

Estimation semi-autodidacte par méthode sous-espace pour systèmes de réception multicapteurs

Vincent BUCHOUX¹, Eric MOULINES¹, Olivier CAPPÉ¹, Alexei GOROKHOV

¹ENST- TSI / CNRS URA 820
46, rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13 France
buchoux,moulines,cappe@tsi.enst.fr

Résumé — Cette article présente une *analyse asymptotique* de l'estimateur *semi-autodidacte* proposé par A. Gorokhov dans [3] combinant linéairement le critère des moindres carrés sur la séquence d'apprentissage et le critère *sous-espace* autodidacte [6]. Cette analyse s'inscrit dans le contexte des radiocommunications numériques à accès multiple à répartition dans le temps (AMRT) et à réception multicapteurs. Nous présentons l'analyse asymptotique de l'estimateur semi-autodidacte pour deux hypothèses asymptotiques différentes et proposons deux techniques issues des résultats de cette analyse permettant de régler de façon optimale le compromis entre le critère des moindres carrés (utilisant la séquence d'apprentissage) et le critère sous-espace autodidacte. Les simulations effectuées montrent que ces approches permettent d'améliorer significativement les performances de la méthode tant en termes d'estimation que de réduction du taux d'erreur.

Abstract — This paper is devoted to the analysis of a “semi-blind” estimation framework in which the standard input-output (training sequence based) estimation is enhanced by using the statistical structure of the whole observation sequence. More specifically, we consider the case of a general TDMA frame-based receiver equipped with multiple sensors, and restrict our attention to second-order based subspace methods which are suitable for most standard communication applications due to their moderate computational cost. The channel estimator is obtained as a regularized least-squares solution where the blind subspace criterion plays the role of the regularization constraint. The main contribution of the paper consists in showing by asymptotic analysis how to optimally tune the balance between the blind criterion and the least-squares fit depending on the design parameters of the system. Simulations show that the proposed solutions are very effective and significantly improve the efficiency of the equalization.

1 Introduction

Les techniques *autodidactes* d'estimation par *sous-espace* [9, 6] souffrent parfois d'inconvénients majeurs, par exemple en terme de robustesse au bruit, ou de robustesse à la sous et surmodélisation. Les techniques dites *semi-autodidactes* [4, 7] permettent quant à elles de mettre en oeuvre des estimateurs à la fois robustes et performants : certaines de ces techniques consistent ainsi à coupler des critères basés sur la connaissance d'une séquence d'apprentissage (ou de symboles connus) et des critères dits *autodidactes*. D'autres techniques utilisent quant à elles une information supplémentaire contenue dans la structure du signal émis.

On se propose dans cet article d'analyser les performances asymptotiques d'une technique d'estimation semi-autodidacte pour laquelle le critère des *moindres carrés* issu de la séquence d'apprentissage est combiné linéairement à un critère sous-espace utilisant les statistiques du second ordre du signal observé [3]. Cette analyse permet ainsi de mieux comprendre quel rôle joue le coefficient de pondération donné à l'un ou l'autre des deux critères (autodidacte et semi-autodidacte). Cette analyse nous permet enfin de proposer deux techniques d'estimation semi-autodidactes optimales dont les performances dépassent de façon significative celles de l'estimateur des moindres carrés sur la séquence d'apprentissage.

2 Modèle et hypothèses

On suppose qu'un seul utilisateur est actif sur un intervalle de temps qui lui est alloué (système *AMRT*, *Accès Multiple à Répartition dans le Temps*) et que la transmission s'effectue par l'intermédiaire d'une modulation linéaire à travers un canal de transmission linéaire et invariant dans le temps. Le signal reçu en bande de base $\mathbf{y}(t)$ peut ainsi s'exprimer comme

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t - kT)s_k + \mathbf{w}(t), \quad t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

où $\mathbf{h}(t)$, $\{s_k\}$, et $\mathbf{w}(t)$ désignent respectivement le canal équivalent de transmission, les symboles d'information et le bruit.

2.1 Hypothèses

On suppose par la suite que les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- (S1) Le temps symbol T est connu.
- (S2) La réponse impulsionnelle du canal $\mathbf{h}(t)$ est à *valeurs complexes*, causale et à support fini $(L + 1)T$, et s'écrit $\mathbf{h}(t) = [h^{(1)}(t), \dots, h^{(N)}(t)]^T$ lorsque N capteurs sont utilisés à la réception ($h^{(i)}(t)$ est la réponse impulsionnelle du canal sur le capteur i).

