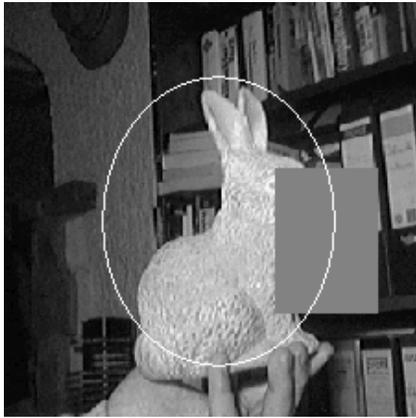
$$V_d = (I - \mu_{in})^2 - (I - \mu_{out})^2. \quad (16)$$

Nous expérimentons dans un premier temps (Fig. 4) notre algorithme de segmentation sur une image synthétique, composée d’un objet en forme de croix partiellement recouvert par un disque. La forme de référence est la croix présentée dans la Fig. 3. Nous faisons d’abord évoluer la courbe *sans a priori*, jusqu’à convergence. Partant de ce résultat, nous utilisons le modèle complet (15) en incorporant une contrainte sur les moments jusqu’à l’ordre 40. Nous considérons ensuite le cas d’une image réelle d’un objet, présentant une occultation partielle, sur un fond texturé. Nous commençons par minimiser l’énergie d’attache aux données (éq. 13) à laquelle nous ajoutons un terme élastique de courbure. Cela revient à minimiser un critère qui correspond à la fonctionnelle de Mumford-Shah modifiée dans sa *cartoon limit* comme dans [2]. Le résultat obtenu est sensible à la présence du bruit structuré et surtout à l’occlusion. On raffine donc ce résultat en remplaçant le terme de courbure par notre *a priori* géométrique, *i.e.* en faisant évoluer la courbe conformément à (15). Nous obtenons le résultat présenté Fig. 5 (en utilisant les moments jusqu’à l’ordre 40).

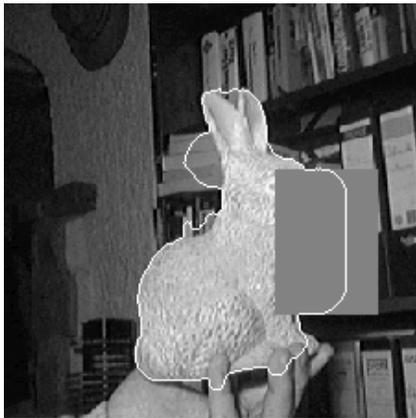
Ce schéma de minimisation de l’énergie en deux étapes est également utilisé dans [2]. On peut considérer que le premier résultat obtenu *sans a priori* permet l’obtention d’une bonne initialisation avant de minimiser l’énergie totale. Cela présente deux intérêts. D’une part, le système est moins sensible au réglage des paramètres, à savoir l’influence relative du terme d’attache aux données par rapport à celui de régularisation géométrique ; d’autre part, on diminue les temps de traitement de l’image car ce sont les calculs des moments et des forces qui en dérivent qui sont les plus coûteux. L’image réelle présentée ci-dessus, (225 × 225 pixels) a été traitée sur un PC équipé d’un microprocesseur Pentium III cadencé à 864 MHz. L’implantation a été effectuée en Matlab et en C pour les parties non vectorisables du code. Le premier résultat de segmentation (*sans a priori*) a été obtenu en 6 minutes, la deuxième phase du traitement a pris 25 minutes.

5 Conclusion

Dans cet article nous avons défini un descripteur de forme d’une région, invariant par translation et changement d’échelle, à partir des moments de Legendre normalisés et centrés. Grâce à des résultats théoriques récents, nous avons dérivé l’équation d’évolution d’un contour actif orienté région vers une forme de



contour initial



sans *a priori*



avec *a priori*

FIG. 5 – Segmentation sur une image réelle (image test : avec l’aimable autorisation de D. Cremers [2]).

référence et ce, de manière indépendante vis à vis de l’implantation. Des résultats expérimentaux nous ont permis d’illustrer les capacités de cet *a priori* géométrique de forme. Dans le cas d’une application de segmentation par contours actifs orientés région, son utilisation permet notamment une plus grande robustesse vis à vis du bruit et des occultations.

Références

- [1] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras et S. Jehan-Besson, “Image Segmentation Using Active Contours : Calculus of Variations or Shape Gradients ?,” *Rapport de recherche INRIA RR-4483*, juin 2002.
- [2] D. Cremers, T. Kohlberger et C. Schnorr, “Nonlinear Shape Statistics in Mumford-Shah based Segmentation,” *Proc. of 7th European Conference on Computer Vision*, Copenhagen, 28-31 mai, 2002.
- [3] S. Jehan-Besson, M. Barlaud et G. Aubert, “DREAM²S Deformable Regions driven by an Eulerian Accurate Minimization Method for image and video Segmentation,” *International Journal of Computer Vision*, à paraître.
- [4] M. E. Leventon, W. E. Grimson et O. Faugeras, “Statistical Shape Influence in Geodesic Active Contours,” *Proc. of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2000.
- [5] S. Osher et J. A. Sethian, “Fronts Propagating with Curvature Dependent Speed : Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 79, no. 1, pp 12-49, 1988.
- [6] L. H. Staib et J. S. Duncan, “Boundary finding with parametrically Deformable Models,” *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, no. 11, pp 1061-1075, 1992.
- [7] G. Székely, A. Kelemen, Ch. Brechbühler et G. Gerig, “Segmentation of 3D objects from MRI volume data using constrained elastic deformations of flexible Fourier surface models,” *Medical Image Analysis*, Vol. 1, no. 1, 19-34.
- [8] C. Teh et R. T. Chin, “On Image Analysis by the Methods of Moments,” *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 10, no. 4, pp 496-513, juillet 1988.