

Estimation des canaux de propagation par des méthodes de rectification

Marie LE BOT¹, Philippe FORSTER², Luc FÉTY¹

¹Laboratoire Électronique et Communication
Conservatoire National des Arts et Métiers
2 Rue Conté, 75141 Paris CEDEX 03

²GEA Pôle scientifique de l'université Paris X
1 chemin Desvallières, 92410 Ville d'Avray
lebotm@free.fr, philippe.forster@cva.u-paris10.fr, fety@cnam.fr

Résumé – En radiocommunications numériques, les filtres de réception optimaux sont adaptés aux canaux, c'est pourquoi nous proposons d'estimer les canaux en exploitant leur structure spatio-temporelle, grâce à des techniques de rectification. Nous montrons que ces méthodes améliorent sensiblement la précision de l'estimation des canaux, donc les performances des récepteurs.

Abstract – Optimum receivers are matched to the channels, which motivates us to perfect the channels estimates. To reach that aim, rectifying techniques are developed, that exploit the known spatio-temporal structure of the channels. Numerical results show that the methods significantly improve the performances of receivers.

1 Introduction

Dans un système de radiocommunication numériques, les performances des récepteurs dépendent de la précision avec laquelle le canal a été estimé. Nous proposons dans cet article d'estimer les canaux de façon efficace, en exploitant leur structure spatiale et temporelle, grâce à des techniques de rectification plus robustes que les méthodes haute résolution déjà réalisées [1]. Le champ d'application de ces méthodes est très vaste : elles présentent bien entendu un intérêt pour analyser le canal, mais elles permettent surtout de mettre en œuvre des démodulateurs. Leur usage est moins restreint que les techniques qui supposent les trajets discrets, car elles sont également applicables dans le cas de trajets diffus. Nous présentons dans la section 2 les principes généraux de la rectification d'une estimée non paramétrique. Dans la section 3, nous estimons tout d'abord le canal de manière classique au sens des moindres carrés. Il s'agit alors d'affiner cette estimée, soit en lui appliquant des méthodes de rectification basées sur le modèle spatio-temporel du canal (section 4.1), soit en la représentant sous forme d'observations décorrélées. Cette dernière possibilité utilise une estimée de la covariance de l'estimée du canal : elle peut encore être améliorée en rectifiant la covariance estimée, ce qui constitue une façon originale de procéder (section 4.2). Nous proposons dans la section 5 des méthodes de détection capables d'estimer des intervalles qui contiennent les retards et les angles d'arrivée des trajets du canal. Nous montrons au travers de simulations dans la section 6 que ces méthodes améliorent considérablement l'estimation du canal, donc les performances des récepteurs.

2 Rectification d'une estimée

2.1 Formulation du problème

Dans le cas le plus général, le problème consiste à estimer une matrice \mathbf{M} de taille $M \times N$ et de structure connue. Si on dispose d'une première estimée non paramétrique $\widehat{\mathbf{M}}$, on peut améliorer cette estimée en la projetant dans un sous-espace \mathcal{E} contenant l'ensemble des matrices de même structure que \mathbf{M} . Nous parlerons alors de rectification de l'estimée dans l'espace \mathcal{M}_{MN} des matrices de taille $M \times N$. Cette technique s'appliquera en pratique à des *vecteurs lignes*, ou à des *matrices Hermitiennes*. L'opérateur de projection orthogonale dans \mathcal{E} est noté $\Pi_{\mathcal{E}}(\cdot)$. La matrice rectifiée s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{M}}' = \Pi_{\mathcal{E}}(\widehat{\mathbf{M}}) . \quad (1)$$

Notations

La réalisation de projections orthogonales nous amène à préciser le produit scalaire utilisé :

$$(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \text{Trace}(\mathbf{A}\mathbf{B}^*) . \quad (2)$$

Pour toute matrice \mathbf{A} de \mathcal{M}_{MN} , la notation $\text{vec}(\mathbf{A})$ représente le vecteur de taille MN constitué des lignes de \mathbf{A} disposées à la suite :

$$\text{vec}(\mathbf{A}) = [[a_{11}a_{12} \cdots a_{1N}] \cdots [a_{M1}a_{M2} \cdots a_{MN}]] . \quad (3)$$

L'opération inverse est notée $\text{unvec}(\cdot)$. Ainsi le produit scalaire (2) des matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} est simplement le produit scalaire vectoriel ordinaire de $\text{vec}(\mathbf{A})$ et $\text{vec}(\mathbf{B})$.

