

Filtrage adaptatif RII non linéaire: application à l'identification des systèmes RMN

Aktham ASFOUR¹, Kosai RAOOF², Jean-Marc FOURNIER¹

¹Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble
ENSIEG, BP 47, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France

²Laboratoire des Images et des Signaux
ENSIEG, BP 47, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France
Aktham.Asfour@leg.ensieg.inpg.fr, kosai.raoof@lis.inpg.fr
Jean-Marc.Fournier@leg.ensieg.inpg.fr

Résumé –

Cet article a pour objectif d'introduire les caractéristiques non linéaires des systèmes à Résonance Magnétique Nucléaire (RMN). Plus précisément, le présent travail tente de trouver une représentation simple de la relation non linéaire entre l'entrée du système RMN et la sortie observable de celui-ci. Ainsi, un modèle du filtre RII non linéaire est décrit ici. Une estimation des coefficients de ce filtre est calculée par un algorithme de filtrage adaptatif que nous avons adapté au cas des signaux RMN. Les formalismes d'erreur d'équation et d'erreur de sortie du filtrage adaptatif RII sont testés et comparés. Le modèle proposé permet de représenter un système RMN avec un nombre de coefficients peu élevé.

Abstract –

The aim of this paper is to introduce the non linear characteristics of Nuclear Magnetic Resonance (NMR) systems. More exactly, this work tries to establish a simple representation of the non linear relationship between the input and the observable system output. For doing so, a model of a non linear IIR filter is described. An Estimation of the filter coefficients is calculated using an adaptive filtering algorithm. Both equation-error and output-error formulations for IIR adaptive filtering are tested and compared. It is shown that our model can represent an NMR system with a set of relatively few coefficients.

1 Introduction

La technique de la résonance magnétique nucléaire (RMN) consiste à appliquer un signal radiofréquence à l'entrée d'une "boîte noire" contenant un échantillon placé dans un champs magnétique statique. L'objectif est bien sûr d'étudier certaines propriétés de l'échantillon. L'échantillon émet alors un signal de résonance (réponse du système RMN) à la même fréquence. Le signal d'entrée est appliqué pendant une durée limitée. On parle donc d'impulsion d'excitation. La réponse du système n'est généralement observable qu'à partir de l'instant où l'excitation devient nulle. Cette réponse est souvent détectée en quadrature et on observe un signal démodulé. Un exemple des signaux d'excitation et de résonance est donné sur la figure 1.

Les équations régissant le phénomène de la résonance (équations de Bloch) montrent que la réponse d'un système RMN à une excitation est fondamentalement non linéaire. L'application des théories de la réponse linéaire, bien que simple et élégante, nécessite quelques précautions [1]. Dans la perspective d'optimiser le traitement et l'analyse ultérieure du signal, nous envisageons d'identifier, de manière simple, la relation non linéaire qui existe entre l'entrée du système et la sortie observable de celui-ci. Nous avons proposé dans une publication précédente [2] une approche pour l'identification des systèmes RMN. Cette approche est basée sur la description de

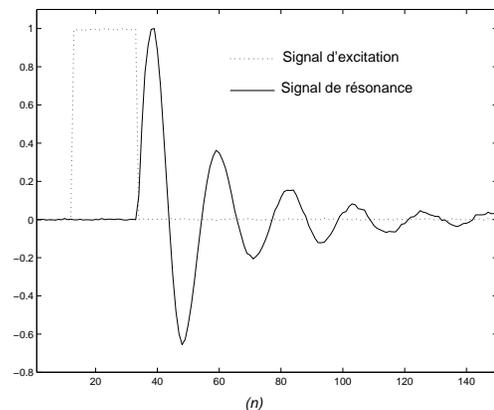


FIG. 1: Exemple des signaux démodulés en RMN. L'excitation (ligne pointillée) est une impulsion rectangulaire. La réponse (ligne continue) n'est observable qu'après la fin de l'excitation.

la relation entrée-sortie du système par une série de Volterra discrète. Cependant, le problème majeur, qui reste toujours associé à cette représentation, est qu'un grand nombre de coefficients est nécessaire pour décrire la non linéarité. Le présent article propose une autre alternative pour modéliser un système RMN. Ainsi, un modèle baptisé filtre RII (Réponse Impulsionnelle Infinie) non linéaire est introduit et validé sur des signaux réels RMN.

