

# Séparation auto-adaptative de sources de kurtosis de signes différents

Alexandre ROUXEL<sup>1</sup>, Line GARNERO<sup>2</sup>, Odile MACCHI<sup>3</sup>, Daniel LE GUENNEC<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Supélec - équipe Traitement du Signal et Neuromimétisme  
Avenue de la Boulaie BP 28, 3511 Cesson-Sévigné, France

<sup>2</sup> Unité de Neurosciences Cognitives et Imagerie Cérébrale, UPR 640-CNRS LENA  
47 Bd de l'Hôpital, 75651 Paris Cedex 13, France

<sup>3</sup> Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS - Supélec  
Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette, France

<sup>1</sup>{Alexandre.Rouxel, Daniel.LeGuenneC}@supelec.fr

**Résumé** – Dans cet article on analyse la stabilité locale d'un algorithme auto-adaptatif capable de séparer des sources statistiquement indépendantes dont les kurtosis sont de signes différents, l'un d'entre eux pouvant être très positif. Cet algorithme s'interprète comme l'optimisation par un gradient relatif modifié d'un critère de séparation. Par rapport aux kurtosis des sources, on montre qu'il admet un domaine de stabilité complémentaire de ceux, plus classiques, découlant de l'optimisation du même critère par un gradient relatif. Après avoir illustré ses performances sur des signaux synthétiques, on l'utilise pour séparer une source épileptique des autres contributions cérébrales sur des signaux réels d'EEG.

**Abstract** – In this paper we analyse the local stability of a self adaptive algorithm which can separate statistically independent sources with different kurtosis signs, one of them can even assume a very positive value. This algorithm can be interpreted as a modified relative gradient optimization algorithm associated to a separation criterion. In terms of the kurtosis of the sources, we show that its stability domain is complementary of the relative gradient optimization algorithm. Its good behaviour is illustrated via simulated data and then demonstrated with real signals in an EEG analysis to separate an epileptic source from other brain signals.

## 1 Introduction

La séparation de sources autodidacte a pour but de retrouver des signaux sources statiquement indépendants à partir de la seule observation de plusieurs de leurs mélanges linéaires. Le principe fondamental de cette technique est, à partir des observations, de construire des signaux les plus indépendants possible entre eux. Nous nous intéressons à ces techniques dans le but de les appliquer à l'analyse de signaux d'EEG. L'électroencéphalographie permet de mesurer des différences de potentiel grâce à des électrodes positionnées sur le scalp. A un instant donné, sur chaque capteur, le potentiel mesuré s'écrit comme une combinaison linéaire des potentiels générés par des dipôles modélisant les populations de neurones qui génèrent les signaux sources.

On se place ici sous l'hypothèse la plus simple d'un mélange linéaire instantané non bruité et d'un nombre,  $m$ , de sources égal au nombre de capteurs. A l'instant,  $n$ , le vecteur des observations  $\mathbf{X}(n) = [x_1(n), \dots, x_m(n)]^T$  s'écrit à l'aide du vecteur des sources (supposées centrées)  $\mathbf{S}(n) = [s_1(n), \dots, s_m(n)]^T$  et de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  supposée inversible :

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{A}\mathbf{S}(n) \quad (1)$$

L'opération de séparation consiste à calculer le vecteur à  $m$  composantes

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{H}^T \mathbf{X}(n) \quad (2)$$

où chaque colonne de la matrice  $\mathbf{H}$  correspond aux poids d'un neurone linéaire qui doit extraire une source. Donc, la séparation est effectuée lorsque l'on retrouve les sources à une permutation près des indices et à  $m$  gains non nuls près, c'est-à-dire, en appelant  $\mathbf{P}$  une matrice de permutation et  $\mathbf{\Lambda}$  une matrice diagonale inversible donnant les  $m$  gains, lorsque :

$$\mathbf{H}^T \mathbf{A} = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda} \quad (3)$$

En l'absence de bruit additif, les algorithmes équivariants [3] ont la propriété de séparer les sources avec des performances indépendantes de la matrice de mélange.