2.2 Recherche du sous-espace \mathcal{E}

Les modèles que nous utilisons mettent en jeu des matrices complexes $\mathbf{A}(z)$ de structure connue et de norme unitaire.

L'expression générale de ces modèles est la suivante :

$$\mathbf{M} = \sum_{l=1}^L \gamma_l \mathbf{A}(z_l) + \sum_{k=1}^K \beta_k \mathbf{C}_k, \quad (4)$$

où les paramètres L , z_l , γ_l et β_k sont inconnus. Les matrices \mathbf{C}_k sont connues et orthonormées, pour $1 \leq k \leq K$. Le sous-espace \mathcal{E} doit donc contenir ces matrices \mathbf{C}_k , et être le plus proche possible de l'ensemble des matrices $\mathbf{A}(z_l)$. En supposant momentanément que la dimension de \mathcal{E} est fixée, et que l'on connaît un intervalle \mathcal{Z} qui contient les paramètres z_l , le critère qui détermine \mathcal{E} est :

$$f(\Pi_{\mathcal{E}}) = \int_{z \in \mathcal{Z}} \|\Pi_{\mathcal{E}}(\mathbf{A}(z)) - \mathbf{A}(z)\|^2 dz. \quad (5)$$

Nous avons démontré en [2] que le sous-espace \mathcal{E} de dimension r qui minimise le critère (5) sous la contrainte $\mathbf{C}_k \in \mathcal{E}$ s'obtient de la façon suivante. Posons :

$$\mathbf{q}(z) = \text{vec} \left(\mathbf{A}(z) - \sum_{k=1}^K (\mathbf{A}(z), \mathbf{C}_k) \mathbf{C}_k \right) \quad (6)$$

$$\mathbf{R} = \int_{z \in \mathcal{Z}} \mathbf{q}^*(z) \mathbf{q}(z) dz, \quad (7)$$

et notons $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{r-K}$ les vecteurs propres associés aux $(r-K)$ plus grandes valeurs propres de \mathbf{R} . Les r matrices $\text{unvec}(\mathbf{u}_1), \dots, \text{unvec}(\mathbf{u}_{r-K}), \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_K$ forment une base orthonormale de \mathcal{E} .

2.3 Contrainte de rang

Le sous-espace \mathcal{E} n'inclut généralement pas tout l'ensemble des matrices $\mathbf{A}(z)$. Cependant, il s'en approche autant qu'on le souhaite en choisissant une dimension suffisamment grande : nous proposons pour cela une règle pratique qui détermine la dimension de \mathcal{E} . Nous supposons que l'erreur issue de la première estimation de \mathbf{M} est centrée. La moyenne de l'estimée après rectification (1) est $E\{\widehat{\mathbf{M}}'\} = \Pi_{\mathcal{E}}(E\{\widehat{\mathbf{M}}\}) = \Pi_{\mathcal{E}}(\mathbf{M})$. Donc si le sous-espace de projection ne contient pas parfaitement la matrice \mathbf{M} , la rectification introduit un biais qui vaut :

$$E\{\widehat{\mathbf{M}}'\} - \mathbf{M} = -\Pi_{\mathcal{E}}^{\perp}(\mathbf{M}), \quad (8)$$

où $\Pi_{\mathcal{E}}^{\perp}(\cdot)$ désigne la projection dans l'orthogonal de \mathcal{E} . Par contre, la variance $E\left\{\left\|\Pi_{\mathcal{E}}(\widehat{\mathbf{M}} - \mathbf{M})\right\|^2\right\}$ de l'erreur après rectification est inférieure à la variance initiale, car la norme d'un vecteur projeté est inférieure à la norme de ce vecteur. Ainsi la rectification diminue la variance de l'erreur d'estimation, mais biaise l'estimée lorsque \mathcal{E} ne contient pas exactement les matrices $\mathbf{A}(z)$. Nous proposons de dimensionner l'espace de projection de manière à ce que le biais soit très inférieur à l'erreur quadratique moyenne initiale. La dimension de \mathcal{E} est alors la plus petite valeur qui assure l'inégalité :

$$\|\Pi_{\mathcal{E}}^{\perp}(\mathbf{M})\|^2 \ll E\left\{\left\|\widehat{\mathbf{M}} - \mathbf{M}\right\|^2\right\}. \quad (9)$$