2 Modèle du filtre RII non linéaire et identification par filtrage adaptatif

2.1 Modèle du filtre RII non linéaire et schéma d'identification

Le plus simple des filtres RII non linéaires est celui dont la sortie est liée à l'entrée par l'équation (1):

$$d(n) = \sum_{i=1}^{K-1} c(i)d(n-i) + \sum_{i=0}^{L_1-1} \sum_{j=1}^{K_1-1} b(i,j)d(n-j)x(n-i) + \sum_{i=0}^{L-1} a(i)x(n-i) \quad (1)$$

où $x(n)$ et $d(n)$ sont, respectivement, l'entrée et la sortie du système à l'instant (n) . K , L , K_1 et L_1 sont des nombres entiers. Les $a(i)$ et les $c(i)$ sont les coefficients linéaires du filtre et les $b(i,j)$ sont les coefficients non linéaires. Malgré sa simplicité, ce modèle permet d'approximer une large classe de systèmes non linéaires. De plus, la plupart des idées développées ici peuvent être facilement étendues sur des modèles récurrents non linéaires plus généraux. La modélisation d'un système RMN par un tel filtre se résume alors à une estimation des coefficients du modèle. Dans ce but, nous présentons une méthode d'identification basée sur un filtrage adaptatif. Le schéma général d'identification est illustré par la figure 2. Le signal d'entrée $x(n)$ est appliqué au système RMN et on obtient à la sortie un signal $d'(n)$ appelé *signal de référence*. Un bruit de mesure s'ajoute, bien évidemment, au signal de référence pour donner le signal $d(n)$ qui est réellement utilisé dans le schéma d'identification. Dans la suite, on considère que ce bruit reste faible. Le filtre adaptatif non linéaire va donc essayer de calculer une estimation, $\hat{d}(n)$, du signal de référence. Cette estimation est donnée à chaque instant (n) par:

$$\hat{d}(n) = \sum_{i=1}^{K-1} \hat{c}(i:n)y(n-i) + \sum_{i=0}^{L_1-1} \sum_{j=1}^{K_1-1} \hat{b}(i,j:n)y(n-j)x(n-i) + \sum_{i=0}^{L-1} \hat{a}(i:n)x(n-i) \quad (2)$$

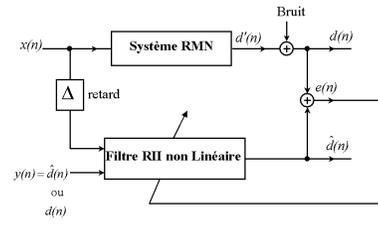


FIG. 2: Schéma général d'identification par filtrage adaptatif RII non linéaire.

$\hat{c}(i:n)$, $\hat{a}(i:n)$, et $\hat{b}(i,j:n)$ sont les coefficients du filtre adaptatif à l'instant (n) . Dans l'équation (2), le signal $y(n)$ peut être pris égal à $d(n)$ ou à $\hat{d}(n)$. Dans l'approche "d'erreur d'équation" du filtrage RII adaptatif, on utilise $y(n) = d(n)$. Par contre, l'approche "d'erreur de sortie" consiste à se servir des échantillons de $y(n) = \hat{d}(n)$ précédemment estimés pour obtenir $\hat{d}(n)$. Les coefficients sont mis à jour, par un algorithme d'adaptation, à chaque instant (n) pour minimiser une certaine fonction du signal d'erreur $e(n)$ entre $d(n)$ et $\hat{d}(n)$. Dans notre cas, nous avons utilisé l'algorithme de gradient (LMS) que nous avons adapté pour les signaux RMN. Notons aussi qu'en résonance magnétique, l'entrée et la sortie "observable" du système ne sont jamais simultanées et le produit entrée par sortie est toujours nul (on ne peut pas observer la sortie pendant l'excitation). Notre modèle doit alors prendre en compte cette réalité d'observation. Cela peut se faire en introduisant, dans le schéma d'identification (figure 2), un certain retard Δ de quelques périodes d'échantillonnage sur le signal d'entrée $x(n)$. Finalement, on considère que le signal RMN est nul pendant l'excitation.

