

# Estimation spectrale régularisée de fouillis et de cibles en imagerie radar Doppler

Philippe CIUCIU<sup>1</sup>, Jérôme IDIER<sup>2</sup>, Jean-François GIOVANNELLI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Commissariat à l'Énergie Atomique (DSV/DRM/SHFJ)  
4 Place du Général Leclerc, 91406 Orsay Cedex, France,

<sup>2</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS – SUPÉLEC – UPS)  
SUPÉLEC, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France  
ciuciu@shfj.cea.fr, {idier,giovanelli}@lss.supelec.fr

**Résumé** – Nous abordons tout d'abord le problème de la caractérisation spectrale en temps-court de fouillis météorologiques dans le contexte de l'imagerie radar Doppler. Nous nous intéressons ensuite à l'identification de cibles noyées dans ces fouillis. Les deux problèmes sont abordés respectivement comme l'extension profondeur-fréquence des méthodes de restauration de spectres réguliers et mélangés proposées dans [1, 2]. Le faible nombre de données rend ces problèmes particulièrement indéterminés. Nous intégrons alors des informations *a priori* spatio-fréquentielles sur les fouillis et les cibles sous la forme de pénalisations convexes. L'image Doppler solution est définie comme le minimiseur global du critère régularisé et son calcul repose sur la mise en œuvre d'un algorithme d'optimisation standard. Enfin, l'attrait de nos approches est illustré à la fois sur données synthétiques et réelles.

**Abstract** – Firstly, we address the problem of adaptive spectral estimation of meteorological clutter in the context of short-time Doppler radar imaging. Secondly, we propose an extension to the identification to targets embedded in clutter. Both issues are tackled as the “depth-frequency” extensions of the smooth and mixed spectra restoration problems, addressed in [1, 2]. Due to the small number of data, such problems are particularly underdetermined. Prior informations about the clutter shape and the targets are available and taken into account through a convex penalization function. The Doppler image solution is defined as the global minimizer of the regularized criterion and its computation relies on a standard minimization algorithm. The practical interest of our approaches is eventually highlighted on simulated and real data.

## 1 Introduction

Le problème de l'estimation spectrale adaptative se pose dans de nombreuses applications de la physique [3, 4, 5], notamment en imagerie radar Doppler. Dans ce domaine, il s'agit d'estimer une suite de spectres juxtaposés spatialement dans le sens de la profondeur connaissant un vecteur de données en temps discret pour chaque profondeur. Dans cette communication, nous nous plaçons dans le contexte de l'estimation en temps-court, où seules 8 données sont disponibles pour caractériser un spectre. Deux types de distribution fréquentielle sont alors étudiés.

La Section 2 est consacrée à la reconstruction d'une suite de spectres de turbulences (ou *fouillis*) atmosphériques présentant une certaine variabilité de formes spectrales. Le faible nombre de données rend les méthodes classiques (*e.g.*, périodogramme moyenné, fenêtré) peu robustes [6]. Des approches régularisées à base de modèle autoregressif d'ordre maximal (AR long) ont permis d'intégrer des informations *a priori* sur la forme des fouillis, notamment sur leur régularité spectrale et leur continuité spatiale [7, 3, 5]. Toutefois, la régularisation quadratique retenue dans [7, 3, 5] lisse trop les discontinuités spatio-fréquentielles entre les différents fouillis. Pour éviter ces problèmes, nous proposons une analyse profondeur-fréquence dans le cadre de la synthèse de Fourier, qui modélise les informations disponibles à travers un modèle de Gibbs-

Markov non quadratique. Il s'agit de l'extension profondeur-fréquence de la méthode d'estimation d'un spectre régulier développée dans [1, 2].

L'identification de cibles superposées à ces fouillis est abordée en Section 3. L'approche retenue constitue cette fois l'extension profondeur-fréquence de la méthode d'estimation d'un spectre *mélangé*<sup>1</sup> proposée dans [1, 2]. Il s'agit d'estimer deux distributions spatio-fréquentielles : une pour les cibles, l'autre pour les fouillis. Le spectre d'une cible étant impulsionnel, une pénalisation séparable modélise cette information *a priori* alors que le modèle de Gibbs-Markov précédent s'applique toujours aux fouillis. Les résultats de la Section 4 sur des données synthétiques et réelles mettent en évidence l'apport de nos approches.

