Identification paramétrique et égalisation autodidacte d'un canal spéculaire

Lisa PERROS-MEILHAC^{1,2}, Eric MOULINES¹, Pascal CHEVALIER², Pierre DUHAMEL¹

¹ENST dpt. TSI /CNRS-URA 820 46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13, France

²Thomson-CSF Communications 66 rue du fossé blanc, 92231 Gennevilliers, France meilhac,moulines,duhamel@tsi.fr, Pascal.Chevalier@tcc.thomson-csf.com

 \mathbf{R} ésumé – Dans cet article, nous proposons une nouvelle méthode d'identification autodidacte d'un canal vectoriel utilisant les statistiques du second ordre. Cette méthode est basée sur une modélisation paramétrique à trajets discrets (retards, atténuation) du canal de propagation et suppose la connaissance a priori des filtres d'émission et de réception. Nous montrons ici qu'elle permet de résoudre les problèmes d'identifiabilité inhérents aux méthodes second-ordre.

 $\mathbf{Abstract}$ – In this paper, we propose a new blind SIMO identification method using second order statistics. This method is based on a specular model of the channel response and assume the a priori knowledge of pulse shape filters. We show that this modelization allows to resolve inderteminations coming from channel order overestimation.

1 Introduction

L'identification autodidacte mono-entrée multi-sorties utilisant les statistiques du second ordre a été l'objet de nombreux travaux ces dernières années (voir [7] et les références qui y sont proposées). On s'intéresse ici à une classe particulière de techniques d'estimation autodidacte appelée méthodes à sous-espaces. Ces méthodes sont particulièrement appropriées lorsque l'on a peu de données et de forts rapports signal sur bruit. Mais ces techniques sous-espaces sont très sensibles aux erreurs de modèle. En effet elles utilisent une modélisation à RIF de la transmission et nécessitent de ce fait la connaissance a priori de l'ordre du modèle. Une sur-détermination de l'ordre du modèle conduit à une estimée inconsistante [1]. Or, en pratique, l'ordre du modèle est rarement connu, très difficilement estimable et c'est même souvent une notion mal définie [4]. Par contre, une borne supérieure de l'ordre du modèle est facilement définissable.

Afin de résoudre les problèmes d'identifiabilité des méthodes à sous-espaces liés à une éventuelle surestimation de l'ordre du modèle, nous proposons d'utiliser une modélisation paramétrique atténuations-retards à trajets discrets du canal de propagation. Le modèle paramétrique multi-trajets de la réponse impulsionnelle ne dépend lui pas directement de l'ordre du canal et nous montrons que cette modélisation permet d'obtenir un algorithme au second ordre intrinsèquement robuste à la surestimation.

Une telle approche paramétrique de la méthode à sousespace fut déjà envisagée dans [3], [8]. Dans ce papier en plus d'un théorème d'identifiabilité, nous proposons un nouvel algorithme plus simple dans sa mise en oeuvre.

Le plan de l'article est le suivant : dans la partie 2, nous présentons le modèle paramétrique multicapteurs et introduisons quelques notations. Dans la partie 3 nous rappelons les principes des méthodes à sous-espace classique et paramétrique et proposons un nouveau critère d'estimation. Dans la partie 4 on montre que la méthode à sous-espace paramétrique permet d'obtenir une estimation consistante du canal même lorsque l'on a surestimé l'ordre de celui-ci. Dans la partie 5 l'algorithme proposé est comparé, en terme de taux d'erreur après démodulation aux méthodes à sous-espaces classiques [1] et structurées [2].

2 Le modèle des données

On considère la transmission radio d'un train de symboles $\{s_l\}$ émis par une source numérique de période T. Le signal est reçu sur un réseau de q antennes. On note $\mathbf{h}(t)$ $(q \times 1)$ la réponse impulsionnelle multicapteurs. La représentation en bande de base du signal reçu est alors

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(t - lT)s_l + \mathbf{n}(t)$$
(1)

où $\mathbf{n}(t)$ est un bruit multicapteurs supposé blanc temporellement et spatialement. On suppose que la propagation se fait selon d^* trajets discrets et qu'elle est à bande étroite pour le réseau de capteurs, la réponse du canal vérifie alors

$$\mathbf{h}(t) = \sum_{k=1}^{d^*} \mathbf{a}_k^* g(t - \tau_k^*)$$
(2)

où \mathbf{a}_k^* de dimension $q \times 1$ traduit les effets de la réponse de l'antenne et de l'atténuation complexe du kième trajet et τ_k^* est le retard associé au kième trajet. On peut poser sans perte de généralité que $\tau_1^* < \ldots < \tau_d^*$. g(t) est la fonction de mise en forme (émission/réception) supposée connue et de longueur finie; on pose g(t) = 0 pour $t \notin [0, L_q T]$.