2.2 Algorithme d'adaptation

L'algorithme de gradient est basé sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne $E[e^2(n)] = E[(d(n) - \hat{d}(n))^2]$. Pour la simplicité et la rapidité du calcul, l'expression de $\hat{d}(n)$ peut être présentée sous une forme différente en employant des notations matricielles¹ :

$$\hat{d}(n) = \hat{A}^t(n)X_L(n) + \text{trace}[\hat{B}(n)(Y_{K_1}(n)X_{L_1}^t(n))] + \hat{C}^t(n)Y_K(n) \quad (3)$$

où $\hat{A}(n)$ et $\hat{C}(n)$, sont les deux vecteurs des coefficients linéaires et $\hat{B}(n)$ est la matrice des coefficients non linéaire à l'instant (n) :

$$\hat{A}(n) = [\hat{a}(0:n), \hat{a}(1:n), \dots, \hat{a}(L-1:n)]^t \quad (4)$$

$$\hat{C}(n) = [\hat{c}(1:n), \hat{c}(1:n), \dots, \hat{c}(K-1:n)]^t \quad (5)$$

¹ t désigne la transposée d'une matrice et trace est la somme des éléments de la diagonale d'une matrice carrée

$$\hat{B}(n) = \begin{bmatrix} b(0,1) & \cdot & \cdot & b(0, K_1 - 1) \\ b(1,1) & \cdot & \cdot & b(1, K_1 - 1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b(L_1 - 1, 1) & \cdot & \cdot & b(L_1 - 1, K_1 - 1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$X_L(n)$, $X_{L_1}(n)$, $Y_K(n)$ et $Y_{K_1}(n)$ sont les vecteurs d'entrée du filtre adaptatif à l'instant n ; ils sont définis par:

$$X_L(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1)]^t \quad (7)$$

$$X_{L_1}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L_1+1)]^t \quad (8)$$

$$Y_K(n) = [y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-K+1)]^t \quad (9)$$

$$Y_{K_1}(n) = [y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-K_1+1)]^t \quad (10)$$

Les équations de mise à jour des coefficients s'écrivent:

$$e(n+1) = d(n+1) - \hat{d}(n+1) \quad (11)$$

$$\hat{A}(n+1) = \hat{A}(n) + \delta_a(n)X_L(n+1)e(n+1) \quad (12)$$

$$\hat{C}(n+1) = \hat{C}(n) + \delta_c Y_K(n+1)e(n+1) \quad (13)$$

$$\hat{B}(n+1) = \hat{B}(n) + \delta_b(n)X_{L_1}(n+1)Y_{K_1}^t(n+1)e(n+1) \quad (14)$$

$\delta_a(n)$, $\delta_b(n)$, et $\delta_c(n)$ sont les gains d'adaptation qui contrôlent la stabilité de l'algorithme et sa rapidité de convergence et ils sont donnés par:

$$\delta_a(n) = \frac{\beta_a}{(L-1)\sigma_x^2(n) + (K-1)\sigma_y^2(n)} \quad (15)$$

$$\delta_c(n) = \frac{\beta_c}{(L-1)\sigma_x^2(n) + (K-1)\sigma_y^2(n)} \quad (16)$$

$$\delta_b(n) = \frac{\beta_b}{(K_1-1)(L_1-1)(\sigma_{xy}^2(n))^2} \quad (17)$$

où β_a , β_c , β_b , sont des petits facteurs positifs. $\sigma_x^2(n)$, et $\sigma_y^2(n)$ sont des estimations des puissances des signaux x , y , respectivement, et $\sigma_{xy}^2(n)$ est une estimation de la puissance moyenne. Les estimations les plus directes de ces paramètres sont données par:

$$\sigma_x^2(n) = P_{x0} + \frac{1}{N_x} \sum_{i=0}^{N_x-1} x^2(n-i) \quad (18)$$

$$\sigma_y^2(n) = P_{y0} + \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y-1} y^2(n-i) \quad (19)$$

$$\sigma_{xy}^2(n) = P_{xy} + \frac{1}{N_{xy}} \sum_{i=0}^{N_{xy}} x(n-i)y(n-1-i) \quad (20)$$

où P_{x0} , P_{y0} et P_{xy} sont des constantes positives qui ont pour but d'éviter une division par zéro. Les paramètres N_x , N_y , et N_{xy} sont les fenêtres temporelles sur lesquelles on calcule les estimations des paramètres. Cette forme variable en fonction de (n) des gains d'adaptation a pour but d'éviter les instabilités de l'algorithme compte tenu de la nature non stationnaire des signaux d'entrée et de sortie du filtre.

