

Seuillage Entropique en Traitement d'Images

Franck LUTHON¹, Xavier NAVARRO¹, Marc LIÉVIN²

¹Laboratoire d'Informatique de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour
IUT de Bayonne, 3 av. Jean Darrigrand, 64115 Bayonne Cedex, France

²Center of Advanced European Studies and Research
Friedensplatz 16, 53111 Bonn, Germany

Franck.Luthon@univ-pau.fr, Xavier.Navarro@univ-pau.fr, lievin@caesar.de

Résumé –

Ce papier propose une approche entropique pour la détermination automatique du seuil à appliquer sur des données bruitées, dans le but d'en extraire une information binaire pertinente. La méthode est basée sur la notion de puissance entropique définie par Shannon. Des résultats sont présentés sur trois types d'applications classiques en traitement d'images : la détection de mouvement, la détection de contours et l'analyse spectrale.

Abstract –

This paper addresses the problem of unsupervised thresholding technic for image processing, with application to motion detection, edge detection or 2-D spectral analysis. The method is based on the computation of the entropy power on noisy data, as defined by Shannon. The performance of this approach is illustrated on real-world and synthetic images.

1 Introduction

Une technique utilisée fréquemment en traitement d'images et en analyse vidéo est celle du seuillage qui permet d'extraire d'une observation brute une information pertinente, que ce soit dans le domaine spatial, temporel ou fréquentiel.

C'est le cas par exemple en détection de mouvement, où il faut extraire les changements temporels, significatifs des déplacements présents dans la séquence d'images, du bruit de fond dû à la caméra. C'est aussi le cas en analyse spectrale où l'on veut pouvoir isoler les composantes fréquentielles significatives du signal utile, de la contribution spectrale due au bruit. De même pour l'extraction de contours, le seuillage du module du gradient d'une image est une étape importante.

Le choix du seuil a alors une influence cruciale sur la performance des algorithmes de traitement. On comprend donc l'intérêt de disposer d'une technique qui permette une sélection automatique et adaptative d'un seuil optimal en fonction des données disponibles.

On propose ici une méthode de détermination automatique du seuil, sous l'hypothèse de bruit blanc gaussien additif et majoritaire sur le support. La méthode est basée sur le calcul de l'entropie de l'observation bruitée. Le seuil optimal se déduit alors de façon triviale à partir de la puissance entropique estimée.

On présente des résultats en détection de mouvement sur des séquences réelles, en analyse spectrale 2-D sur image réelle avec bruit synthétique, ainsi qu'en extraction de points-contours.

2 Puissance entropique d'une source

L'entropie H (exprimée en bits) d'une source discrète d'observations à valeurs dans $\{0 \dots M - 1\}$ (typ. $M = 256$) est définie par [1] :

$$H_{bit} = - \sum_{i=0}^{M-1} p_i \log_2 p_i \quad (1)$$

où p_i représente la probabilité pour que l'observation en le site $s = (x, y) \in S$ vaille : $o_s = i$ (S étant le support des observations, en l'occurrence ici une grille de taille $L \times C$).

Rappelons que le choix de la base du logarithme est arbitraire et correspond au choix de l'unité de mesure (le bit avec le logarithme binaire, le nat avec le logarithme népérien) ; et l'on a : $H_{nat} = H_{bit} \cdot \log 2 \approx 0.7 \cdot H_{bit}$

Shannon a démontré que l'entropie (exprimée en nats) d'une source gaussienne centrée d'écart-type σ vaut :

$$H_{nat} = \log(\sigma \cdot \sqrt{2\pi e}) \quad (2)$$

et qu'à σ fixé, la source donnant l'entropie maximale est la distribution gaussienne.

Pour une source quelconque d'entropie H donnée, Shannon définit la notion de "puissance entropique" N :

$$N = \frac{1}{2\pi e} \exp(2H_{nat}) \quad (3)$$

C'est la puissance de la distribution gaussienne équivalente à la source d'entropie H , c'est-à-dire ayant la même entropie et limitée à la même bande que la source. Pour un bruit gaussien centré d'écart-type σ , on retrouve bien sûr : $N = \sigma^2$. Comme le bruit blanc gaussien possède l'entropie maximale à puissance fixée, la puissance entropique

d'un bruit quelconque est toujours inférieure ou égale à sa puissance effective. Toujours selon Shannon, un bruit blanc gaussien a la propriété d'absorber tout autre signal qui lui est ajouté. La puissance entropique résultante est à peu près égale à la somme de la puissance du bruit blanc et de la puissance du signal (supposé centré), à condition que la puissance du signal soit faible, "dans un certain sens", comparée au bruit [1].