Le signal reçu est échantillonné au rythme $\frac{T}{p}$ $(p \in \mathbb{N}^*)$ avec $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_1^T \dots \mathbf{a}_d^T]_{q,\hat{d} \times 1}^T$ et $\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau}) = (\mathcal{G}_{p(\hat{L}+1) \times \hat{d}} \otimes \mathbf{I}_q),$ et la réponse discrète correspondante est :

$$\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{k=1}^{d^*} \mathbf{a}_k^* g_{\frac{T}{p}}(\tau_k^*; z)$$
(3)

avec $g_{\frac{T}{p}}(\tau; z) \triangleq \sum_{n} g(n\frac{T}{p} - \tau) z^{-n}$. En combinant diversités spatiale et temporelle, on forme un canal multi-sorties de dimension p.q : $\underline{\mathbf{h}}(k) = [\mathbf{h}^{(0)}(k)^T \dots \mathbf{h}^{(p-1)}(k)^T]^T$ où $\mathbf{h}_{T}^{(i)}(k) = \mathbf{h}(i\frac{T}{p} + kT)$. Ce canal est à réponse impulsionnelle finie d'ordre $L = L_g + \lceil (\tau_d^* - \tau_1^*)/T \rceil$. On peut alors définir la réponse en z vectorielle de dimension pq $\underline{\mathbf{h}}(z) = \sum_{k=0}^{L} \underline{\mathbf{h}}(k) z^{-k}$ et $\mathbf{\vec{h}} = [\underline{\mathbf{h}}(0)^T \dots \underline{\mathbf{h}}(L)^T]_{p.q.(L+1)}^T$ le vecteur contenant l'ensemble des coefficients de $\underline{\mathbf{h}}(z)$.

Algorithmes 3

La méthode à sous-espace 3.1

On rappelle que le critère d'estimation quadratique minimisé par la méthode à sous-espace [1] est

$$J_L(\vec{\mathbf{h}}) = \vec{\mathbf{h}}^H \mathbf{Q}_L(\mathbf{R}) \vec{\mathbf{h}}$$
(4)

avec $||\mathbf{\vec{h}}|| \neq 0$ où $\mathbf{Q}_L(\mathbf{R})$ est entièrement défini par l'espace nul de la matrice de covariance des observations spatiotemporelles \mathbf{R} et de l'ordre du modèle L.

Soit $\mathbf{f}(z) \neq 0$ un polynôme vectoriel de dimension p.q et de degré $\hat{L} \geq L$ potentiellement solution, il a été montré dans [1] que sous une contrainte telle que $||\mathbf{f}|| \neq 0$, alors

$$J_{\hat{L}}(\vec{\mathbf{f}}) = \vec{\mathbf{f}}^H \mathbf{Q}_{\hat{L}}(\mathbf{R}) \vec{\mathbf{f}} = 0 \Leftrightarrow \underline{\mathbf{f}}(z) = r(z) \underline{\mathbf{h}}(z)$$
(5)

où r(z) est un polynôme scalaire quelconque de degré \hat{L} – L. Ainsi, lorsque l'ordre du modèle est connu $\hat{L} = L$ la méthode à sous-espace donne à un facteur multiplicatif près une estimée consistante de la réponse du canal. Par contre, lorsque l'ordre est surestimé $\hat{L} > L$ alors le canal n'est identifié qu'à un polynôme quelconque près, ce qui rend le résultat inutilisable en pratique.