3 Estimation non paramétrique du canal

Dans le cadre d'une communication numérique entre un mobile et une station de base à P capteurs, les données $d(n)$ sont transmises grâce à un pulse noté $p(t)$, à travers un canal de Rayleigh. La réponse impulsionnelle liant le mobile au $p^{\text{ième}}$ élément de l'antenne est notée $h_p(t)$. Nous utilisons par la suite la notation vectorielle : $\mathbf{h}(t) = [h_0(t) \ \dots \ h_{P-1}(t)]^T$. Le canal physique correspondant au pulse convolué avec $\mathbf{h}(t)$ prend pour expression :

$$\mathbf{g}(t) = p(t) * \mathbf{h}(t) = \sum_{l=1}^L \alpha_l p(t - \tau_l) \mathbf{d}(\theta_l), \quad (10)$$

où α_l , τ_l , et θ_l désignent respectivement les atténuations complexes, les retards et les angles d'arrivée de chaque trajet. $\mathbf{d}(\theta)$ est le vecteur directionnel de l'antenne. Le signal reçu échantillonné à la cadence $1/T_e$ s'écrit :

$$\mathbf{x}(nT_e) = u(nT_e) * \mathbf{h}(nT_e) + \mathbf{b}(nT_e), \quad (11)$$

où $\mathbf{b}(nT_e)$ est le bruit issu des autres mobiles de la cellule, que nous supposons Gaussien; et $u(nT_e) = d(n) * p(nT_e)$ désigne le signal équivalent en bande de base émis par le mobile.

3.1 Estimation par moindres carrés

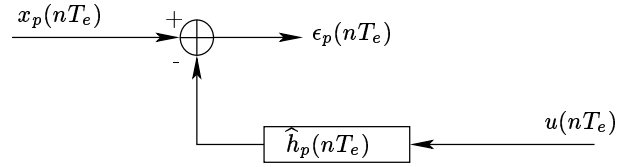


Figure 1: Estimation de $h_p(nT_e)$ par moindres carrés

Pendant la période d'apprentissage, des données pilotes sont émises afin d'estimer le canal physique, à partir de la structure de la figure 1. En notant $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0) \ \dots \ \mathbf{x}((N-1)T_e)]$ les N échantillons collectés par l'antenne, nous obtenons la solution :

$$\widehat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{h}}(0) & \dots & \widehat{\mathbf{h}}((L_{\widehat{h}} - 1)T_e) \end{bmatrix} = \mathbf{X} \mathbf{T}_u^* (\mathbf{T}_u \mathbf{T}_u^*)^{-1}, \quad (12)$$

où \mathbf{T}_u est la matrice de Toeplitz de taille $L_{\widehat{h}} \times N$ générée par les échantillons du signal pilote émis $u(nT_e)$, et $L_{\widehat{h}}$ désigne la longueur du canal estimé. L'estimée du canal physique $\mathbf{g}(nT_e)$, de longueur $L_{\widehat{g}}$, est obtenue en convoluant $\widehat{\mathbf{h}}(nT_e)$ avec le pulse : $\widehat{\mathbf{g}}(nT_e) = p(nT_e) * \widehat{\mathbf{h}}(nT_e)$. Sous forme matricielle nous avons :

$$\widehat{\mathbf{G}} = [\widehat{\mathbf{g}}(0) \ \dots \ \widehat{\mathbf{g}}((L_{\widehat{g}} - 1)T_e)] = \widehat{\mathbf{H}} \mathbf{T}_p, \quad (13)$$

où \mathbf{T}_p désigne la matrice de Toeplitz de taille $L_{\widehat{h}} \times L_{\widehat{g}}$ générée par les échantillons du pulse $[p(0) \ \dots \ p((L_p - 1)T_e)]$. En explicitant les colonnes de \mathbf{X} d'après (11), et en adoptant les notations $\mathbf{G} = [\mathbf{g}(0) \ \dots \ \mathbf{g}((L_{\widehat{g}} - 1)T_e)]$ et $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(0) \ \dots \ \mathbf{b}((N-1)T_e)]$, l'erreur d'estimation s'exprime selon :

$$\widehat{\mathbf{G}} - \mathbf{G} = \mathbf{B} \mathbf{T}_u^* (\mathbf{T}_u \mathbf{T}_u^*)^{-1} \mathbf{T}_p. \quad (14)$$

3.2 Représentation de Karhunen-Loève

Le canal étant réestimé à intervalles de temps réguliers, nous ferons les hypothèses suivantes :

- la réponse du canal est constante pendant la durée d'un slot,
- les retards et les angles d'arrivée sont constants pendant la durée d'une trame.