En supposant le bruit additif gaussien et majoritaire sur le support, on peut donc estimer l'écart-type entropique σ équivalent en calculant l'entropie H des observations :

$$\sigma = \sqrt{N} = \frac{\exp(H_{nat})}{\sqrt{2\pi e}} = \frac{2^{H_{bit}}}{\sqrt{2\pi e}} \quad (4)$$

Il suffit alors de fixer comme valeur de seuil θ un multiple de l'écart-type entropique σ pour éliminer plus ou moins la contribution du bruit :

$$\theta = \alpha \cdot \sigma \quad (5)$$

Le choix du coefficient multiplicatif α est basé sur la table de probabilité de la distribution normale centrée pour $[0 \dots +\infty[$, qui donne la correspondance entre les valeurs de α et le pourcentage de distribution seuillée (Table 1).

TAB. 1: Pourcentage de distribution éliminée par seuillage entropique (seuil $\theta = \alpha \cdot \sigma$) en fonction de α , le bruit répondant à une distribution normale centrée de variance σ^2 .

α	% distribution
0.43	33
0.67	50
0.97	66
1.28	80
1.65	90
1.96	95
2.57	99
3.9	100

Avec $\theta = 2\sigma$ par exemple, on prendra en compte 95% de la distribution. Avec $\theta = 4\sigma$, on prendra en compte 100% de la distribution donc on éliminera complètement le bruit (cf. illustration Fig. 1).

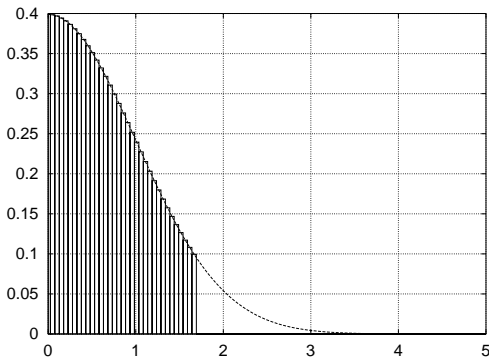


FIG. 1: Surface correspondant à 90 % de la partie positive d'une distribution gaussienne ($\alpha = 1.65$)

3 Application en détection de mouvement vidéo

La détection de mouvement consiste à étiqueter chaque pixel s de l'image à l'instant t pour obtenir une carte binaire des changements temporels :

$$e_s = e(x, y, t) = \begin{cases} "1" & \text{si le pixel } \in \text{ une zone mobile,} \\ "0" & \text{si le pixel } \in \text{ fond fixe.} \end{cases} \quad (6)$$

Sous les hypothèses usuelles de caméra fixe et d'éclairage quasi-constant de la scène, on utilise comme observation la valeur absolue de la différence temporelle d'intensité lumineuse entre deux instants :

$$o_s = |I_t(s) - I_{t-1}(s)| \quad (7)$$

Evidemment, cette information est bruitée (bruit d'acquisition de la caméra, bruit de quantification) et nécessite un seuillage adéquat. Se pose alors le problème du choix automatique de la valeur du seuil. Différentes techniques basées sur des tests de vraisemblance ont été proposées dans la littérature [2, 3, 4].

On modélise classiquement le lien statistique entre observation et étiquette en introduisant une fonction ψ d'attache aux données : $o_s = \psi(e_s) + g_s$, où g_s représente un bruit gaussien centré de variance σ^2 . La fonction déterministe ψ correspond à l'information pertinente et peut être définie de plusieurs façons [5, 6].

Comme le signal utile reste localisé dans l'image (les changements temporels affectent une proportion limitée de pixels) alors que le bruit aléatoire est présent sur tout le support de l'image, la contribution entropique du signal utile est donc effectivement faible au sens où l'entend Shannon, et l'on peut appliquer la méthode proposée au § 2, c'est-à-dire calculer H pour en déduire $\sqrt{N} = \sigma$. Pour bien éliminer le bruit et aussi par simplicité, on propose de prendre $\theta = 4\sigma \approx 2^{H_{bit}}$ (cf. $\sqrt{2\pi e} \approx 4.13$).