Par ailleurs, il est intéressant pour la suite de remarquer que comme $\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{i=0}^{p-1} \mathbf{h}_{T}^{(i)}(z^{p}) z^{-i}$ on a

$$\underline{\mathbf{f}}(z) = r(z)\underline{\mathbf{h}}(z) \Leftrightarrow \mathbf{f}_{\frac{T}{p}}(z) = r(z^p)\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z) \tag{6}$$

3.2La version paramétrique de la méthode à sous-espace

Dans cette partie on suppose que $\underline{\mathbf{h}}(z)$ vérifie le modèle spéculaire donné par l'équation (3), et au lieu d'estimer les coefficients de $\underline{\mathbf{h}}(z)$, on va chercher à estimer les paramètres inconnus caractérisant le canal *i.e.* $\{\tau_k^*\}_{1 \le k \le d}$ et $\{\mathbf{a}_{k}^{*}\}_{1 \leq k \leq d}$. Soit $\hat{L} \geq L$, et $\hat{d} \geq d$ l'estimation du nombre de trajets, on recherche une solution au critère 5 sous la contrainte que $\mathbf{f}_{\frac{T}{2}}(z)$ s'écrive sous la forme suivante :

$$\mathbf{f}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{k=1}^{\hat{d}} \mathbf{a}_k g_{\frac{T}{p}}(\tau_k; z) \tag{7}$$

La relation précédente est équivalente à

$$\vec{\mathbf{f}} = \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{a}$$
 (8)

$$\mathcal{G} = \left(\begin{array}{cccc} g(0 - \tau_1) & \dots & g(0 - \tau_{\hat{d}}) \\ g(\frac{T}{p} - \tau_1) & \dots & g(\frac{T}{p} - \tau_{\hat{d}}) \\ \vdots & \vdots \\ g((\hat{L} + 1)T - \frac{T}{p} - \tau_1) & \dots & g((\hat{L} + 1)T - \frac{T}{p} - \tau_{\hat{d}}) \end{array} \right)$$

 \otimes est le produit de Kronecker et \mathbf{I}_a est la matrice identité $q \times q$.

Ainsi, le critère de la méthode à sous-espace se réécrit sous la forme paramétrique suivante:

$$J_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau},\mathbf{a}) = \mathbf{a}^{H} \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^{H} \mathbf{Q}_{\hat{L}}(\mathbf{R}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau}) \mathbf{a}$$
(9)

On peut alors résoudre sous une contrainte de non-trivialité

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}, \hat{\mathbf{a}} = \arg\min_{\boldsymbol{\tau}, \mathbf{a}} J_{\hat{L}, \hat{d}}(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{a}) \tag{10}$$

On sait que $\hat{\mathbf{h}}_{\frac{T}{p}}(z) \triangleq \sum_{k=1}^{\hat{d}} \hat{\mathbf{a}}_k g_{\frac{T}{p}}(\hat{\tau}_k; z)$ vérifie $\hat{\mathbf{h}}_{\frac{T}{p}}(z) = r(z^p) \mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z)$ où r(z) est un polynôme quelconque. Nous verrons dans la partie suivante (Théorème 1) que sous certaines hypothèses malgré le fait que $\tilde{L} \geq L$, l'estimation des paramètres τ_k et \mathbf{a}_k $(1 \le k \le d)$ est consistante.

Sous la contrainte $\|\mathbf{a}\| = 1$ le minimum en \mathbf{a} à $\boldsymbol{\tau}$ fixé du critère $J_{L,d}(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{a})$ est le vecteur propre associé à la valeur propre minimale de la matrice $\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^H \mathbf{Q}_L(\mathbf{R}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})$. On peut ainsi réduire le critère en **a** et on obtient alors le critère ci-dessous ne dépendant plus que des retards

$$\tilde{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau}) = \lambda_{\min} \big(\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^H \mathbf{Q}_{\hat{L}}(\mathbf{R}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau}) \big)$$
(11)

où $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$ est la valeur propre minimale de la matrice **A**. On peut obtenir une estimée $\hat{\tau}$ de τ^* en minimisant cette fonction de d paramètres sous la contrainte $\hat{\tau}_i \neq \hat{\tau}_j$ pour tout $i \neq j$. On obtient ensuite une estimée $\hat{\mathbf{a}}$ de \mathbf{a}^* directement comme le vecteur propre associé à la valeur propre minimale de la matrice $\mathbf{G}(\hat{\boldsymbol{\tau}})^H \mathbf{Q}_{\hat{L}}(\mathbf{R}) \mathbf{G}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$.

