

Modélisation de canaux mobiles à l'aide de modèles de Markov cachés

Thierry RANCUREL, Daniel ROVIRAS, Francis CASTANIÉ

Institut National Polytechnique de Toulouse, LEN7 - SIC
2, rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France
rancurel@len7.enseeiht.fr, roviras@len7.enseeiht.fr
castanie@len7.enseeiht.fr

Résumé – De nombreux modèles permettant la modélisation de canaux variables à l'aide de chaînes de Markov ont été proposés. Dans ce papier nous prenons en compte non seulement la physique du canal mais aussi l'influence de l'algorithme d'égalisation au niveau du récepteur. On montre qu'en prenant en compte la croissance/décroissance du fading, nous arrivons à une meilleure modélisation du canal.

Abstract – Many models allowing variable channels modelling were developed. In this paper, the physical channel and the equalisation algorithm allow the error process modelling. We show that if we have a double Markov model which takes into account the increasing/decreasing of the fading amplitude, we get a better modelling.

1 Introduction

Les erreurs dans les canaux de transmission mobiles sont caractérisées par des salves en cela qu'elles apparaissent essentiellement lorsque l'amplitude du signal reçu est faible. Différents modèles markoviens ont été développés pour les modéliser. Le tout premier modèle proposé fut le modèle de Gilbert [1] à deux états et le modèle modifié à trois états. Des modèles plus complexes [2] [3] [4] avec un nombre plus élevé d'états furent ensuite proposés. Les modèles à base de chaînes de Markov cachées furent par la suite développés [5] [6] [7] [8].

Dans notre étude, nous modélisons le canal par des chaînes de Markov cachées en tenant compte de la distribution des erreurs dues au canal et à l'égaliseur de type LMS.

La partie 2 contient des généralités sur les canaux mobiles et les chaînes de Markov cachées. La modélisation et la construction de ce modèle sont expliquées dans les parties 3 et 4. Dans la section 5, des simulations appliquées à la modulation 4-QAM sont effectuées.

2 Fading de Rayleigh

Lorsqu'une onde continue est transmise à travers un canal mobile, les effets de multitrajet induisent des fluctuations de l'enveloppe reçue qui suit alors une distribution de type Rayleigh.

Considérons $x(t)$ l'équivalent complexe en bande de base du signal transmis avec ses composantes en phase et quadrature. Soit aussi un canal avec fading non sélectif en fréquence et du bruit additif blanc gaussien. On peut alors modéliser le canal par [9] :

$$y(t) = c(t)x(t) + n(t)$$

avec $y(t)$ le signal reçu, $c(t)$ l'influence due au fading et $n(t)$ le bruit additif.

$c(t)$ et $n(t)$ sont des processus gaussien complexes stationnaires et centrés dont les parties réelles et imaginaires sont indépendantes et distribuées de manière identique.

L'enveloppe $\rho(t) = |c(t)|$ du signal reçu (si l'on ne prend en compte que le bruit multiplicatif) est un processus aléatoire avec une distribution de Rayleigh [9] :

$$f(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_h^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_h^2}} \quad \rho \geq 0$$

avec $\sigma_h^2 = \frac{1}{2}E[|c(t)|^2]$

Un exemple d'enveloppe est tracé sur la figure 1 pour une fréquence Doppler $f_d = 10Hz$.

Le fait que le récepteur soit mobile induit une fréquence Doppler f_d due au mouvement. L'effet Doppler peut être vu comme un étalement spectral de la fréquence porteuse. Le spectre en fréquence en bande de base est donné par :

$$|C(f)| = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_d} \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{f}{f_d})^2}} & |f| \leq f_d \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

comme indiqué sur la figure 2, avec $f_d = f_c \frac{v}{c}$, avec f_c la fréquence porteuse, c la célérité de la lumière et v la vitesse du mobile.

Dans le but d'étudier la modélisation de canaux mobiles présentée ici, nous utilisons un fading lent, ce qui implique un rapport entre la fréquence de symboles et la fréquence Doppler élevé.