## 2 Imagerie des fouillis

### 2.1 Modèle

En imagerie radar Doppler, les données sont constituées d'un ensemble de signaux complexes  $\mathcal{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_M]$ , juxtaposés spatialement dans le sens de la profondeur dans  $M$  cases distance. D'après [4, 2], chaque vecteur  $\mathbf{y}_m$  est supposé extrait d'une série temporelle complexe  $(y_{nm})_{n \in \mathbb{Z}}$ ,

<sup>1</sup>Un spectre mélangé est composé d'un ensemble de raies spectrales superposées à un fond homogène.

indépendante de celles des cases distance adjacentes. La Figure 1 illustre des données issues de spectres gaussiens.

Nous proposons d'estimer dans chaque case  $m$  la distri-

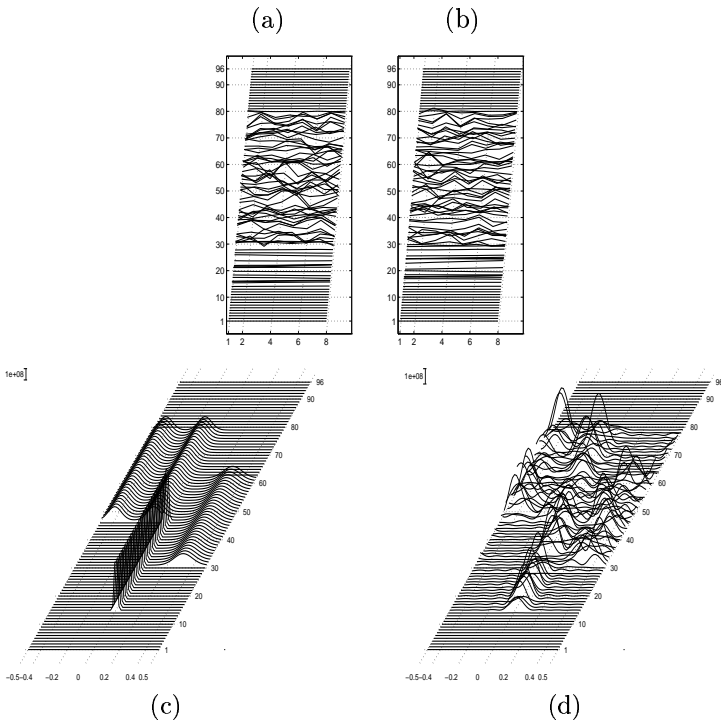


FIG. 1 – Données simulées sur 96 cases distance avec 8 échantillons par case. En haut, (a) et (b) illustrent les parties réelle et imaginaire des données. En bas, (c) montre la suite des vrais spectres. Les spectres centrés autour de  $f = 0$  caractérisent le fouillis de sol (cases 15 à 47). Le fouillis de pluie est unimodal mais plus doux (cases 31 à 63). Enfin, le fouillis de mer a deux maxima (cases 47 à 79). La suite des périodogrammes est illustrée en (d).

bution d'énergie de  $(y_{nm})_{n \in \mathbb{Z}}$  dans le domaine fréquentiel, en suivant la démarche non-paramétrique à haute résolution spectrale décrite dans [4, 2]. À partir de la séquence d'énergie finie  $(y_{nm})_{n \in \mathbb{Z}}$ , nous cherchons donc à calculer les coefficients de Fourier  $X_{pm} \in \mathbb{C}$  sur une grille fréquentielle équirépartie ( $\nu_p = p/P, p \in \mathbb{N}_P$ ), où  $P \gg N$  :

$$y_{nm} = \sum_{p=0}^{P-1} X_{pm} e^{2j\pi\nu_p n}, \quad n \in \mathbb{N}_N. \quad (1)$$

En notant  $w_0 = \exp(2j\pi/P)$ , (1) se réécrit matriciellement

$$\mathbf{y}_m = W_{NP} \mathbf{X}_m, \quad (2)$$

où  $W_{NP} = [w_0^{np}]_{n \in \mathbb{N}_N}^{p \in \mathbb{N}_P}$  et  $\mathbf{X}_m = [X_{0,m}, \dots, X_{P-1,m}]^t$ .