On remarque que lorsqu'au moins deux composantes du vecteur $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ sont identiques alors la matrice $\mathbf{G}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$ chute de rang et la fonction $\hat{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ s'annule. Afin de faciliter la mise en oeuvre de la récherche du minimum global de la fonction $J_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ sous la contrainte $\hat{\tau}_i \neq \hat{\tau}_j$ pour $i \neq j$, il est apparu particulièrement adéquat de diviser le critère réduit par la valeur propre minimale de $\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^H \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})$, et donc de minimiser en τ le critère

$$\breve{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau}) = \frac{\lambda_{\min} \left(\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^{H} \mathbf{Q}_{\hat{L}}(\mathbf{R}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau}) \right)}{\lambda_{\min} \left(\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})^{H} \mathbf{G}(\boldsymbol{\tau}) \right)}$$
(12)

On peut montrer [6] que ce facteur de normalisation n'intervient pas dans les performances asymptotiques du critère $J_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ qui sont identiques à celles du critère $J_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$. Donc, en particulier le minimum global en au du critère $\check{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ est le même que celui de $\tilde{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$.

Bien que nécessitant un algorithme de recherche multidimensionel, ce qui semble inévitable à cause de la dépendance non linéaire de la fonction $\mathbf{G}(\boldsymbol{\tau})$ en $\boldsymbol{\tau}$, le critère ci-dessus est plus simple que la solution proposée dans [8] basée sur une optimisation conjointe du critère 9. De plus, le nombre de retards étant généralement peut élevé (3 ou 4 pour les communications mobiles ou les communications HF) il est possible de rechercher l'optimum global de $J_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ soit par un algorithme itératif sur le nombre de trajets soit par un algorithme de minisation globale. On a choisi ici de minimiser le critère $\check{J}_{\hat{L},\hat{d}}(\boldsymbol{\tau})$ selon un processus itératif sur le nombre trajet.

- On suppose que d = 1, $\hat{\tau}_1 = \arg \min_{\tau} \check{J}_{\hat{L},1}(\tau)$
- On suppose que d = 2, $\hat{\tau}_2 = \arg \min_{\tau} \breve{J}_{\hat{L},1}([\hat{\tau}_1 \ \tau])$
- On itère ainsi jusqu'à ce que $d = \hat{d}$.

4 Identifiabilité du modèle paramétrique lorsque l'ordre du canal est surestimé

Soit $\mathcal{D} = \{\tau_1^*, \tau_2^*, \ldots, \tau_d^*\}$ l'ensemble des vrais retards $(\tau_1^* < \tau_2^* < \ldots < \tau_d^*)$. Pour chaque τ_k^* $(1 \le k \le d)$ on définit $\mathcal{C}_k = \{\tau_i^* \in \mathcal{D}; \tau_i^* = \tau_k^* + n_{i,k}T, n_{i,k} \in \mathbb{Z}\}$ *i.e.* l'ensemble des retards $\tau_i^* \in \mathcal{D}$ tels que $\tau_i^* - \tau_k^*$ soit un multiple entier relatif de la période symbole.

Théorème 1 (Identifiabilité) Soient deux réponses multitrajets discrètes définies par $\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{k=1}^{d^*} \mathbf{a}_k^* g_{\frac{T}{p}}(\tau_k^*; z)$ et $\mathbf{f}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{k=1}^d \mathbf{a}_k g_{\frac{T}{p}}(\tau_k; z)$. Supposons que $\mathbf{f}_{\frac{T}{p}}(z) = \mathbf{r}(z^p)\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z)$ (12)

$$\mathbf{f}_{\frac{T}{p}}(z) = r(z^p)\mathbf{h}_{\frac{T}{p}}(z) \tag{13}$$

où $r(z) = \sum_{n=0}^{M} r_n z^{-n}$ est un polynôme scalaire de degré M. Supposons de plus que les hypothèses **H1-4** ci-dessous sont vérifiées,

$$\begin{split} \mathbf{H1} & q \geq \max_k \operatorname{card}(\mathcal{C}_k) \\ \mathbf{H2} & \operatorname{Rang}([\mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_d^*]_{q \times d}) = \min(q, d). \\ \mathbf{H3} & pL_g \geq \hat{d} + d - \min(q, d) + 1 \\ & + \max(0, d - \min(q, d) - p + 1)M \\ \mathbf{H4} & d \leq d < 2d - d_0 \leq 2d \\ & o\hat{u} \, d_0 = \max_{n \in \mathbb{Z}^*} \operatorname{card}\{(\tau_i^*, \tau_j^*) \in \mathcal{D}^2; \tau_i^* = \tau_j^* + nT\}. \end{split}$$