(S3) On suppose que les symboles d'information, notés $\{s_k\}$, sont des variables aléatoires complexes i.i.d (*independants et identiquement distribués*), à moyenne nulle et vérifiant: $\mathbb{E}(|s_k|^2) = \sigma_s^2$, $\mathbb{E}(s_k^2) = 0$. Enfin, les symboles de la séquence d'apprentissage sont notés $\{\bar{s}_k\}_{1-L \leq k \leq m}$ et sont supposés connus par le récepteur.

(S4) Le bruit, noté $\mathbf{w}(t) = [w^{(1)}(t), \dots, w^{(N)}(t)]^T$, est un processus aléatoire complexe aux moments d'ordre 4 finis: ($\mathbb{E}\|\mathbf{w}(t)\|^4 < \infty$). On suppose de plus que ce bruit est spatialement blanc et circulaire: $\mathbb{E}[\mathbf{w}(t)] = 0$, $\mathbb{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^H(t)] = \sigma^2\mathbf{I}_N$, et $\mathbb{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(t)] = \mathbf{0}_N$ avec \mathbf{I}_N matrice identité de dimension N . Enfin, le bruit est supposé indépendant de la séquence d'information.

2.2 Notations et Modèles

On note $y_k^{(i)} \triangleq y^{(i)}(kT)$ le signal reçu sur le capteur i échantillonné à la période symbole T et $\mathbf{y}_k \triangleq [y_k^{(1)} \dots y_k^{(N)}]^T$ le vecteur spatial d'observations. Selon l'hypothèse (S1), le vecteur d'observation \mathbf{y}_k suit alors le modèle linéaire (2)

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_L] \mathbf{s}_k + \mathbf{w}_k \quad (2)$$

en notant $\mathbf{s}_k \triangleq [s_k \dots s_{k-L}]^T$ les symboles d'information, et $\mathbf{h}_l \triangleq [h_l^{(1)} \dots h_l^{(N)}]^T$ les coefficients issus de l'échantillonnage du canal sur chaque capteur à l'instant lT . Par la suite, on notera $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_0^T \dots \mathbf{h}_L^T]^T$ le paramètre sous forme vectorielle du canal. De la même façon, le vecteur de régression $\underline{\mathbf{y}}_k \triangleq [\mathbf{y}_k^T \dots \mathbf{y}_{k-M}^T]^T$ suit le *modèle linéaire mono-entrée / sorties-multiples* (3)

$$\underline{\mathbf{y}}_k = \mathcal{T}_M(\mathbf{h}) \underline{\mathbf{s}}_k + \underline{\mathbf{w}}_k \quad (3)$$

où $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$ est la matrice toeplitz par blocs $N(M+1) \times (L+M+1)$ définie par:

$$\mathcal{T}_M(\mathbf{h}) \triangleq \begin{pmatrix} \boxed{\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_L} & & & \mathbf{0} \\ & \boxed{\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_L} & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \boxed{\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_L} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Pour les observations générées par la séquence d'apprentissage (dont les symboles sont connus), le modèle peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (5)$$

où on note $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T \dots \mathbf{y}_m^T]^T$ le vecteur des m observations spatio-temporelles générées par l'apprentissage \mathbf{S} . On peut montrer que \mathbf{S} se met sous la forme $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1 \dots \mathbf{S}_m]^T$ en posant $\mathbf{S}_k^T \triangleq [\bar{s}_k \dots \bar{s}_{k-L}] \otimes \mathbf{I}_N$, où \otimes est le produit matriciel de *kroncker*¹.