Pour les  $M$  cases distance, les coefficients de Fourier recherchés sont reliés aux données en concaténant les équations (2) :  $\mathcal{Y} = \mathcal{W}\mathcal{X}$  avec  $\mathcal{W} = \text{diag}[W_{NP}]$  et  $\mathcal{X}$  ordonné comme  $\mathcal{Y}$ . Puisque  $N \ll P$ , ce système est indéterminé *i.e.*, il admet un nombre infini de solutions. Il s'agit alors d'introduire des informations *a priori* pour lever l'indétermination d'une manière appropriée.

## 2.2 Estimée du monomodèle

L'introduction d'une pénalisation  $\mathcal{R}$  a pour but de définir la carte Doppler solution de manière unique comme

$$\hat{\mathcal{X}} = \arg \min [\mathcal{J}(\mathcal{X}) = \|\mathcal{Y} - \mathcal{W}\mathcal{X}\|^2 + \lambda\mathcal{R}(\mathcal{X})]. \quad (3)$$

Dans le cadre bayésien, elle correspond au MAP [4], et l'estimée du spectre de puissance se déduit comme le vecteur des modules au carré de  $\hat{\mathcal{X}}$ .

L'hyperparamètre  $\lambda > 0$  fixe le compromis entre le terme d'adéquation aux données et celui de régularisation. Ici, la régularité spectrale et la continuité spatiale constituent les informations *a priori* disponibles sur les fouillis atmosphériques recherchés. La première concerne chaque vecteur  $\mathbf{X}_m$  séparément, alors que la seconde met en jeu plusieurs cases distances adjacentes. Par ailleurs, ces informations portent sur le spectre de puissance *i.e.*, une distribution positive.  $\mathcal{R}$  est donc choisie *circulaire* :

$$\mathcal{R}(\mathcal{X}) = \mathcal{R}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_M) = \mathcal{R}(\boldsymbol{\rho}_1, \dots, \boldsymbol{\rho}_M)$$

avec  $\boldsymbol{\rho}_m = |\mathbf{X}_m| = [\rho_{1m}, \dots, \rho_{Pm}]^t$ . Pour limiter le coût de calcul, nous nous intéressons à des fonctions  $\mathcal{R}$  convexes et  $C^1$  afin que  $\mathcal{J}$  possède les mêmes propriétés.

## 2.3 Régularisation de Gibbs-Markov

Dans [2], la régularité d'un spectre a été prise en compte par l'énergie de Gibbs-Markov suivante

$$R_F(\mathbf{X}_m) = \sum_{p=0}^{P-1} \mu_F \phi_1(\rho_{p+1,m} - \rho_{pm}) + \phi_2(\rho_{pm}), \quad (4)$$

où  $\mu_F \geq 0$  règle la quantité de lissage,  $\phi_2 : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}$ , et  $\rho_{Pm} = \rho_{0,m}$  en raison de la 1-périodicité de  $X(\nu)$ .  $R_F$  est circulaire, *i.e.*,  $R_F(\mathbf{X}_m) = R_F(\boldsymbol{\rho}_m)$  et convexe (*cf.* [2, Corollaire 1]) si :

- $\phi_1$  est paire et convexe, (5a)

- $\phi_2$  est convexe et non décroissante, (5b)

- $\mu_F \leq \mu_{\text{sup}} = \phi_2'(0^+)/2\phi_1'(\infty)$ . (5c)