alors

$$r(z) = r_m z^{-m} \quad m \in \{0, \dots, M\}$$

$$\tau_k = \tau_k^* + mT \text{ et } \mathbf{a}_k = r_m \mathbf{a}_k^* \text{ pour } 1 \le k \le d$$

$$\mathbf{a}_k = 0 \text{ pour } d < k \le \hat{d}$$

La preuve est donnée dans [6]. Ce théorème montre que sous les hypothèses **H1-4** en forçant l'estimée donnée par la méthode à sous-espace à avoir une structure spéculaire, on impose à l'indétermination polynômiale due à la surestimation de l'ordre à être de la forme $r_m z^{-m}$. Donc, à une constante multiplicative et un décalage temporel près l'estimée $\hat{\mathbf{h}}_{\frac{T}{p}}(z) = \sum_{k=1}^{\hat{d}} \hat{\mathbf{a}}_k g_{\frac{T}{p}}(\hat{\tau}_k; z)$ est consistante.

Commentaires

Le polynôme r(z) introduit au niveau des retards des ambiguïtés multiples de la période symbole T. L'hypothèse **H1** indique que lorsque deux retards sont exactement décalés d'un multiple de T il est nécessaire d'avoir plusieurs capteurs pour pouvoir identifier les bons retards. En pratique, on a une probalité nulle d'avoir des retards exactement décalés d'un multiple de T, cependant avoir plusieurs capteurs à la réception permet d'être plus robuste lorsque l'on s'approche de ce type de situations.

Lorsqu'il n'y a pas de retards exactement décalés d'un multiple de T, alors l'hypothèse **H4** devient $d \leq \hat{d} < 2d$.

Cette hypothèse montre que l'on peut obtenir une estimation consistante même lorsque le nombre de retard est surestimé (de moins qu'un facteur 2).

Lorsque $q \geq d$ (qui est la situation la plus fréquemment considérée), l'hypothèses **H3** devient $pL_g \geq \hat{d}+1$. On peut remarquer qu'alors les hypothèses d'identifiabilité sont indépendantes du facteur de surestimation de l'ordre M. En pratique, le signal est suréchantillonné d'un facteur 2, et le filtre d'émission s'étale sur environ 6 temps symboles. Donc, $\hat{d} \leq 11$. On pourrait identifier jusqu'à 11 trajets.

Il apparaît donc que bien qu'un peu techniques, les hypothèses du théorème 1 sont facilement vérifiables en pratique.

5 Simulations

Dans cette partie on compare en terme d'égalisation les performances de la méthode à sous-espace dite paramétrique proposée ci-dessus à celles de la méthode à sousespace classique [1] et de la méthode à sous-espace dite structurée [2] [5] (encore appelée partiellement aveugle) qui comme la méthode paramétrique exploite la connaissance des filtres d'émission/réception mais sans paramétrisation du canal.

Les symboles émis sont i.i.d. modulés selon une modulation de phase à 8 états. Le filtre d'émission est la racine d'un filtre de Nyquist en cosinus surélevé d'excès de bande 0,25 restreint à l'intervalle [-3,3]T ($L_g = 6$). La propagation radio se fait selon d^* trajets discrets, chacun étant caractérisé par un retard τ_k^* , un facteur d'atténuation β_k^* , et un angle d'incidence θ_k^* . On a $\mathbf{a}_k^* = \beta_k^* \mathbf{a}(\theta_k^*)$. Le signal est reçu sur q = 2 capteurs espacés d'une demi longueur d'onde, puis suréchantillonné d'un facteur p = 2. Le canal est identifié sur des blocs de N = 250 échantillons. On utilise un égaliseur linéaire matriciel zéro-forcing Φ défini par $\Phi = (\mathcal{T}_K(\vec{\mathbf{h}})^H \mathcal{T}_K(\vec{\mathbf{h}}))^{-1} \mathcal{T}_K(\vec{\mathbf{h}})^H$ où $\mathcal{T}_K(\vec{\mathbf{h}})$ désigne la matrice bloc Toeplitz formée à partir du vecteur $\vec{\mathbf{h}}$ et où $\vec{\mathbf{h}}$ est l'estimée de la réponse impulsionnelle obtenue par la méthode considérée. Les simulations 1-3 donnent le taux d'erreur symbole (TES) après démodulation en fonction du rapport signal sur bruit (RSB).