3 Estimation Sous-Espace: Rappels

Dans cette partie, on rappelle brièvement le principe d'identification par sous-espace [6, 9, 5, 8]. Supposons que

1. $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ est la matrice obtenue en substituant chaque élément a_{ij} de \mathbf{A} par le bloc $(a_{ij}\mathbf{B})$

le vecteur polynomial $\mathbf{h}(z) = \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_1 z^{-1} + \dots + \mathbf{h}_L z^{-L}$ s'écrive comme le produit d'un polynôme scalaire, noté $p(\mathbf{h}; z)$, et d'un vecteur polynomial $\tilde{\mathbf{h}}(z)$ ne possédant pas de zéros communs à ses différentes composantes. Notons d le degré du polynôme $p(\mathbf{h}; z)$. Alors, sous les hypothèses (S3)-(S4), la matrice de covariance du signal $\underline{\mathbf{y}}_k$ peut s'écrire [9]

$$\begin{aligned} \mathbf{R} \triangleq \mathbb{E}\{\underline{\mathbf{y}}_n \underline{\mathbf{y}}_n^H\} &= \sigma_s^2 \mathcal{T}_M(\mathbf{h}) \mathcal{T}_M(\mathbf{h})^H + \sigma^2 \mathbf{I}_r \quad (6) \\ &= \mathbf{U} (\Lambda + \sigma^2 \mathbf{I}_{p-d}) \mathbf{U}^H + \sigma^2 \mathbf{\Pi} \quad (7) \end{aligned}$$

où $r \triangleq N(M+1)$, $p \triangleq L+M+1$, Λ est une matrice diagonale de dimension $p-d$ dont les éléments sont positifs et non-nuls, et \mathbf{U} est une base orthonormale de l'espace image de $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$.

L'équation (7) s'obtient en procédant à la décomposition en valeurs singulières de $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$ en notant que la matrice $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$ possède un espace image de dimension $p-d$ [9]. Le critère sous-espace autodidacte proposé dans [6] exploite alors l'orthogonalité entre $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$ et $\mathbf{\Pi}$. En effet, les solutions du système d'équation

$$\mathbf{\Pi} \mathcal{T}_M(\mathbf{f}) = 0 \quad (8)$$

sont données par

$$\mathbf{f}(z) = r(z) \tilde{\mathbf{h}}(z) \quad (9)$$

où $r(z)$ est un polynôme de degré d [6, 5, 1]. Il en résulte que si $\mathbf{h}(z)$ n'a pas de zéro commun (*i.e.* $p(\mathbf{h}; z)$ est de degré nul), alors $\mathbf{h}(z)$ est *identifiable à une constante près* par la méthode sous-espace. Enfin, remarquons que les équations du système (8) sont linéaires en \mathbf{f} : on peut alors réécrire le système (8) en la forme vectorielle (10) en utilisant l'opérateur de vectorisation colonne $\text{vec}(\cdot)$

$$\text{vec}(\mathbf{\Pi} \mathcal{T}_M(\mathbf{f})) = \mathcal{D}(\mathbf{\Pi}) \mathbf{f} \quad (10)$$

où $\mathcal{D}(\mathbf{\Pi})$ est une matrice Toeplitz par bloc de dimension $r(M+1) \times N(L+1)$.

Du principe d'identification précédent et de la forme linéaire (10) se déduit alors une procédure d'estimation simple: supposons que le canal $\mathbf{h}(z)$ est irréductible et que l'on ait reçu n observations $\{\mathbf{y}_k\}_{1 \leq k \leq n}$, le critère autodidacte par sous-espace consiste alors à estimer le *projecteur bruit* $\mathbf{\Pi}$ grâce à la matrice d'autocorrélation estimée empiriquement

$$\hat{\mathbf{R}}_n = n^{-1} \sum_{k=1}^n \underline{\mathbf{y}}_k \underline{\mathbf{y}}_k^H \quad (11)$$

En procédant à la décomposition en valeurs propres de $\hat{\mathbf{R}}_n$, on peut écrire que

$$\hat{\mathbf{R}}_n = \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\Lambda}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \quad (12)$$

où $\hat{\Lambda}_n = \text{diag}(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_r)$, les $(\hat{\lambda}_i)_{1 \leq i \leq r}$ étant rangées par ordre décroissant, et où $\hat{\mathbf{U}}_n$ est une base orthonormale. En extrayant de $\hat{\mathbf{U}}_n$ les vecteurs propres associés aux $r-p$ (dimension du sous-espace bruit) plus petites valeurs propres de $\hat{\Lambda}_n$, on peut ainsi former le projecteur bruit $\hat{\mathbf{\Pi}}_n$. Les coefficients du canal peuvent alors être estimés au sens des moindres carrés sous la contrainte $\|\mathbf{f}\| = 1$, la solution étant donnée par (13)

$$\hat{\mathbf{h}} = \underset{\|\mathbf{f}\|=1}{\text{argmin}} \left\{ \mathbf{f}^H \hat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{f} \right\} \quad (13)$$

où l'on note $\widehat{\mathbf{Q}}_n \triangleq \mathcal{D}(\widehat{\mathbf{\Pi}}_n)^H \mathcal{D}(\widehat{\mathbf{\Pi}}_n)$. Cet estimateur est \sqrt{n} -consistant lorsque $d = 0$, c'est à dire lorsque $\mathbf{h}(z)$ ne possède aucun zéro commun.