L'inégalité (5c) fournit une borne supérieure sur le niveau de douceur qui peut être introduit tout en assurant la convexité de  $R_F$ . Puisque  $\mu_{\text{sup}} > 0$  implique  $\phi_2'(0^+) > 0$ ,  $\phi_2(|\cdot|)$  et  $R_F$  sont non différentiables en zéro. Pour  $\phi_2(u) = u$ , une approximation de classe  $C^1$  de  $R_F$  s'écrit [2] :

$$R_{F,\varepsilon}(\mathbf{X}_m) = \sum_{p=0}^{P-1} (\mu_F \phi_1(q_{p+1,m} - q_{p,m}) + q_{p,m}), \quad (6)$$

où  $q_{pm} = \phi_\varepsilon(\rho_{pm})$ ,  $\phi_\varepsilon(x) = \sqrt{\varepsilon^2 + |x|^2}$ , et  $\varepsilon > 0$ .  $R_{F,\varepsilon}$  est circulaire et convexe (*cf.* [2, Corollaire 2]) sous (5a)–(5c).

L'extension profondeur-fréquence de (6) s'obtient naturellement :

$$\mathcal{R}(\mathcal{X}) = \sum_{m=1}^M R_{F,\varepsilon}(\mathbf{X}_m) + \mu_T \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{p=0}^{P-1} \phi_3(q_{p,m+1} - q_{pm}), \quad (7)$$

où  $\phi_3$  est convexe, et  $\mu_T \geq 0$  fixe le niveau de continuité spatiale. Pour assurer la convexité de  $\mathcal{R}$ , (5c) peut s'étendre comme suit :

$$\mu_F \leq \frac{a}{2\phi_2'(\infty)} \quad \text{et} \quad \mu_T \leq \frac{(1-a)}{2\phi_3'(\infty)}, \quad \text{pour } a \in [0, 1]. \quad (8)$$

En pratique,  $\phi_1$  et  $\phi_3$  sont choisies quadratiques autour de zéro, pour lisser les petites variations, et linéaire à l'infini, pour restaurer les discontinuités spectrales et/ou spatiales [8, 9]. Dans cette classe de fonctions, nous retenons le potentiel hyperbolique :  $\phi_{1,3}(\rho) = \sqrt{\tau_{1,3}^2 + \rho^2}$ . Pour ces choix,  $\mathcal{R}$  est convexe si  $\mu_F, \mu_T \leq 1/4$ , si  $a = 1/2$  dans (8). L'estimation de fouillis requiert donc le réglage de  $\theta = (\lambda; \mu_F; \tau_1; \mu_T; \tau_3; \varepsilon)$ .

### 3 Identification de cibles

#### 3.1 Bimodèle profondeur-fréquence

L'estimation d'un spectre mélangé a été abordée dans [2]. Ici, nous proposons une extension qui vise à restaurer une suite de tels spectres. Ainsi, chaque vecteur  $\mathbf{X}_m$  se décompose comme la superposition de deux composantes :  $\mathbf{X}_m^C$  pour les cibles, et  $\mathbf{X}_m^F$  pour les fouillis. Le bimodèle reliant les données aux inconnues s'écrit  $\mathbf{y}_m = W_{NP}(\mathbf{X}_m^C + \mathbf{X}_m^F)$ , et pour les  $M$  cases distance le terme d'adéquation aux données est donné par

$$\mathcal{Q}_M(\mathcal{X}) = \|\mathcal{Y} - \mathcal{W}(\mathcal{X}^C + \mathcal{X}^F)\|^2 = \|\mathcal{Y} - \mathcal{W}\mathcal{X} [1, 1]^t\|^2,$$

où  $\mathcal{X}^{C,F} = [\mathbf{X}_1^{C,F}, \dots, \mathbf{X}_M^{C,F}]$  et  $\mathcal{X} = [\mathcal{X}^C | \mathcal{X}^F]$  est une matrice  $P \times 2M$ . Le problème reste indéterminé et nous précisons maintenant le choix de la fonction de pénalisation.