3 Résultats et Discussion

Considérons, par exemple, les signaux d'entrée-sortie présentés sur la figure 1. Le signal d'excitation est envoyé périodiquement avec un temps de répétition approprié qui doit permettre au système de trouver son état d'équilibre (c'est-à-dire l'excitation est appliquée une fois que le signal de résonance a disparu). On peut alors disposer de plusieurs impulsions d'excitation et de leurs signaux de résonance correspondant. L'algorithme d'adaptation utilise en effet plusieurs impulsions répétées pour avoir une meilleure précision sur l'estimation des coefficients.

Les deux formalismes du filtrage adaptatif RII sont testés. Ces formalismes donnent dans notre cas une estimation des coefficients du modèle. Dans le cas où le formalisme "d'erreur d'équation" est employé, tous les coefficients du modèle sont initialisés à zéro. Le nombre d'impulsions utilisé dépend de la précision souhaitée. Fixons par exemple les valeurs des entiers L , K , L_1 et K_1 à $L = 12$, $K = 22$, $L_1 = 8$ et $K_1 = 2$. On obtient avec le formalisme "d'erreur d'équation" une estimation des coefficients avec les paramètres suivants de l'algorithme: $\beta_a = 0.68$, $\beta_b = 0.01$, $\beta_c = 0.265$, $N_x = 5$, $N_y = 10$, $N_{xy} = 5$, $P_{x0} = 0.03$, $P_{y0} = 0.058$, $P_{xy0} = 0.085$, et $\Delta = 3$. Le nombre d'impulsions utilisé est de 18. chacun des signaux RMN correspondant à une impulsion est constitué d'environ 110 échantillons. La fréquence d'échantillonnage étant de 10kHz dans la bande de base. Pour donner une idée de l'influence du nombre de répétitions des impulsions, nous montrons sur la figure 3 l'erreur quadratique moyenne (EQM) calculée après chaque impulsion. On observe que cette erreur reste pratiquement constante après la 20^{ème} impulsion.

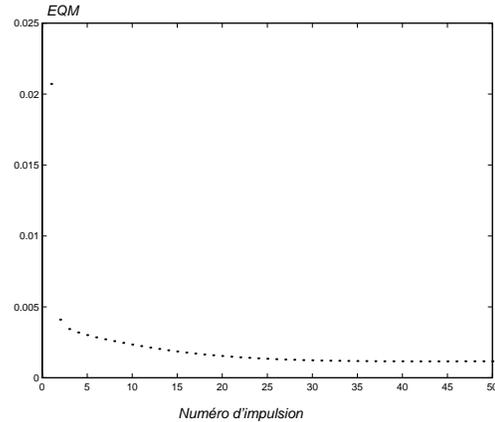


FIG. 3: L'erreur quadratique moyenne (EQM), entre le signal de référence et le signal à la sortie du filtre RII après chaque impulsion.

L'ensemble des coefficients est alors la meilleure estimation du système RMN au sens de l'erreur quadratique moyenne et le système RMN est donc équivalent à un filtre non linéaire à réponse impulsionnelle infinie. Une vérification rapide de cette conclusion peut se faire en calculant la réponse de ce filtre au même signal d'excitation de la figure 1 et en utilisant la relation récursive (équation (1)). Le résultat est présenté sur la figure 4 où on vi-

sualise aussi le signal réel de référence $d(n)$. Les valeurs initiales de la sortie du filtre sont nulles.

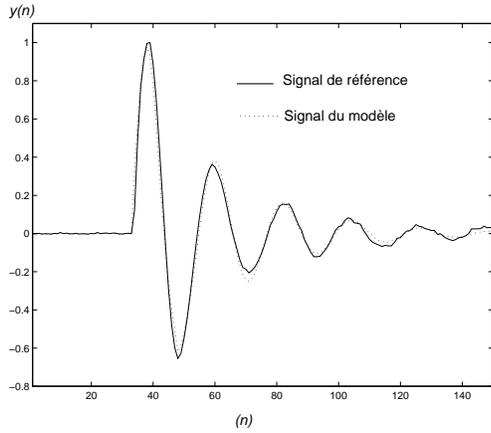


FIG. 4: Signal de référence (en continu) et le signal à la sortie du filtre RII non linéaire (ligne pointillée); résultats obtenus avec le formalisme “d’erreur d’équation”.