3 Les chaînes de Markov cachées

Un modèle de Markov caché [10] [11] ou Hidden Markov Model est un double processus stochastique. Il comporte un processus stochastique interne non observable, et qui ne

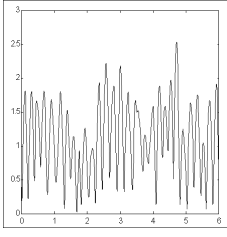


FIG. 1: Enveloppe d'un signal de Rayleigh

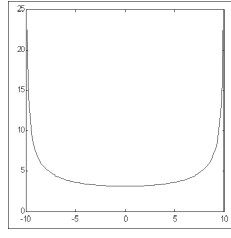


FIG. 2: Spectre Doppler

peut l'être qu'au travers d'observations. La chaîne cachée change d'état selon une loi de transition, et est supposée à chaque instant être dans un état où une fonction génère une composante de l'observation. L'observateur ne peut voir que les sorties des fonctions aléatoires associées aux états, et ne peut pas observer les états de la chaîne sous-jacente.

Une chaîne de Markov cachée est entièrement définie par :

- le nombre d'états N du modèle,
- le nombre d'éléments d'observations M ,
- un ensemble de probabilité de transition d'états $\Lambda = \{p_{ij}\}$ avec :

$$p_{ij} = \Pr(S_{t+1} = s_j | S_t = s_i), \quad 1 \leq i, j \leq N,$$

avec $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ l'ensemble des états.

- une distribution d'observation pour chacun des états $B = \{b_j(k)\}$,

$$b_j(k) = \Pr(v_k \text{ à } t | s_i \text{ à } t), \quad 1 \leq j \leq N, 1 \leq k \leq M$$

avec v_k représentant le $k^{\text{ème}}$ élément dans l'alphabet d'observation $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$.

- une distribution initiale $\pi = \{\pi_i\}$

avec

$$\pi_i = \Pr(s_i \text{ à } t), \quad 1 \leq i \leq N$$

Le triplet $\lambda = (\Lambda, B, \pi)$ définit alors complètement le modèle.

Pour notre modèle, les états sont déterminés par une quantification de l'enveloppe $\rho(t)$. Soit $A = \{A_1, A_2, \dots, A_{N-1}\}$ un ensemble de seuils, avec $A_i < A_{i+1}$. Le processus se trouve dans l'état s_i à l'instant k si $A_i < \rho(k) < A_{i+1}$. Sous l'hypothèse d'un fading lent, les états successifs possibles sont des états voisins, c'est à dire

4 Modélisation des états

Dans notre modèle, les états correspondent aux valeurs de l'amplitude et de sa dérivée.

Si l'on observe l'apparition des erreurs à la sortie de l'égaliseur, celles-ci arrivent par salves lorsque l'amplitude du signal reçu se trouve dans des trous de fading. En outre, l'algorithme d'égalisation de type gradient fait apparaître une hystérésis sur l'apparition des erreurs en fonction de

cette même amplitude et une sensibilité par rapport à sa dérivée.

Pour mieux modéliser ce phénomène, nous allons considérer trois types de modélisation pour les états.

Dans un premier temps, nous réalisons une quantification de l'enveloppe afin de créer les N états du modèle, ce qui permet de prendre en compte l'apparition d'erreurs en fonction de l'amplitude selon la figure 3.

Ensuite, nous prenons en compte la sensibilité de l'égaliseur en partitionnant chaque état en deux ou quatre classes. La figure 4 donne l'exemple d'une chaîne à $2N$ états. Dans ce cas, les états sont séparés en deux classes représentant respectivement la croissance et la décroissance de l'enveloppe. Les branches du haut et du bas représentent respectivement la croissance et la décroissance du signal. Un état s_i^+ ou s_i^- correspond à une amplitude équivalente à l'état s_i .

Le dernier modèle comporte quatre classes par état, chacune correspondant à une quantification de la dérivée de l'enveloppe. Ceci permet de prendre en compte la sensibilité de l'égaliseur à cette dérivée.