Des inconvénients demeurent cependant lorsqu'on souhaite mettre en oeuvre la technique sous-espace: on suppose en effet que le canal $\mathbf{h}(z)$ est irréductible mais aussi que l'ordre du canal est connu ou déterminé de façon exacte. Ce sont là deux hypothèses dont on ne peut être assuré en pratique et qui peuvent entraîner l'inconsistance de l'estimateur (dans le cas d'une surestimation de l'ordre du canal) ou bien un biais dû à la troncature (dans le cas d'une sous-estimation de l'ordre). La condition d'absence de zéros communs peut cependant être assurée lorsque l'apport de diversité est suffisant (par exemple dans le cas d'une réception multi-capteurs). La seconde hypothèse nécessite quant à elle l'estimation de l'ordre du modèle. Enfin, lorsque ces deux conditions sont rencontrées, le canal estimé est donné à un facteur d'échelle près.

4 Estimation Semi-Autodidacte

Le critère semi-autodidacte combine de façon linéaire le critère d'apprentissage et le critère sous-espace. On suppose pour simplifier que les observations peuvent être mises sous la forme de deux séquences d'observations indépendantes: une séquence de n observations \mathbf{y}_k générées par les symboles d'information, et une séquence d'observation \mathbf{y} de taille m générée par la séquence d'apprentissage. Le critère semi-autodidacte s'exprime alors comme:

$$C_{SB}(\mathbf{h}, \alpha) = \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{h}\|^2 + \alpha n N \mathbf{h}^H \widehat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{h} \quad (14)$$

où $\mathbf{h}^H \widehat{\mathbf{Q}}_n \mathbf{h}$ est la forme quadratique estimée du critère sous-espace [6] basé sur la matrice d'autocovariance des observations \mathbf{y}_k . La solution qui minimise le critère (14) est directement donnée par

$$\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha} = \left(\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \alpha \frac{n}{m} \widehat{\mathbf{Q}}_n \right)^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{y}. \quad (15)$$

4.1 Analyse asymptotique de l'estimateur semi-autodidacte

On suppose, pour effectuer l'analyse asymptotique de l'estimateur semi-autodidacte (15), que les longueurs m et n tendent vers l'infini. Cette analyse (cf. [2] pour les détails des calculs) montre que le comportement asymptotique de l'estimateur semi-aveugle dépend surtout de l'accroissement relatif entre les longueurs m et n et que l'on doit considérer les deux situations asymptotiques suivantes:

$$\text{(H1)} \quad m = o(n)$$

$$\text{(H2)} \quad m \equiv n$$

menant aux deux propositions suivantes:

4.1.1 Estimation semi-autodidacte par projection sous-espace

Proposition 1. *Sous (H1), $\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha}$ est une famille d'estimateurs consistants de \mathbf{h} . De plus, $m^{-1/2}(\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha} - \mathbf{h})$ est asymptotiquement normal de matrice de covariance*

$$\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h}) = \sigma^2 \overline{\mathbf{P}} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \quad (16)$$

où $\overline{\mathbf{P}}$ un projecteur (non-orthogonal) sur l'espace nul de \mathbf{Q} défini comme

$$\overline{\mathbf{P}} \triangleq (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-\frac{1}{2}} \widetilde{\mathbf{P}} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

avec $\widetilde{\mathbf{P}}$ projecteur orthonormal sur l'espace nul de la matrice $\widetilde{\mathbf{Q}} \triangleq (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Q} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-\frac{1}{2}}$.