Dans cet article, nous étudions la stabilité d'un algorithme équivariant proposé par Malouche et Macchi dans [4] [5] qui s'interprète comme l'optimisation d'un critère de séparation par un algorithme de gradient relatif modifié. Nous montrons que son domaine de stabilité par rapport au kurtosis des sources est le complémentaire d'algorithmes plus classiques comme le gradient relatif, dont la stabilité est présentée dans [2]. Ainsi cet algorithme modifié est capable de séparer des mélanges comportant des sources dont les kurtosis sont positifs (l'un d'entre eux pouvant être arbitrairement grand) et une source de kurtosis négatif. Après avoir vérifié ses propriétés sur des signaux syn-



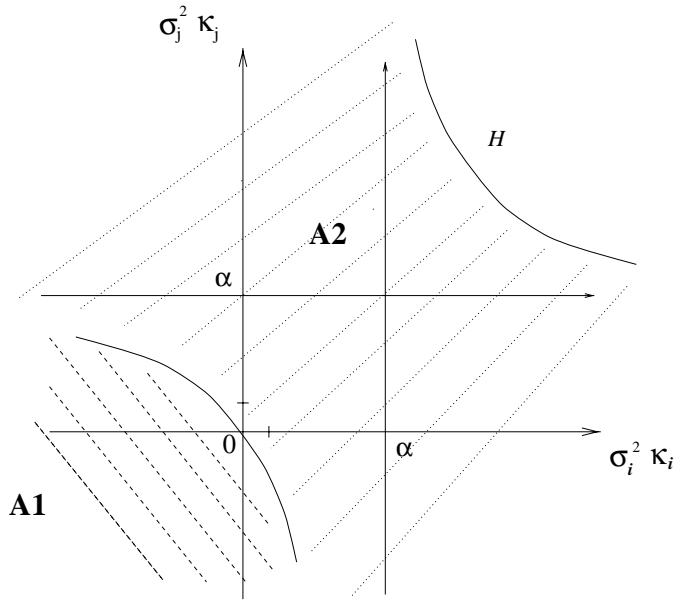


FIG. 1 – Stabilité de  $A1$  et  $A2$  dans le plan  $(\sigma_i^2 \kappa_i, \sigma_j^2 \kappa_j)$ . La frontière entre les domaines de stabilité est une hyperbole  $\mathcal{H}$  de centre  $(\alpha, \alpha)$  passant par l'origine  $O$

On obtient ainsi des conditions de stabilité de  $A2$  complémentaires de celles de  $A1$  :

$$(\alpha - \sigma_i^2 \kappa_i)(\alpha - \sigma_j^2 \kappa_j) < \alpha^2 \quad , 1 \leq i, j \leq m \quad (16)$$

Sur la figure 1, ces conditions correspondent au domaine compris entre les deux branches de l'hyperbole  $\mathcal{H}$ . Ainsi, dans le cas où  $m = 2$ ,  $A2$  est capable de séparer une source de kurtosis très positif supérieur à  $\alpha$  et une source de kurtosis négatif. Lorsque  $m > 2$ ,  $A2$  sépare deux types de mélange ;

- le premier formé de sources de kurtosis positifs inférieurs à  $\alpha$  et d'une source de kurtosis positif quelconque,
- le second, formé d'une source de kurtosis négatif, de sources de kurtosis positifs proches de  $\alpha$  et éventuellement d'une source de kurtosis très positif.

Par conséquent,  $\alpha$  doit être fixé en fonction de la connaissance a priori dont on dispose sur les kurtosis des sources. Lorsque toutes les sources sont de kurtosis positifs,  $\alpha$  est fixé à la deuxième plus grande valeur de leur kurtosis. Lorsque le mélange contient une source de kurtosis négatif, des sources de kurtosis positifs proches d'une valeur  $\kappa_{moy}$  et une source de kurtosis très positif,  $\alpha$  est fixé à  $\kappa_{moy}$ .

## 5 Résultats

### 5.1 Mélange synthétique

Dans un premier temps, on vérifie la capacité de  $A2$  à séparer trois sources dont deux sont de kurtosis positifs et une de kurtosis négatif. On simule des sources dont le mélange est proche de signaux EEG traités dans le paragraphe suivant. On considère trois sources centrées

$(s_1, s_2, s_3)$ ,  $s_1$  est une source impulsionnelle représentant la source épileptique de paramètres  $(\sigma_1^2 = 0.72, \kappa_1 = 15.84)$ ,  $s_2$  est un bruit blanc uniforme de paramètres  $(\sigma_2^2 = 1, \kappa_2 = -1.18)$  et  $s_3$  est une source ternaire de paramètres  $(\sigma_3^2 = 1, \kappa_3 = 6.84)$ . La matrice de mélange  $A$  est mal conditionnée, ce qui implique que toutes les observations se ressemblent, comme c'est le cas sur les signaux EEG considérés après. Pour séparer ces sources on utilise  $A2$  avec les paramètres  $(\alpha = 8, \sigma^2 = 1, \mu = 0.0005)$ . Le choix de  $\alpha$  autour de la valeur médiane du kurtosis des sources permet de séparer à la fois la source impulsionnelle de kurtosis très positif et le bruit blanc de kurtosis négatif.  $\sigma^2$  influençant seulement la puissance de restitution des sources, on le fixe à 1,  $H^T$  est initialisée à l'identité. La figure 2 montre la convergence des sorties de  $A2$  vers les sources, à une permutation et trois à gains près, après 1600 itérations.