#### 3.2 Estimée du bimodèle

La fonction (7) ne permet pas de restaurer des raies spectrales et un fond régulier [2]. Pour y parvenir, nous avons considéré dans [2] le critère composite suivant :

$$\mathcal{J}_M(\mathcal{X}) = \mathcal{Q}_M(\mathcal{X}) + \lambda_C \mathcal{R}_C(\mathcal{X}^C) + \lambda_F \mathcal{R}_F(\mathcal{X}^F), \quad (\lambda_C, \lambda_F) > 0 \quad (9)$$

où  $\mathcal{R}_C$  met en exergue les raies et  $\mathcal{R}_F$  s'identifie à (7). Comme dans [4, 10, 2], nous introduisons une énergie séparable, circulaire et convexe pour identifier des cibles :

$$\mathcal{R}_C(\mathcal{X}^C) = \sum_{m=1}^M \sum_{p=0}^{P-1} \phi_0(\rho_{pm}^C),$$

où  $\rho_{pm}^C = |X_{pm}^C|$ , et  $\phi_0$  est hyperbolique comme  $\phi_{1,3}$ .  $\phi_0$  étant convexe, croissante sur  $\mathbb{R}_+$ ,  $\mathcal{R}_C$  est convexe [11, Th. 5.1], comme  $\mathcal{R}_F$  l'est aussi, le critère global  $\mathcal{J}_M$  est convexe et par ailleurs  $C^1$ . Son minimiseur global est défini par

$$\hat{\mathcal{X}} = [\hat{\mathcal{X}}_C | \hat{\mathcal{X}}_F] = \arg \min_{\mathcal{X}} \mathcal{J}_M(\mathcal{X}).$$

Dans le cadre bayésien adopté dans [4],  $(\hat{\mathcal{X}}_C, \hat{\mathcal{X}}_F)$  s'identifie à l'estimateur du MAP joint. La suite des spectres Doppler s'obtient en calculant  $|\hat{\mathcal{X}}_C + \hat{\mathcal{X}}_F|^2$ , après avoir fixé  $\theta_M = (\lambda_C; \lambda_F; \tau_0; \mu_F; \tau_1; \mu_T; \tau_3; \varepsilon)$ .

## 4 Résultats expérimentaux

### 4.1 Optimisation

Plusieurs stratégies pour minimiser  $\mathcal{J}$  ont pu être testées, en particulier l'algorithme du gradient pseudo-conju-

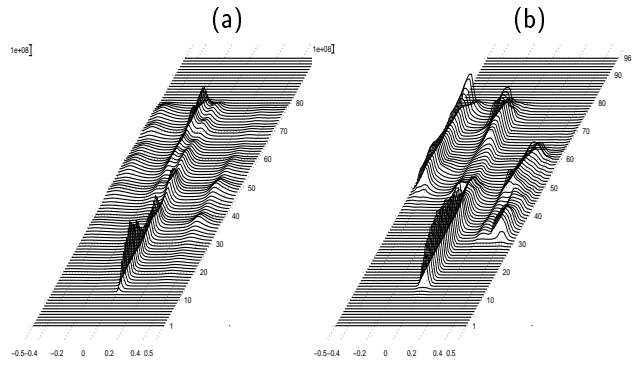


FIG. 2 – Fouillis estimés. (a), AR [5]; (b), monomodèle.

gué de Polak-Ribiere [12], et une méthode de relaxation par blocs sur critère semi-quadratique [1, 9].

### 4.2 Exemple simulé

Les spectres ont été calculés sur  $P = 64$  échantillons. En pratique, choisir  $P > 64$  n'améliore pas les solutions mais augmente significativement le coût de calcul.

La Fig. 2 montre une comparaison entre la solution du monomodèle et la suite de spectres fournie par la méthode AR long de [5]. Dans notre approche, les hyperparamètres ont été fixés empiriquement, comme ceux minimisant la distance  $L_1$  aux vrais spectres. Ainsi, nous avons retenu  $\theta = (0, 5; 0, 4; 400; 6, 10^3)$ . Comme  $\mu_F \ll \mu_T$ , la régularité spectrale est moins prise en compte que la continuité spatiale, et ce pour restaurer un fouillis de sol assez résolu. De plus, la convexité de  $\mathcal{R}$  n'est pas garantie puisque (8) n'est pas satisfaite. En pratique, estimer des spectres homogènes requiert des énergies non convexes.