Donc seules les amplitudes complexes varient d'un slot à l'autre. En repérant les N_s slots d'une même trame par l'indice n_s , nous notons $\mathbf{G}(n_s)$ la réponse du canal au slot n_s : dans le cas d'un canal de Rayleigh, il s'agit d'une Gaussienne et centrée. L'estimée du canal issue des moindres carrés peut alors être améliorée en représentant la variable aléatoire centrée $\mathbf{y} = \text{vec}(\widehat{\mathbf{G}}(n_s))$ sous forme d'observations décorréelées. Pour ce faire, nous effectuons une décomposition en éléments propres de la covariance de \mathbf{y} , notée $\mathbf{\Gamma}$. Les vecteurs propres de $\mathbf{\Gamma}$ forment une base orthonormée de l'espace dans lequel évolue \mathbf{y} , et le changement de base correspondant est connu sous le nom de représentation de Karhunen-Loève [3]. Les coordonnées de \mathbf{y} dans cette base sont des variables aléatoires centrées de variances égales aux valeurs propres de $\mathbf{\Gamma}$. Ainsi, si $\mathbf{\Gamma}$ admet des valeurs propres très faibles, \mathbf{y} est très proche du sous-espace \mathcal{H} engendré par les vecteurs propres associé aux valeurs propres les plus fortes. La matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}$ de ce vecteur est estimée de façon empirique par :

$$\widehat{\mathbf{\Gamma}} = \frac{1}{N_s} \sum_{n_s=0}^{N_s-1} \text{vec}(\widehat{\mathbf{G}}(n_s)) \text{vec}^*(\widehat{\mathbf{G}}(n_s)). \quad (15)$$

4 Rectifications

Nous proposons deux applications de la méthode de rectification développée en 2 : dans cette section, nous supposons connus des intervalles \mathcal{T} et Θ qui contiennent les retards et les angles d'arrivée des trajets du canal.

4.1 Rectification de l'estimée du canal

Connaissant la structure du canal (10), nous pouvons rectifier l'estimée issue des moindres carrés. Nous revenons pour l'instant à l'échelle d'un slot. La structure de la matrice contenant le canal multi-capteurs échantillonné est la suivante :

$$\text{vec}(\mathbf{G}) = \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}(\tau_l, \theta_l), \quad (16)$$

où le vecteur $\mathbf{a}(\tau, \theta)$ de norme unitaire est défini par :

$$\mathbf{a}(\tau, \theta) = \mathbf{d}^T(\theta) \otimes \mathbf{p}(\tau), \quad (17)$$

et $\mathbf{p}(\tau)$ est le vecteur ligne de longueur $L_{\widehat{g}}$ contenant les échantillons du pulse retardé de τ :

$$\mathbf{p}(\tau) = [p(0 - \tau) \quad \cdots \quad p((L_{\widehat{g}} - 1)T_e - \tau)]. \quad (18)$$

Ainsi nous rectifions l'estimée du canal en la projetant dans le sous-espace des vecteurs $\mathbf{a}(\tau, \theta)$, pour tout $(\tau, \theta) \in \mathcal{T} \times \Theta$.

4.2 Rectification de la covariance estimée

Nous reprenons à présent l'idée de la section 3.2, qui était d'améliorer l'estimée du canal à chaque slot $\widehat{\mathbf{G}}(n_s)$ en la projetant dans un sous-espace déterminé par sa covariance $\mathbf{\Gamma}$. L'estimée empirique $\widehat{\mathbf{\Gamma}}$ permet de déterminer un premier sous-espace de projection. Cependant, nous pouvons obtenir un sous-espace encore meilleur en rectifiant $\widehat{\mathbf{\Gamma}}$. L'erreur d'estimation $\widehat{\mathbf{G}}(n_s) - \mathbf{G}(n_s)$ fournie en (14) est indépendante du canal, et les trajets du canal sont indépendants, de puissances p_l , donc nous avons le modèle suivant :

$$\mathbf{\Gamma} = \sum_{l=1}^L p_l \mathbf{a}^*(\tau_l, \theta_l) \mathbf{a}(\tau_l, \theta_l) + \mathbf{\Gamma}_E, \quad (19)$$

où $\mathbf{\Gamma}_E$ est la covariance de l'erreur, que l'on peut estimer à partir d'une estimée de la covariance du bruit.