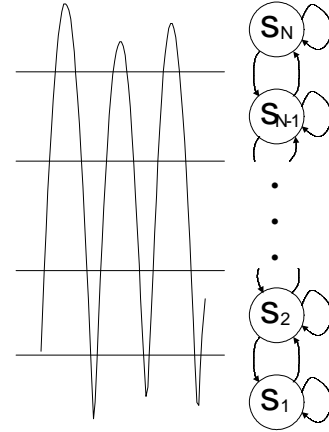


FIG. 3: Modèle d'état

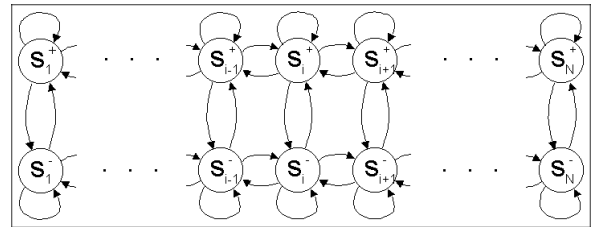


FIG. 4: Modèle d'état à deux classes

5 Simulations

Le canal est un Rayleigh lent avec un produit $f_d T_s = 10^{-3}$, T_s étant la durée d'un symbole. La modulation utilisée est de type 4-QAM. Le nombre d'état N est choisi égal à 8 dans un premier temps.

Comme nous nous intéressons uniquement à l'adéquation entre les états cachés et les observations, nous ne générons pas la partie cachée.

Comme il a été vu dans la partie précédente, nous utilisons 3 façons différentes de créer les états. La quantification de l'enveloppe est réalisée de 2 façons différentes. La première consiste en une quantification uniforme, quand à la deuxième, elle permet de prendre en compte le fait que les erreurs arrivent lorsque l'amplitude est faible, d'où un besoin d'accorder plus d'importance à la quantification de ces niveaux, ce qui est réalisé avec d'où quantification de type non-uniforme. On distribue les états de la façon suivante [7] :

$$p_k = kp_0, \quad \text{pour } k = 1, 2, \dots, N, \quad \text{et } p_0 = \frac{2}{N(N+1)}$$

Afin de comparer les trois méthodes, nous avons choisi de tracer les distributions cumulées des bursts et des intervalles entre bursts. Un burst est défini lorsque dans une région le taux d'erreur par bits dépasse un seuil fixé Δ_0 . On considère qu'un burst commence et finit par une erreur. Nous avons fixé le seuil Δ_0 égal à 0.4. La figure 5 montre le tracé des fréquences relatives cumulées des bursts de longueur m en fonction de m pour le signal initial, et les modélisations par modèles de Markov cachés, et ce pour une quantification uniforme de l'enveloppe. La figure 6 montre les fréquences relatives cumulées des durées entre bursts. Les distributions obtenues pour une quantification non-uniforme sont données par les figures 7 et 8.

On voit très bien l'amélioration apportée par une modélisation prenant en compte la pente du fading. Une quantification non-uniforme ainsi que la prise en compte de la pente permet de modéliser au mieux la distribution des erreurs.

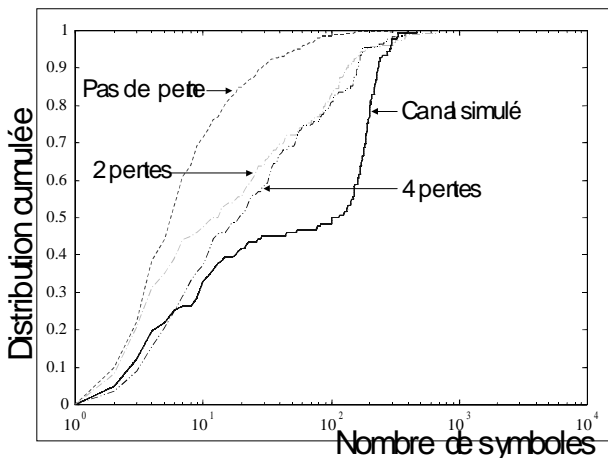


FIG. 5: Distribution cumulée des longueurs de bursts avec quantification uniforme

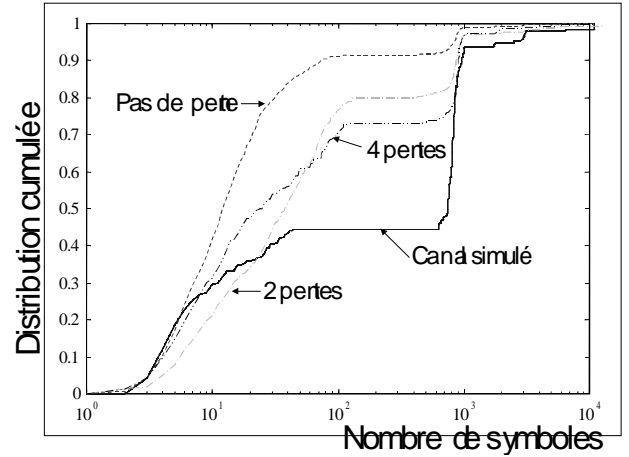


FIG. 6: Distribution cumulée des durées entre bursts avec quantification uniforme