De plus, si $\widehat{\mathbf{h}}$ représente l'estimateur "entrée/sortie" de l'apprentissage et si $\widehat{\mathbf{P}}$ est un estimateur \sqrt{n} -consistant de $\overline{\mathbf{P}}$ (par exemple issu de la décomposition en valeurs singulières de $(\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-\frac{1}{2}} \widehat{\mathbf{Q}}_n (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-\frac{1}{2}}$) alors l'estimateur semi-aveugle suit le développement asymptotique suivant:

$$\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha} = \widehat{\mathbf{P}} \widehat{\mathbf{h}} + O_p(m^{-1} + n^{-1/2}) \quad (18)$$

La proposition 1 montre que sous l'hypothèse (H1) la covariance de l'estimateur $\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha}$ donnée par (16) ne dépend pas du coefficient de régularisation α . Cette propriété est liée au fait que, lorsque l'apprentissage est négligeable devant l'information, le critère des moindres carrés n'a d'influence dans l'équation (14) que dans le sous-espace nul de $\widehat{\mathbf{Q}}_n$, c'est à dire dans le sous-espace où justement α n'a aucune influence.

Enfin, le développement (18) montre que $\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha}$ est équivalent sous (H1) au projeté de l'estimateur des moindres carrés sur $\widehat{\mathbf{P}}$. L'estimateur projeté étant plus simple à calculer, on s'attachera à le substituer au calcul de $\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha}$ qui, lui, nécessite le choix d'un facteur de régularisation optimal. Cet estimateur projeté nécessite l'estimation du projecteur $\overline{\mathbf{P}}$. Pour estimer $\overline{\mathbf{P}}$, on estime $\widetilde{\mathbf{P}}$, le projecteur sur le sous-espace nul de $\widetilde{\mathbf{Q}}$, en procédant à une décomposition en valeurs propres de $\widetilde{\mathbf{Q}}$ (la dimension de son espace nul est égale à celle de l'espace nul de \mathbf{Q} qui, elle, est supposée connue). Puis, de l'estimation de $\widetilde{\mathbf{P}}$, on en déduit directement celle de $\overline{\mathbf{P}}$ grâce à l'équation (17).

4.1.2 Estimation semi-autodidacte régularisée

Proposition 2. *Sous (H2), $\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha}$ est une famille d'estimateurs consistants de \mathbf{h} . De plus, $n^{-1/2}(\widehat{\mathbf{h}}_{n,\alpha} - \mathbf{h})$ est asymptotiquement normal de matrice de covariance*

$$\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h}) = \sigma^2 (\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \alpha n N \mathbf{Q})^{-1} [\mathbf{S}^H \mathbf{S} + (\alpha n N)^2 \mathcal{M}(\mathbf{h})] (\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \alpha n N \mathbf{Q})^{-1} \quad (19)$$

L'expression de $\mathcal{M}(\mathbf{h})$ est donnée dans [2]

Sous l'hypothèse (H2), la facteur de régularisation α joue un rôle non négligeable: il s'agit de trouver le coefficient qui règle de façon optimale la pondération entre les deux critères dans (14). De façon équivalente, on choisit celui qui permet de minimiser la trace de la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h})$.

Bien que ne l'ayant pas démontré, nous observons en pratique que $\text{tr}(\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h}))$ est une fonction rationnelle unimodale de α , i.e. n'admettant qu'un seul minimum en α . De plus, nous ne pouvons évaluer exactement $\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h})$ qui fait intervenir des grandeurs déterministes inconnues: on est donc obligé de passer par une estimée de $\mathbf{\Gamma}_{n,\alpha}(\mathbf{h})$ en remplaçant les grandeurs inconnues par des estimées consistantes issues de l'analyse par sous-espace. Le cout

de calcul de la trace de $\Gamma_{n,\alpha}(\mathbf{h})$ étant de plus assez important, la recherche du coefficient de régularisation peut se faire de façon itérative en approximant la courbe estimée de $\text{tr}(\Gamma_{n,\alpha}(\mathbf{h}))$ par une cubique n'impliquant le calcul de la trace $\text{tr}(\Gamma_{n,\alpha}(\mathbf{h}))$ qu'en quelques points.

5 Simulations et Conclusions

Les simulations sont effectuées pour une transmission AMRT, avec une modulation BPSK, à travers un canal de type Urbain généré selon le modèle de Clarke. On considère deux types de trames, "longues" et "courtes" pour lesquels respectivement on a $n = 232$ et $n = 116$. Les filtres de réception et d'émission sont des racines de Nyquist dont l'excès de bande est de 30%.