On constate (Fig. 2) que le seuil s'adapte en fonction de la quantité de mouvement présent dans la scène, et que le seuillage entropique est efficace pour extraire les pixels mobiles (Fig. 3). On voit pour la séquence **Rue 1**

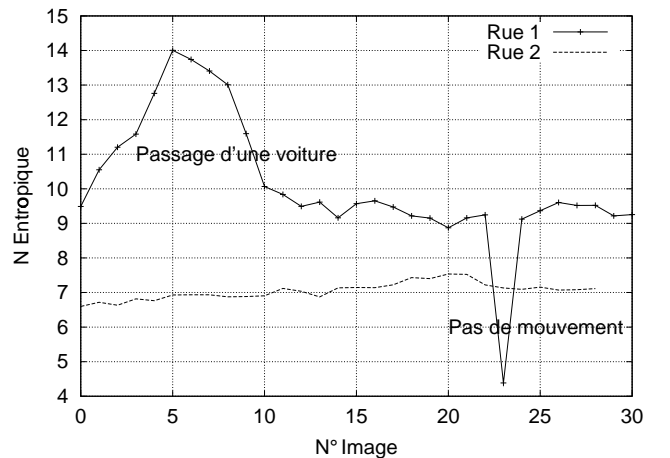


FIG. 2: Evolution du seuil entropique $\theta \propto \sqrt{N}$, sur deux séquences d'une trentaine d'images [7].

que l'écart-type entropique augmente lors du passage de

la voiture dans le champ de la caméra, traduisant le fait que davantage de pixels subissent une variation temporelle d'intensité.

A contrario, en l'absence de mouvement dans la scène, l'écart-type entropique chute considérablement, traduisant l'absence de changements temporels. Le cas de l'image 23 de la séquence **Rue 1** est révélateur de l'efficacité de la méthode ; en effet cette image correspond à un défaut lors de la numérisation de la vidéo analogique acquise : une erreur de numérotation des trames a conduit à renumériser l'image 22 au lieu de numériser l'image 23. Il n'y a donc aucun mouvement entre ces deux images (les seules variations présentes sont dues au bruit de numérisation), ce que traduit parfaitement la chute nette de la courbe à cet instant.

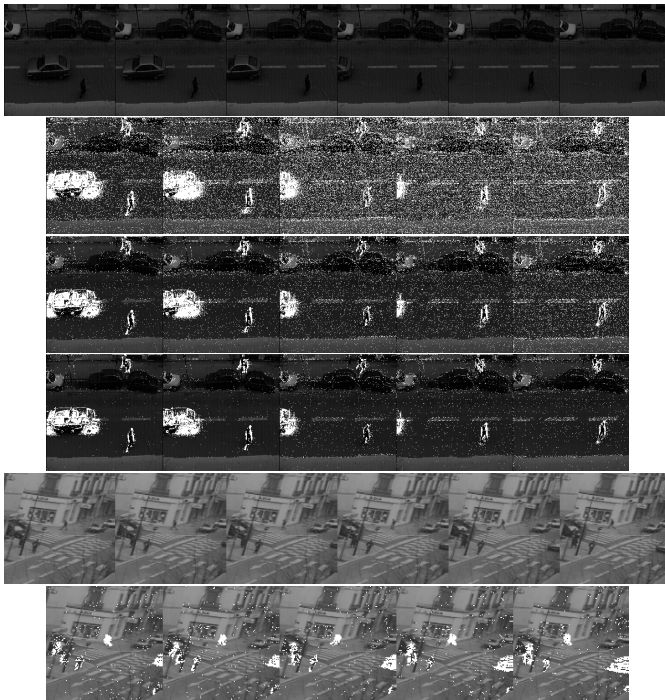


FIG. 3: De haut en bas : 6 images de la séquence **Rue 1** ; cartes binaires obtenues par seuillage entropique pour trois valeurs de α (2, 3 et 4 de haut en bas) ; idem pour la séquence **Rue 2** avec $\alpha = 4$ (pixels mobiles superposés en blanc).

La séquence **Rue 2** représente également une scène de rue filmée par une caméra fixe, mais qui est plus éloignée. Les zones mobiles (passage de piétons et de voitures) sont donc de plus petite taille. Pour cette seconde séquence, la quantité de mouvement dans la scène (en terme de nombre de pixels appartenant aux zones mobiles) reste à peu près stable au cours de la séquence, d'où un niveau du seuil qui reste lui aussi sensiblement constant au cours du temps (Fig 2). L'application du seuil $\theta = 4\sigma$ conduit à la détection des pixels représentés en blanc au bas de la Fig. 3.

L'estimation de la puissance entropique offre donc un critère adéquat pour fixer de manière non supervisée le seuil à appliquer sur les observations temporelles.