### 5.2 Signaux d'EEG

Dans un second temps, nous faisons une expérience sur des signaux biologiques réels. On dispose d'enregistrements EEG d'un patient atteint d'épilepsie. L'objectif de la séparation est d'isoler la source épileptique des autres contributions cérébrales, afin de pouvoir ultérieurement localiser plus finement le foyer épileptogène. Le modèle de mélange instantané (1) s'applique aux signaux d'EEG car les temps de propagation des ondes électromagnétiques, émises à différents endroits du cerveau pour atteindre les capteurs sont négligeables. La source épileptique est de nature impulsionnelle : son kurtosis est très positif, il peut prendre des valeurs de l'ordre de 20 à 40. Il est difficile de faire des hypothèses sur les densités de probabilité des autres sources cérébrales. On observe principalement des sources de kurtosis positif de l'ordre de  $\kappa_{moy} = 5$  mais il se peut aussi que des ondes alpha quasi-sinusoïdales de kurtosis négatif soient présentes dans le mélange, ainsi que du bruit de fond.

On utilise l'algorithme  $A2$  pour effectuer la séparation. On choisit  $\alpha$  autour de  $\kappa_{moy}$  afin d'autoriser la source épileptique à avoir un kurtosis très grand tout en autorisant la présence d'une source de kurtosis négatif. Avant d'effectuer la séparation, on sélectionne manuellement trois capteurs proches du foyer épileptogène afin que la source épileptique soit effectivement présente dans le mélange. Après estimation de la densité spectrale des observations, on effectue un filtrage dans la bande  $[0; 25Hz]$  qui contient tout le spectre. On sous échantillonne alors de  $200Hz$  à  $50Hz$  afin d'alléger les calculs. La figure 3 montre les résultats fournis par  $A2$  avec les paramètres  $(\alpha = 5, \sigma^2 = 1, \mu = 0.0001)$ . D'après l'avis d'experts du service d'épilepsie de l'hôpital de la Salpêtrière, l'algorithme dégage bien sur la sortie du haut les événements liés à l'épilepsie avec leur forme caractéristique spécialement sur les pics en 5080, 5500, 5720, tout en éliminant l'artéfact lent en 4550. Sur la sortie du milieu, l'algorithme retrouve l'activité cérébrale de fond ainsi que l'artéfact lent. La sortie du bas est plus difficile à interpréter. Ces premiers résultats sont encourageants et nous travaillons actuellement à adapter l'algorithme aux cas où le nombre de sources est inconnu.