En pratique, on peut facilement définir une borne supérieure pour le retard différentiel entre les trajets. Ici, on suppose que $\lceil \tau_d - \tau_1 \rceil < 5T$. Ainsi, pour la méthode paramétrique on pose $\hat{L} = L_g + 5 = 11$ et le nombre de trajets est supposé connu. Pour les deux autres méthodes les valeurs de l'ordre sont choisies de façon à optimiser les performances des algorithmes.

Les simulations montrent que malgré l'erreur d'estimation sur l'ordre la méthode paramétrique offre des performances souvent bien meilleures que les approches non paramétriques. Sur l'ensemble des simulations que nous ayons faites cette constatation a été vérifiée sauf lorsque l'on a deux trajets très peu décalés temporellement, par exemple moins d'une demi période symbole.

La figure 4 représente l'erreur quadratiqe moyenne entre la vraie réponse impulsionnelle et les réponses estimées en fonction de la valeur estimée de l'ordre de la réponse impulsionnelle (pour la méthode à sous-espace structu-



FIG. 1: $d^* = 2$, $\boldsymbol{\tau}^* = [0 \ 4, 3]T$, $\boldsymbol{\beta}^* = [1 \ 1]$, $\boldsymbol{\theta}^* = [-10 \ 10]^{\circ}$



FIG. 2: $d^* = 2$, $\tau^* = [0, 2 \ 0, 9]T$, $\beta^* = [1 \ 0, 5]$, $\theta^* = [-10 \ 10]^{\circ}$

rée c'est en fonction de l'ordre du seul canal de propagation). La vraie valeur de l'ordre du modèle est $L = L_g + \lceil \tau_2 - \tau_1 \rceil = 9$. On remarque tout d'abord que les performances de la méthode à sous-espace sont optimales pour une valeur sous-estimée de l'ordre du modèle (voir [4]). Par ailleurs, dans un tel contexte où $q = 2 \ge d = 2$, le théorème 1 nous dit que les conditions d'identifiabilité sont indépendantes de la valeur de la surestimation de l'ordre du modèle. Cette simulation nous montre que les performances de la méthode sont elles aussi quasi indépendantes de ce facteur de surestimation.

Références

- K. Abed-Meraim, J-F. Cardoso, A. Gorokhov, P. Loubaton, et E. Moulines. On subspace methods for blind identification of single-input multiple-output fir systems. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(1):42–55, Janvier 1997.
- [2] Z. Ding. Multipath channel identification based on partial system information. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(1):235-240, Janvier 1997.



FIG. 3: $d^* = 4$, $\tau^* = [0, 2, 1, 2, 2, 4, 3, 6]T, \beta^* = [1, 0, 9, 0, 3, 0, 5], \theta^* = [0, 15, 30, 45]^{\circ}$



FIG. 4: $\boldsymbol{\tau}^* = [0 \ 2, 8]T, \, \boldsymbol{\beta}^* = [1 \ 1], \, \boldsymbol{\theta}^* = [0 \ 20]^{\circ}, \, SNR = 20 dB$

- [3] J.Grouffaud, A. Ferreol, P. Larzabal, et H. Clergeot. Passive identification of multipath channels. *EU-SIPCO*, 1996.
- [4] A. Liavias, P. Regalia, et J.P. Delmas. Robustness of least-squares and subspace method for blind channel identification/equalization with respect to channel undermodeling. *EUSIPCO*, 1998.
- [5] L. Perros-Meilhac, P. Duhamel, P. Chevalier, et E. Moulines. Blind knowledge based algorithms based on second order statistics. *ICASSP*, Phoenix, 1999.
- [6] L. Perros-Meilhac, E. Moulines, P. Chevalier, et P. Duhamel. A parametric blind subspace identification: Robustness issue. *en preparation*.
- [7] L. Tong et S. Perreau. Multichannel blind identification: from subspace to maximum likelihood methods. *Proceedings of the IEEE*, 86(10):1951–1967, Octobre 1998.
- [8] M.C. Vanderveen et A. Paulraj. Improved blind channel identification using a parametric approach. *IEEE Communications Letters*, pages 226–228, Mai 1998.