5 Recherche des zones de retards et d'angles

Pour déterminer les trajets du canal, nous proposons de lisser dans le domaine fréquentiel les signaux correspondants aux transformées de Fourier des réponses impulsionnelles estimées par moindres carrés (cf. figure 1). Nous notons $\widetilde{h}_p(f)$ ces transformées de Fourier, et nous les lissons grâce à une famille de fenêtres glissantes notées $w_\tau(f)$ de spectres centrés sur les retards τ , pour $0 \leq \tau \leq (L_{\widehat{h}} - 1)T_e$:

$$w_\tau(f) = w(f) e^{i2\pi f \tau}, \quad (20)$$

où $w(f)$ est une fenêtre réelle et symétrique (par exemple une fenêtre de Hamming). Dans le cas d'une antenne linéaire dont les capteurs sont espacés par exemple d'une demi longueur d'onde, on peut également envisager un lissage à la fois temporel et spatial. Nous avons dans ce cas $d_p(\theta) = e^{-i\pi p s \sin(\theta)}$, donc le spectre du canal est une combinaison linéaire de sinusoides de périodes $1/s_l$, où $s_l = \sin(\theta_l)/2$, en fonction de l'indice du capteur ($0 \leq p \leq P - 1$). Pour détecter les angles, on utilise alors une famille de fenêtres glissantes de spectres centrés sur le paramètre $s = \sin(\theta)/2$, et notées :

$$v_s(p) = v(p) e^{i2\pi p s}, \quad (21)$$

où $v(p)$ est par exemple une fenêtre de Hamming, de longueur P .

Nous obtenons ainsi une fonction de deux variables capable d'indiquer les retards et les angles du canal recherchés :

$$F(\tau, s) = \left| \sum_{p=0}^{P-1} v_s(p) \int \widetilde{h}_p(f) w_\tau(f) df \right|^2. \quad (22)$$

Nous avons déterminé en [2] une fonction seuil opérant sur $F(\tau, s)$ qui assure un taux de fausse alarme fixé : la probabilité de détecter un retard et un angle dans le cas où ceux-ci sont absents doit être inférieure ou égale à ce taux.

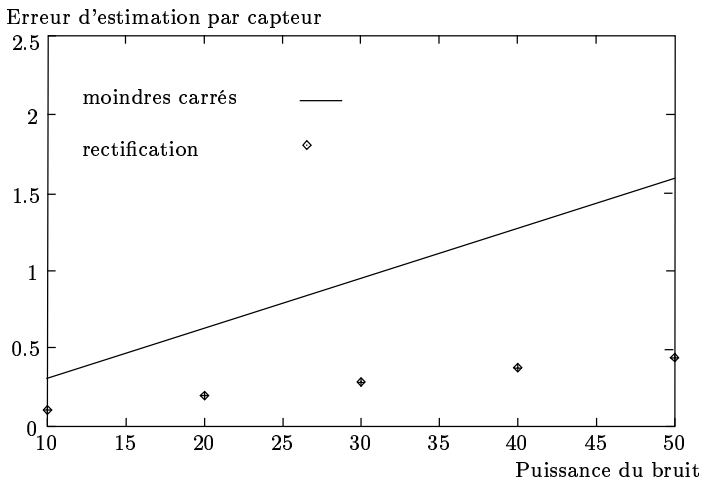


Figure 2: Rectification spatio-temporelle avec 3 capteurs

6 Validation numérique

Afin de valider les méthodes proposées, nous nous plaçons par exemple dans un contexte CDMA, où le mobile émet 6 symboles pilotes étalés par un code de facteur d'étalement $\lambda = 256$. La durée des chips est $T_c = 0.25\mu s$. Le pulse est un filtre en racine de cosinus surélevé de roll-off $\alpha = 0.22$. La période d'échantillonnage à la réception respecte le théorème de Shannon, et vaut $T_e = T_c/2 = 0.125\mu s$.