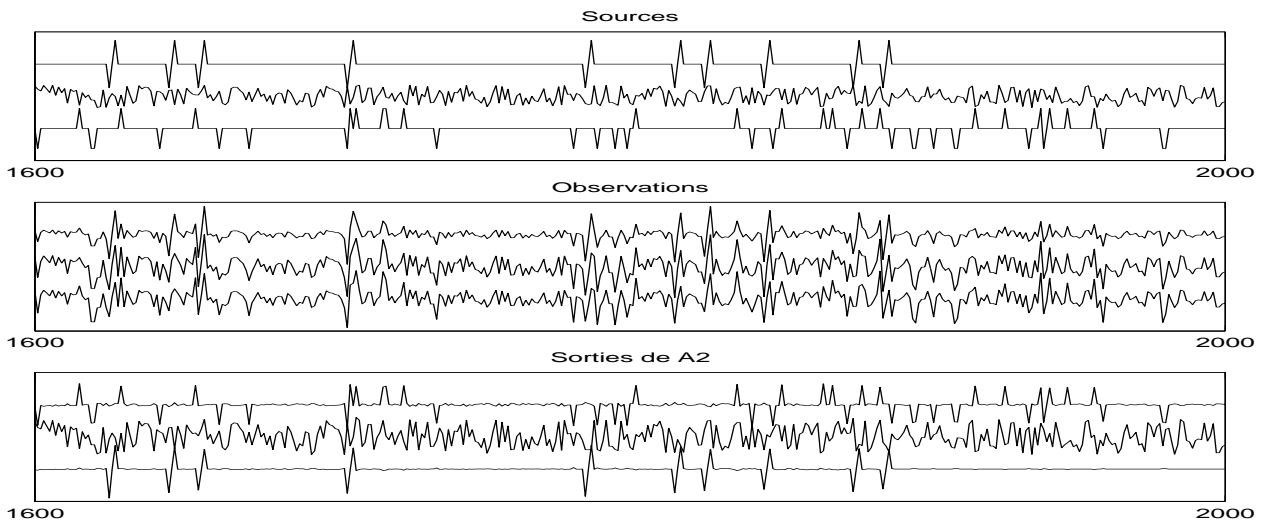


FIG. 2 – Résultats de  $A_2$  sur des signaux synthétiques

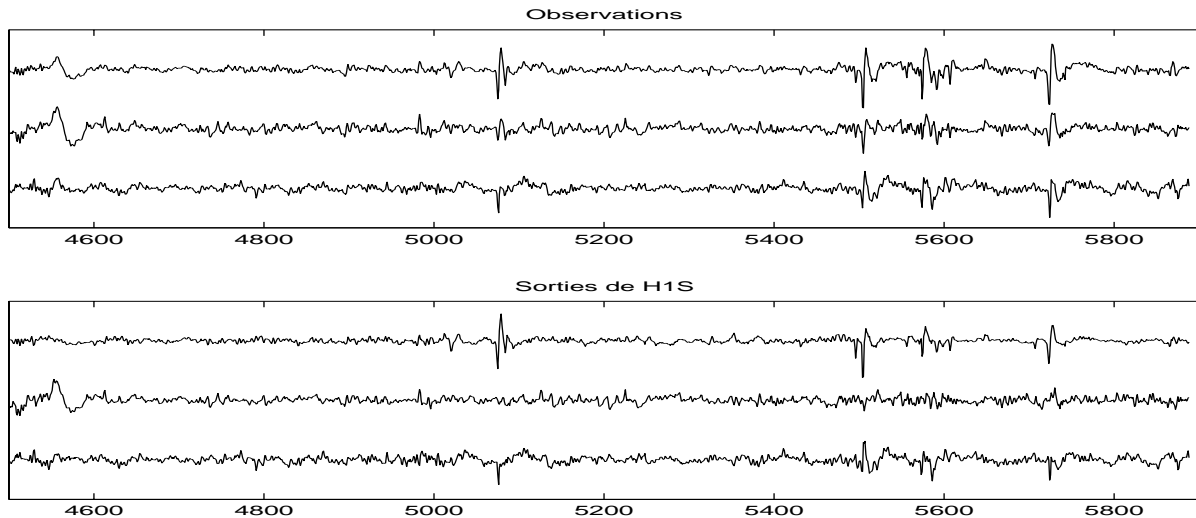


FIG. 3 – Résultats de  $A_2$  sur des signaux d'EEG : la source épileptique impulsionnelle, première sortie de  $A_2$  en haut, est isolée de l'activité non pathologique sur la deuxième sortie.

## 6 Conclusion

Dans cet article nous avons analysé la stabilité d'un algorithme de séparation auto-adaptatif équivariant. Nous montrons qu'il admet un domaine de stabilité complémentaire en terme de kurtosis des sources des algorithmes plus classiques de gradient relatif. Ainsi il est capable de séparer des mélanges comportant des sources dont les kurtosis sont positifs, l'un d'entre eux pouvant être arbitrairement grand, ainsi qu'une source de kurtosis négatif. Nous appliquons ensuite cet algorithme en EEG pour séparer une source épileptique de sources non pathologiques.

## 7 Remerciements

Nous remercions le Docteur Claude Adam et le Professeur Michel Baulac de l'hôpital de la Salpêtrière pour nous avoir fourni l'enregistrement EEG.

## Références

- [1] S. Amari, A. Cichocki, and H. Yang. Recurrent neural networks for blind separation of sources. *Proc. Nolta*, pages 37–42, December 95.
- [2] J.-F. Cardoso. On the stability of source separation algorithms. *Proc. NNSP Cambridge, UK*, 1998.
- [3] J.-F. Cardoso and B. Laheld. Equivariant adaptive source separation. *IEEE Trans. on S.P.*, 44:3017–3030, December 1996.
- [4] Z. Malouche. Réseaux adaptatifs d'extraction et de séparation de sources indépendantes. *Thèse de l'université Paris XI Orsay*, 1997.
- [5] Z. Malouche and O. Macchi. Adaptive separation of an unknown number of unknown sources. *IEEE workshop on Higher-Order Statistics Banff*, pages 295–299, July 1997.