4 Application en analyse spectrale

La même approche s'avère pertinente pour seuiller le bruit spectral sur le module de la transformée de Fourier 2-D d'une image. On considère dans ce cas comme observation le module de la FFT :

$$o_s = |F(u, v)| \quad \text{où} \quad (8)$$

$$F(u, v) = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \sum_{x=0}^{C-1} \sum_{y=0}^{L-1} I(x, y) e^{-i2\pi(\frac{u.x}{C} + \frac{v.y}{L})} \quad (9)$$

Si la dynamique du spectre est importante (forte composante continue), on travaille sur le module en dB : $o_s = 20 \log_{10} |F(u, v)|$. Les valeurs de module étant des réels, on se ramène au cas d'une source discrète d'observations en quantifiant les modules pour obtenir un ensemble de M valeurs discrètes (*e.g.*, pour une dynamique de 128dB : quantum de 0.5dB avec $M = 256$).

Le seuillage entropique est utilisé ici pour exhiber le lieu fréquentiel de forte énergie correspondant à la contribution principale du signal utile. La Fig. 4 confirme la validité de l'estimation entropique du seuil sur l'histogramme d'un spectre d'image réelle : le seuil correspondant à 1.3σ est bien positionné en queue de distribution (80% de probabilité). Notons que l'on trouve une entropie $H = 6.5\text{bits} < 8\text{bits}$, ce qui est cohérent pour des observations codées sur 8 bits.

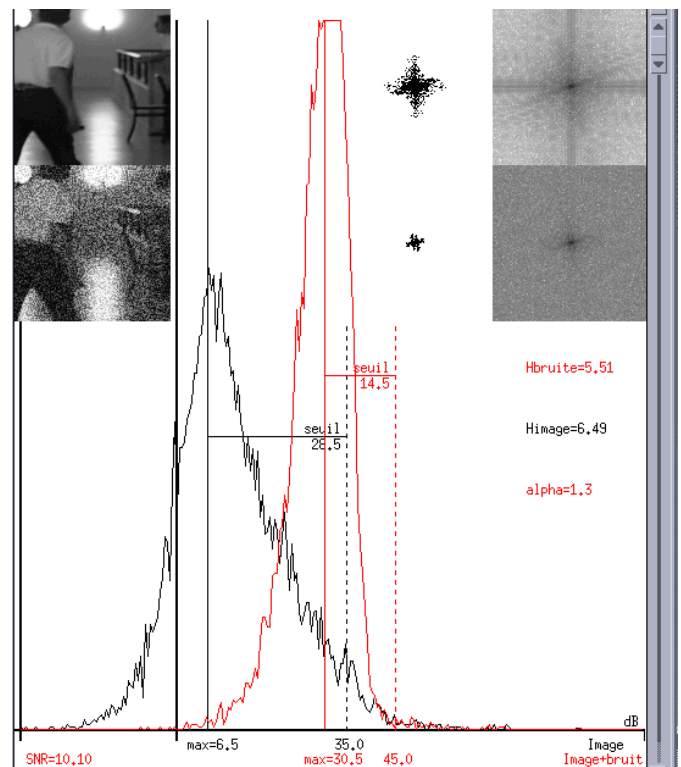


FIG. 4: Spectres d'une image réelle (**Halla**) et de sa version bruitée par addition de bruit blanc synthétique ; histogrammes correspondants (dB en abscisses) avec positionnement de l'abscisse des maxima et des seuils θ estimés avec $\alpha = 1.3$; plans fréquentiels binaires résultants du seuillage entropique.

Après bruitage synthétique de l'image ($SNR = 10dB$),

on constate que le seuil (estimé avec la même valeur de α que dans le cas non bruité) s'est bien repositionné et permet un seuillage pertinent dans le plan spectral.

5 Application en détection de contours

L'extraction de contours repose classiquement sur un seuillage du module du gradient de l'image. L'observation considérée vaut alors :

$$o_s = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \quad (10)$$

Le choix du seuil est déterminant pour extraire les pixels-contours candidats. On peut signaler par exemple la méthode de seuillage par hystérésis, nécessitant un seuil haut et un seuil bas [8].

Notre méthode permet une détermination automatique du seuil à appliquer. Le résultat du seuillage entropique est illustré sur les Fig. 5 et 6. On y présente en haut une image réelle ainsi que ses gradients horizontaux et verticaux calculés avec un filtre de dérivation exponentiel [9], et en bas le module du gradient (représentant les observations sur lesquelles le seuillage entropique est mis en œuvre), l'histogramme des observations, ainsi que la carte binaire obtenue après seuillage entropique.