6.1 Rectification de l'estimée du canal

L'antenne est linéaire et possède trois capteurs espacé d'une demi longueur d'onde. Les atténuations complexes des trajets sont de puissances unitaires, et les retards correspondants sont donnés dans le tableau suivant:

| trajets | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------------|------|------|------|----|-----|
| retards $\tau_l (T_e)$ | 2.5 | 2.75 | 5 | 10 | 30 |
| $\sin(\theta_l)$ | 0.33 | 0.35 | -0.4 | 0 | 0.6 |

Les performances dépendent des 1536 chips pilotes utilisés pour estimer le canal convolué avec le pulse : nous calculons les erreurs quadratiques moyennes des estimations, en effectuant une moyenne sur 50 réalisations de la séquence d'apprentissage, lorsque la puissance du bruit s'échelonne de 10 à 50. On estime à chaque fois les intervalles \mathcal{T} et Θ par lissage fréquentiel, pour un taux de fausse alarme de 10^{-3} . La figure 2 représente les erreurs d'estimation moyennes avant et après la rectification spatio-temporelle. La rectification apporte un gain de 6.5dB.

6.2 Rectification de la covariance estimée du canal

Nous étudions maintenant l'effet d'une rectification portant sur la covariance empirique de l'estimée du canal. Pour cela nous considérons un canal à deux trajets de puissances unitaires, dont les retards sont : $\tau_1 = 2T_e$ et $\tau_2 = 20T_e$. Ces retards sont supposés constants sur 10 slots contenant chacun 1536 chips pilotes. A chaque slot, le canal est estimé au sens des moindres carrés. La covariance

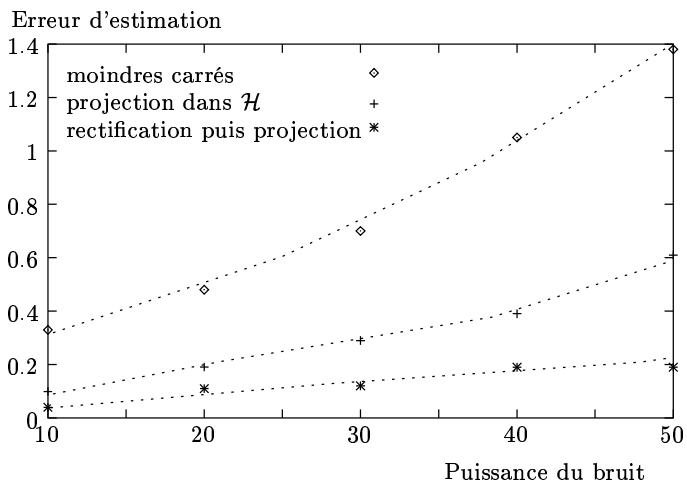


Figure 3: Rectification de la covariance estimée

est estimée de façon empirique selon l'expression (15), ce qui permet de définir un premier sous-espace de projection. Nous voyons sur la figure 3 que cette simple projection diminue fortement l'erreur moyenne d'estimation, d'environ 4dB. Le fait de rectifier la covariance estimée avant de définir l'espace de projection procure une amélioration supplémentaire de 4dB.

7 Conclusions

Nous avons proposé d'affiner les techniques classiques d'estimation du canal multi-trajets (moindres carrés), en exploitant sa structure. Pour cela, nous avons développé deux méthodes de rectification. La première consiste à rectifier l'estimée du canal à chaque slot : cette méthode nécessite la connaissance d'un secteur spatio-temporel contenant les retards et les angles des trajets. La seconde proposition est de rectifier (éventuellement sur tout l'horizon spatio-temporel) la covariance estimée, afin de représenter l'estimée du canal de façon efficace, sous forme d'observations indépendantes. Les simulations montrent l'efficacité des méthodes de rectification : l'erreur d'estimation est diminuée de façon significative. Ceci conduit à la mise en œuvre de récepteurs tels que le RAKE, le MLSE.

References

- [1] T. Lo, J. Litva, H. Leung "Estimating the impulse response of indoor radio channels using signal subspace techniques" IEEE Proceedings-I, Juin 1993
- [2] M. Le Bot "Antennes adaptatives en CDMA" Thèse de doctorat CNAM, Jan. 2001
- [3] L.L. Scharf "Statistical signal processing" Addison Wesley, 1991