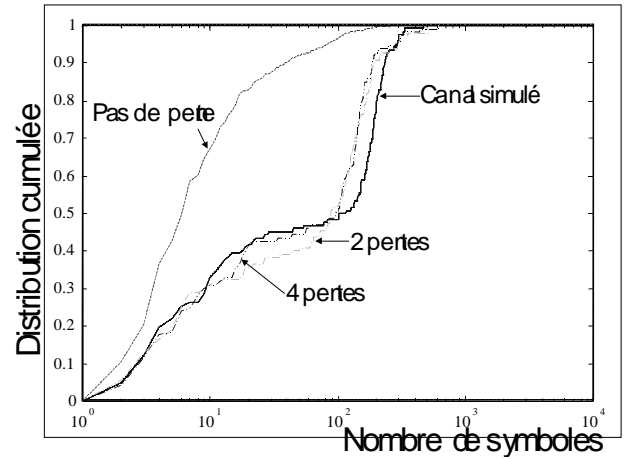


FIG. 7: Distribution cumulée des des longueurs de bursts avec quantification non-uniforme

6 Conclusion

Nous avons montré qu'un modèle de Markov prenant en compte l'amplitude et la croissance/décroissance de l'enveloppe peut modéliser les erreurs induites par un canal de type Rayleigh.

Références

- [1] E. N. Gilbert, "Capacity of a burst-noise channel", Bell Syst. Tech. J., vol. 39, pp. 1253-1266, Sept. 1960
- [2] B. D. Fritchman, "A binary channel characterization using partitioned Markov chains", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT13, pp 221-227, April 1967
- [3] A. Adoul, B. D. Fritchman and L. N. Kanal, "A critical statistic for channels with memory", IEEE Transactions on Information theory, January 1972
- [4] W. Turin, and M. M. Sondhi, "Modelling error sources in digital channels", IEEE Journ. Sel. Areas in Commun., vol. 11, N. 3, 1993, pp. 340-347

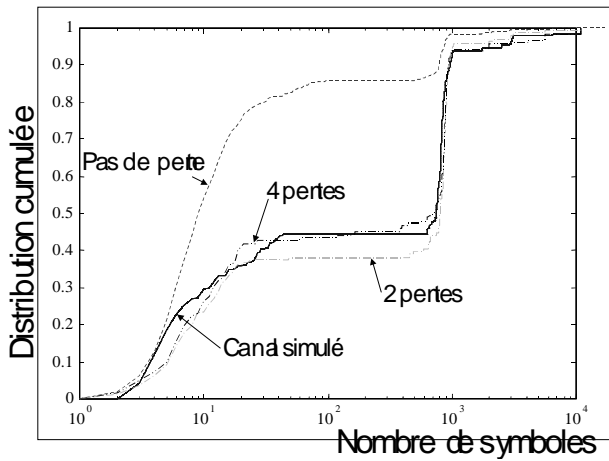


FIG. 8: Distribution cumulée des durées entre bursts avec quantification non-uniforme

- [5] M. Sajadieh, F. R. Kschischang, and A. Leon-Garcia, "A bloc memory model for correlated Rayleigh fading channels", Proc. IEEE Int. Conf. Commun. June 1996, pp. 282-286
- [6] H. S. Wang, "On verifying the first-order Markovian assumption for a Rayleigh fading channel model", Proc. ICUPU'94, pp 160-164, San Diego, CA, Septembre 1994
- [7] H. S. Wang and N. Moayeri, "Modeling, capacity, and joint source/channel coding for Rayleigh fading channels", Proc. 43rd IEEE Vehicular Technol. Conf., May 1993
- [8] H. S. Wang and N. Moayeri, "Finite state Markov channel - A useful model for radio communication channels", IEEE Trans. Veh. Tech, pp 163-171, vol. 44, N. 1, February 1995
- [9] J. G. Proakis, Digital communications, McGraw-Hill, New York, 1989
- [10] L. R. Rabiner and B. H. Juang, "An Introduction to Hidden Markov Models", IEEE ASSP Magazine, vol. 3, no. 1, pp. 4-16, January 1986
- [11] L. R. Rabiner, "A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition", vol. 77, no. 2, February 1989