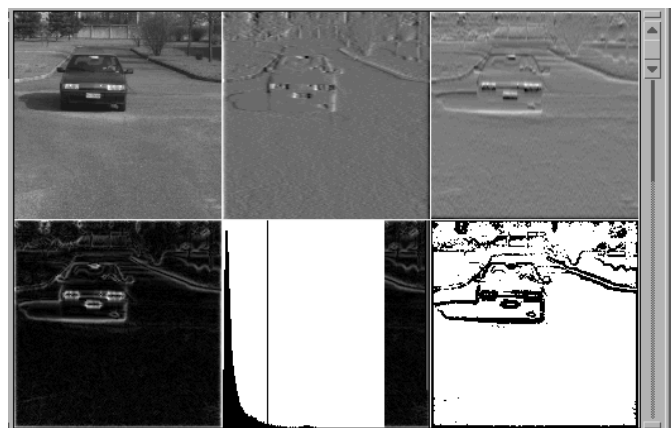


FIG. 5: Détection de contours sur image réelle (**Bx1**) ; histogramme correspondant au module du gradient avec positionnement du seuil $\theta = 2.6\sigma$.

6 Conclusion

La technique de seuillage entropique décrite ici est à la fois simple et efficace : elle s'applique dans toute situation de traitement d'image où l'on dispose de données entachées d'un bruit additif, à la condition que l'hypothèse de bruit blanc gaussien et majoritaire sur le support soit valide. Notons enfin que dans un contexte de compression d'image avec codage entropique de la source, cette technique de seuillage présente l'intérêt d'induire un surcoût négligeable puisqu'on est de toute façon amené à calculer l'entropie de la source (par exemple pour mettre en œuvre un codage de Huffman).

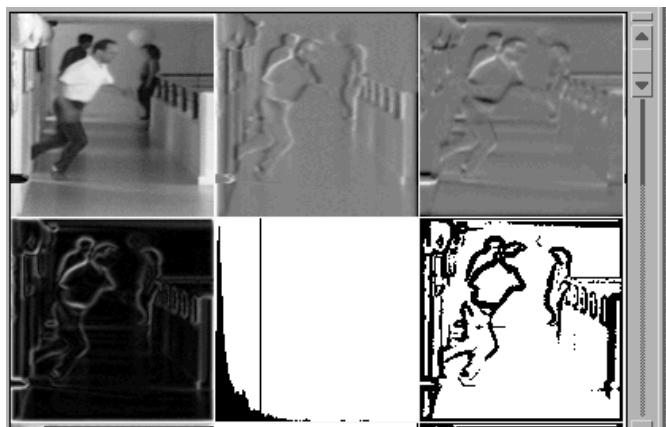


FIG. 6: Détection de contours sur image réelle (**Halld**) ; histogramme correspondant au module du gradient avec positionnement du seuil estimé $\theta = 2\sigma$ et résultat binaire du seuillage exhibant les pixels-contours

Références

- [1] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27 :379–423,623–656, July, October 1948.
- [2] T. Aach, A. Kaup, and R. Mester. Statistical model-based change detection in moving video. *Signal Processing*, 31(2) :165–180, March 1993.
- [3] K. Skifstad and R. Jain. Illumination independent change detection for real world image sequences. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 46 :387–399, 1989.
- [4] Y. Z. Hsu, H. H. Nagel, and G. Reckers. New likelihood test methods for change detection in image sequences. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 26 :73–106, 1984.
- [5] P. Bouthémy and P. Lalande. Recovery of moving object masks in an image sequence using local spatio-temporal contextual information. *Optical Engineering*, 32(6) :1205–1212, June 1993.
- [6] F. Luthon, A. Caplier, and M. Liévin. Spatiotemporal MRF approach to video segmentation : application to motion detection and lip segmentation. *Signal Processing*, 76(1) :61–80, July 1999.
- [7] M. Lievin. *Analyse entropico-logarithmique de séquences vidéo couleur. Application à la segmentation markovienne et au suivi de visages parlants*. PhD thesis, National Polytechnic Institute, Grenoble, France, September 2000.
- [8] Y. Rungsunseri and A. Chéhikian. A real time system for extracting edges and lines in images. In *Proc. of 7th Scandinavian Conf. on Image Analysis*, pages 839–846, Aalborg, Sweden, August 13-16 1991. Vol. 2.
- [9] S. Castan, J. Zhao, and J. Shen. Une famille de détecteurs de contours basée sur le filtre exponentiel optimal. In *7e Congrès AFCET-INRIA-RFIA*, pages 23–36, Paris, Novembre 1989. Vol. 1.