Les figures 1 et 2 illustrent les taux d'erreur obtenus avec les techniques d'estimation proposées. Les figures illustrent aussi, à titre de comparaison, l'estimation à minimum de variance ainsi que l'estimation à maximum de vraisemblance (algorithme EM). La détection des symboles est effectuée via l'algorithme de Viterbi.

Les performances en terme de taux d'erreur illustrées sur les figures 1 et 2 montrent un gain en terme de rapport signal à bruit de l'ordre de 1dB à 1.5dB par rapport à l'estimation par séquence d'apprentissage seule.

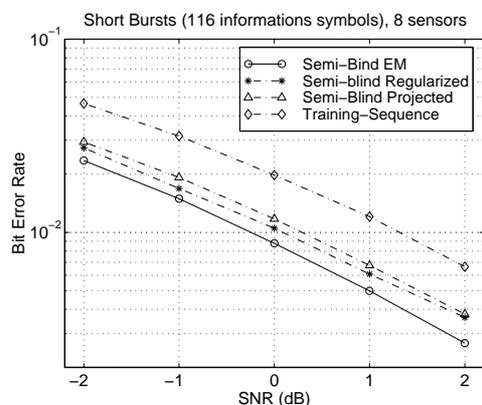


FIG. 1: Taux d'erreur pour 1000 trames émises courtes. (8 capteurs, $M=4$)

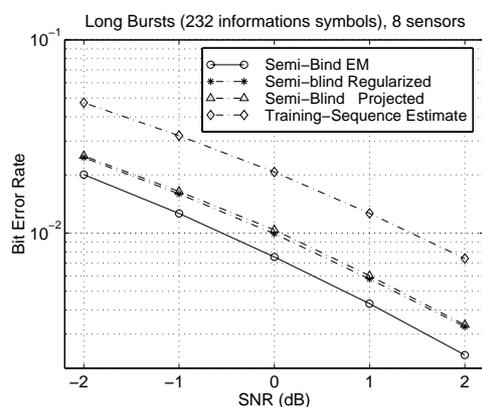


FIG. 2: Taux d'erreur pour 1000 trames émises longues. (8 capteurs, $M=4$)

Les deux techniques d'estimation semi-autodidactes proposées dans cet article améliorent donc très sensiblement la qualité de l'estimation et de la détection des paramètres du système tout en possédant la robustesse de la technique par apprentissage. Leur coût d'implémentation reste de plus raisonnable car elles utilisent les statistiques du second ordre du signal reçu ne nécessitant pas, à l'instar d'autres critères semi-aveugles, de procédure d'optimisation itérative.

Références

- [1] K. Abed-Meraim, J.F. Cardoso, A. Gorokhov, P. Loubaton, and E. Moulines. On Subspaces Methods for Blind Identification of Single-Input Multiple-Output FIR Systems. *IEEE Transactions on Signal Processing, IEEE*, 45(1):42–55, January 1997.
- [2] V. Buchoux, O. Cappé, A. Gorokhov, and E. Moulines. Asymptotic Analysis of a Semi-Blind Subspace Estimation Technique for SIMO-FIR Systems. *IEEE Transactions on Signal Processing, IEEE*, 1999. accepted for publication.
- [3] A. Gorokhov and P. Loubaton. Semi-Blind Second Order Identification of Convulsive Channels. *Proc. ICASSP*, pages 3905–3908, 1997.
- [4] D.T.M Slock J. Ayadi, Elisabeth De Carvalho. Blind and Semi-Blind Maximum Likelihood Methods for FIR Multichannel Identification. *Proc. ICASSP*, 6:3185, 1998.
- [5] K. Abed Meraim, P. Loubaton, E. Moulines. A Subspace Algorithm for Certain Subspace Blind Identification Problems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 43(2):499–511, March 1997.
- [6] E. Moulines, P. Duhamel, J.F. Cardoso, and S. Mayrargue. Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters. *IEEE Tr. on Sig. Proc.*, 43:516–525, February 1995.
- [7] Boon C. Ng, D. J. Gesbert, and A. J. Paulraj. A Semi-Blind Approach to Structured Channel Equalization. *Proc. ICASSP*, 6:3385–3388, 1998.
- [8] L. Tong and S. Perreau. Multichannel blind identification: From subspace to maximum likelihood methods. *Proceedings of the IEEE*, 86(10):1951–1968, October 1998.
- [9] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels. In *Proc. of the 25th Asilomar Conference, Pacific Grove, CA*, pages 856–860, 1991.