L'approche AR long ne nécessite de régler que deux paramètres,  $\beta_F = \lambda\mu_F$  et  $\beta_T = \lambda\mu_T$ , fixés selon la même règle empirique<sup>2</sup>, soit  $(\beta_F; \beta_T) = (0, 12; 250)$ . Une simple comparaison qualitative avec la Fig. 1 de référence conduit aux conclusions suivantes.

- L'apport de la régularisation est évident. Les spectres estimés par la méthode AR long ou la nôtre sont plus proches des vrais spectres que les périodogrammes.
- Le fouillis de sol estimé par les deux approches régularisées est à haute résolution.
- Les transitions au début et à la fin du fouillis de sol sont trop lissées par l'approche AR long alors qu'elles sont préservées par la nôtre. Les fouillis de pluie et de mer sont aussi mieux imagés par notre technique.
- Le calcul d'une image profondeur-fréquence par notre approche nécessite de fixer trois fois plus de paramètres, soit six.

Enfin, notons que les fouillis hétérogènes sont mieux séparés par des énergies non quadratiques.

Nous avons aussi évalué une distance  $L_1$  inter-spectrale entre les spectres estimés et les vrais. Les résultats montrent un gain de 25 % entre les périodogrammes et la méthode AR long, et de 20 % entre cette dernière et notre approche.

<sup>2</sup>Une extension non supervisée est proposée dans [5] où  $(\beta_F, \beta_D)$  sont fixés automatiquement au sens du maximum de vraisemblance.

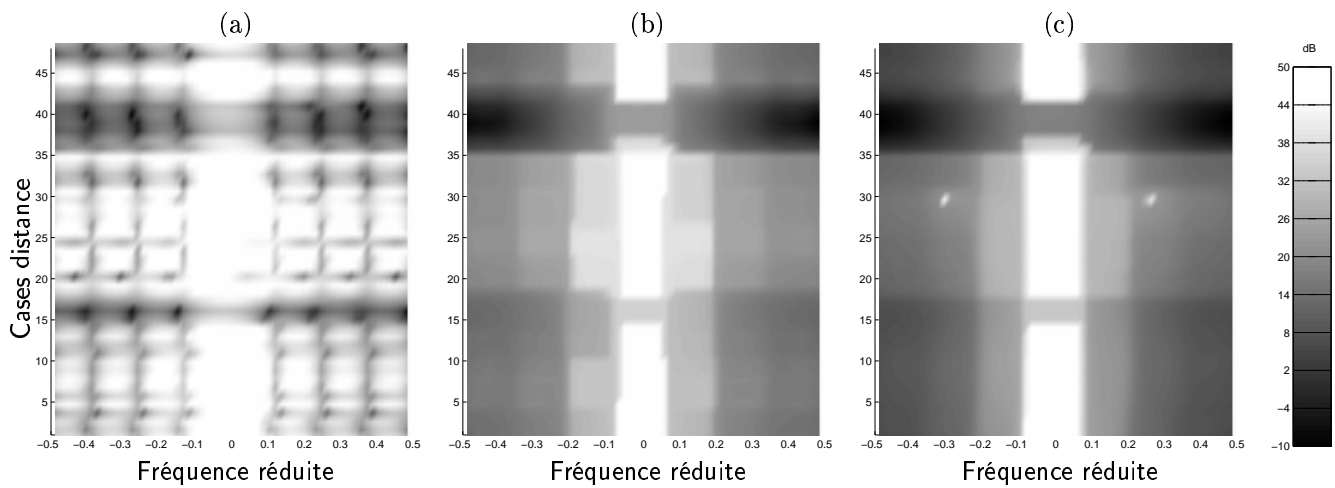


FIG. 3 – (a) : Suite de périodogrammes ; (b) : solution du monomodèle ; (c) : solution du bimodèle.