Le formalisme “d’erreur d’équation” présente l’avantage de l’unicité de la solution du problème, c’est-à-dire que l’algorithme converge vers le minimum global. Cependant, dans le cas où le bruit présent dans $d(n)$ est important, ce formalisme peut donner une solution biaisée. Théoriquement, il est alors préférable de s’orienter vers le formalisme “d’erreur de sortie” qui est l’approche “correcte” [3]. Dans ce cas, les paramètres de l’algorithme les plus cruciaux sont les valeurs initiales des coefficients. En effet, la fonction d’erreur à minimiser peut avoir dans ce cas des minimas locaux qui peuvent être très différents du minimum global [3] [4] [5]. Si les coefficients ne sont pas initialisés correctement, l’algorithme converge souvent vers ces minimas et la solution obtenue est loin d’être optimale. Une méthode consiste à initialiser l’algorithme “d’erreur de sortie” à partir des valeurs trouvées par l’algorithme “d’erreur d’équation”. On évite ainsi les biais sans tomber dans les pièges des minimas locaux. Dans notre cas le niveau du bruit est faible et la solution obtenue avec le formalisme “d’erreur d’équation” n’est pas loin de la solution optimale. L’algorithme “d’erreur de sortie” peut alors être initialisé à partir des valeurs des coefficients précédemment obtenues. La figure 5 illustre le résultat ainsi obtenu.

4 Conclusions et perspectives

Nous avons montré, dans cet article, la possibilité d’établir une relation non linéaire et relativement simple entre l’entrée et la sortie “observable” d’un système RMN. En effet, un filtre RII non linéaire peut modéliser avec une certaine précision le système RMN. La technique du filtrage adaptatif RII non linéaire a été valorisée comme un outil puissant pour l’identification des systèmes RMN. L’algorithme de gradient, que nous avons adapté pour le cas des signaux RMN, permet de calculer les coefficients du filtre RII. Les formalismes du filtrage RII adaptatif, “d’erreur d’équation” et “d’erreur de sortie”, on-

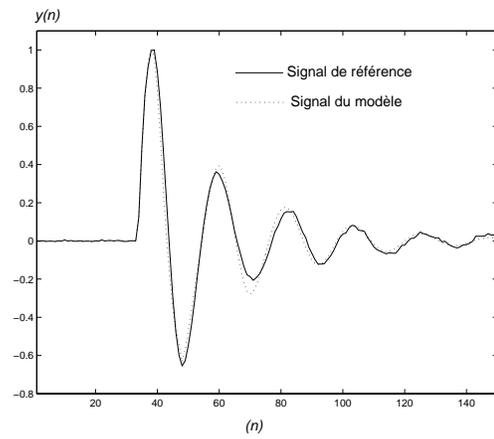


FIG. 5: Signal de référence (en continu) et le signal à la sortie du filtre RII non linéaire (ligne pointillée); résultats obtenus avec le formalisme “d’erreur de sortie”. Les valeurs initiales des coefficients sont celles obtenues par le formalisme “d’erreur d’équation”.

t été testés et comparés. Les deux formalismes permettent d’obtenir une solution du problème avec un nombre peu élevé de coefficients. Notre travail futur portera sur l’exploitation des résultats du modèle pour améliorer l’analyse ultérieure du signal RMN.

Références

- [1] R.R. ERNST, G. BODENHAUSEN, et A. WOKAUN, *Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [2] A. ASFOUR, K. RAOOF, et J. M. FOURNIER, “Nonlinear Identification of NMR Spin Systems by Adaptive Filtering”, *Journal of Magnetic Resonance*, Vol. 145, 2000, p. 37-51.
- [3] J.J. SHYNK, “Adaptive IIR Filtering”, *IEEE ASSP Magazine*, April 1989, p. 4-21.
- [4] F. MICHAUT, *Méthodes Adaptatives pour le Signal: outils mathématiques et mise en oeuvre des algorithmes*, Paris, Hermès, 1992.
- [5] V.J. MATHEWS, “Adaptive Polynomial Filters”, *IEEE SP Magazine*, July 1991, p. 10-26.
- [6] A. ASFOUR, K. RAOOF, et J. M. FOURNIER, “Identification of NMR Spin Systems by Adaptive Volterra Series”, *IEEE World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering*, Chicago, USA, 2000, No.4045-38631.
- [7] M. BELLANGER, *Analyse des Signaux et Filtrage Numérique Adaptatif*, Paris, Masson, 1989.
- [8] K. RAOOF, et E. PIATSZEK, “A Novel Real Time Adaptive Filtering System for Biomedical Signal Processing”, *International conference on signal processing et technology*, Dallas USA, Octobre 1994.