### 4.3 Données réelles d’imagerie Doppler

L’approche bimodèle pour estimer une suite de spectres mélangés est évaluée sur un jeu de données réelles<sup>3</sup>. Cet enregistrement ( $M = 48$ ,  $N = 8$ ) est composé de fouillis autour de  $f = 0$  et d’une seule cible. La Fig. 3(a) montre que le périodogramme ne peut détecter la cible. Le résultat du monomodèle est illustré sur la Fig. 3(b). La signature spatio-fréquentielle du fouillis est bien restituée mais la cible est perdue. Cette solution a été calculée pour  $P = 64$  et des hyperparamètres choisis empiriquement. Enfin, la solution du bimodèle est présentée en Fig. 3(c). La cible apparaît clairement dans la case distance  $m = 29$ , au travers de raies symétriques en  $f_1 = -0,29$  et  $f_2 = 0,25$ . Cette carte profondeur-fréquence a été obtenue en gardant constant ( $\mu_F; \tau_1; \mu_T; \tau_3; \varepsilon$ ) par rapport à la Fig. 3(b). Deux paramètres ( $\lambda_C; \lambda_F$ ) apparaissent en plus dans (9). Ils ont été choisis avec le même ordre de grandeur, afin d’éviter que le terme sur-penalisé (e.g.,  $\lambda_C$ ) donne une distribution nulle (e.g.,  $\hat{\mathcal{X}}_C$ ).

## 5 Conclusion

Nous avons abordé le problème de la caractérisation spatio-fréquentielle de fouillis atmosphériques et de cibles en imagerie radar Doppler. La régularité spectrale et la continuité spatiale des fouillis d’une part, et le caractère impulsionnel des cibles d’autre part, ont été modélisés au sein d’un critère régularisé par respectivement une énergie de Gibbs-Markov et un terme séparable. Les estimateurs spectraux développés sont définis comme le minimiseur global du critère régularisé mis en jeu. Les résultats obtenus montrent un saut qualitatif très net par rapport aux techniques existantes, au prix cependant d’un plus grand nombre d’hyperparamètres à régler.

## Références

[1] P. Ciuciu, J. Idier et J.-F. Giovannelli, « Analyse spectrale non paramétrique haute résolution », in *Actes du 17<sup>e</sup>*

<sup>3</sup>Nous remercions Daniel Muller et Philippe Calvary, THALÈS, Bagneux, pour les données réelles fournies et pour l’autorisation de présenter ces résultats.

colloque *GRETSI*, Vannes, septembre 1999, pp. 721–724.

- [2] P. Ciuciu, J. Idier et J.-F. Giovannelli, « Regularized estimation of mixed spectra using a circular Gibbs-Markov model », à paraître dans *IEEE Trans. Signal Processing*.
- [3] G. Kitagawa et W. Gersch, « A smoothness priors time-varying AR coefficient modeling of nonstationary covariance time series », *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, n°1, pp. 48–56, janvier 1985.
- [4] M. D. Sacchi, T. J. Ulrych et C. J. Walker, « Interpolation and extrapolation using a high-resolution discrete Fourier transform », *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 46, n°1, pp. 31–38, janvier 1998.
- [5] J.-F. Giovannelli, J. Idier, G. Desodt et D. Muller, « Regularized adaptive autoregressive spectral analysis », à paraître dans *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*.
- [6] J.-F. Giovannelli et J. Idier, « Bayesian interpretation of periodograms », *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, n°7, pp. 1388–1396, juillet 2001.
- [7] G. Kitagawa et W. Gersch, « A smoothness priors long AR model method for spectral estimation », *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, n°1, pp. 57–65, janvier 1985.
- [8] H. R. Künsch, « Robust priors for smoothing and image restoration », *Annals of Institute of Statistical Mathematics*, vol. 46, n°1, pp. 1–19, 1994.
- [9] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert et M. Barlaud, « Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging », *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 6, n°2, pp. 298–311, février 1997.
- [10] N. Moal et J.-J. Fuchs, « Sinusoids in white noise : a quadratic programming approach », in *Proc. IEEE ICASSP*, Seattle, WA, USA, mai 1998, pp. 2221–2224, IEEE.
- [11] R. T. Rockafellar, *Convex Analysis*, Princeton Univ. Press, 1970.
- [12] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling, *Numerical recipes, the art of scientific computing*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, MA, USA, 1986.