

Définition et utilisation de mesures de confiance pour la fusion d'estimées fréquentielles multi-échelles

Emmanuel TROUVÉ¹, Gilles MAURIS¹, Jean-Marie NICOLAS²

¹ E.S.I.A. - L.A.M.I.I.

41, avenue de la Plaine - B.P. 806 - 74016 Annecy Cedex - France

² E.N.S.T. - T.S.I.

46, rue Barrault - 75634 Paris Cedex 13 - France

trouve@esia.univ-savoie.fr, mauris@esia.univ-savoie.fr,
nicolas@ima.enst.fr

Résumé – L'application d'un même algorithme à différentes échelles pose le problème de la fusion des résultats obtenus. A travers l'implémentation multi-échelles d'un algorithme d'estimation fréquentielle, nous illustrons ici l'importance de l'utilisation de mesures de confiance de natures différentes : d'une part une mesure *externe* révélatrice de la qualité du signal et d'autre part une mesure *interne* associée à l'algorithme d'estimation. Nous proposons une stratégie de fusion qui permet de tirer partie de la redondance entre les estimées fiables et d'écarter les estimées erronées en conflits avec les précédentes. Les résultats sont présentés sur des interférogrammes réels en imagerie ROS (radar à ouverture synthétique).

Abstract – A multi-scale analysis is often used in signal and image processing to improve the performance of an algorithm. But applying the same operator at different scales provides different results which have to be merged to obtain the single final result. In order to benefit from the redundancy of consistent results and to discard the erroneous ones, the fusion process should take into account both data quality and results reliability at the different scales. In this paper, we illustrate this problem with a spectral analysis algorithm used to estimate two-dimensional (2-D) local frequencies on interferometric data. We first present the construction of the multi-scale data: the phase images and the associated coherence images which provide an external measure of confidence related to the phase noise distribution [1]. Then, we briefly recall the model used to estimate the local frequency and to obtain an internal measure of confidence which reveals inconsistent frequency estimates [2]. Finally, we propose a strategy to combine these two measures of confidence and merge the frequency estimates. Results are presented on real interferograms from synthetic aperture radar (SAR) images.

1 Introduction

En traitement du signal et de l'image, une analyse multi-échelles permet souvent d'améliorer les performances d'un algorithme en appliquant le même opérateur à plusieurs échelles. Les différents résultats obtenus doivent être fusionnés pour obtenir un unique résultat final qui exploite la redondance entre les valeurs pertinentes et écarte les valeurs erronées. Les réponses apportées à ce type de problèmes consistent à appliquer des règles de fusion telles que celles proposées dans [3] [4] [5], prenant en compte la qualité des données de départ et la fiabilité des méthodes de combinaison.

Dans cet esprit, nous abordons ici ce problème dans un cadre où la fusion porte sur les valeurs issues de l'application d'un algorithme à différentes échelles. A défaut d'une information suffisante pour caractériser l'incertitude de chaque mesure par une distribution de probabilités ou de possibilités, nous proposons d'adopter une stratégie de fusion s'appuyant sur des *mesures de confiance* associées à chaque valeur et sur la *compatibilité* entre les valeurs à fusionner.

Les mesures de confiance disponibles dépendent de l'application. On peut néanmoins distinguer deux confiances

de nature différente :

- les mesures de confiance *externe* qui caractérisent les données sur lesquelles l'algorithme est appliqué. Ces informations peuvent provenir de données annexes (autres capteurs, données exogènes...) ou bien de mesures complémentaires effectuées sur les données pour évaluer si elles se prêtent à la mise en œuvre de l'algorithme.
- les mesures de confiance *interne* à l'algorithme qui caractérisent directement la confiance accordée aux valeurs obtenues. Il n'est pas rare qu'un algorithme puisse associer à chaque résultat une mesure de confiance (l'erreur quadratique résiduelle pour une estimation par moindres carrés, le niveau de corrélation pour une mesure de retard par corrélation...).

La compatibilité entre deux résultats dépend également de l'application. Elle peut être construite à partir d'une distance ou d'un produit scalaire défini dans l'espace des valeurs résultat.

Nous illustrons ici cette approche par un problème d'estimation de fréquences locales bidimensionnelles (2-D) sur des données de type interférométrique. Nous présentons tout d'abord la méthode de construction des images de phase et de cohérence aux différentes échelles. La cohé-

rence fournit une première mesure de confiance, de type externe, révélatrice du niveau de bruit qui affecte la phase. Nous rappelons ensuite brièvement la modélisation utilisée pour estimer sur les images de phase les fréquences locales et obtenir une seconde mesure de confiance, de type interne, qui caractérise la fiabilité des estimées fréquentielles [2]. Enfin, nous proposons une stratégie pour combiner ces deux mesures de confiance et fusionner les fréquences estimées aux différentes échelles. Les résultats sont présentés sur des données réelles en radar à ouverture synthétique (ROS).

2 Mesures de confiance

2.1 Confiance externe

Un interférogramme ROS mesure la différence de phase entre deux images A et B . A l'échelle initiale Λ^1 , la phase ϕ^1 est calculée par l'argument de la corrélation complexe sur une fenêtre de moyennage \mathcal{F} [6]:

$$c_o^1 e^{j\phi^1} = \sum_{\mathcal{F}} \rho_A e^{j\phi_A} \cdot \rho_B e^{-j\phi_B} / \sqrt{\sum_{\mathcal{F}} \rho_A^2} \sqrt{\sum_{\mathcal{F}} \rho_B^2} \quad (1)$$

La distribution du bruit de phase est fonction de deux paramètres :

- le nombre d'échantillons moyennés dans la fenêtre \mathcal{F} . Sous réserve que la phase soit localement stationnaire, une augmentation du nombre d'échantillons permet de réduire la variance de la phase [1].
- le niveau de la corrélation statistique entre les deux images. Ce paramètre dépend des conditions interférométriques [7]. Il est proche de 1 en l'absence de perturbation et tend vers 0 lorsque les deux images sont totalement décorréliées. La phase est alors uniformément distribuée sur $[0, 2\pi]$.

Le module c_o^1 calculé par l'équation (1) est une estimation de la corrélation statistique. Bien que bruitée, cette donnée appelée cohérence fournit en chaque pixel une mesure de confiance liée à la robustesse de la phase.

La construction des échelles réduites pourrait se faire selon l'équation (1) en choisissant des fenêtres de plus en plus grandes. Mais en présence de franges étroites, cette méthode entraînerait deux artefacts nuisibles à la fusion des estimées fréquentielles :

- l'apparition de fausses franges dues au repliement (*aliasing*) de fréquences situées dans les secondaires du sinus cardinal correspondant au filtre moyenneur,
- une chute de la cohérence due à la non-stationnarité de la phase qui *tourne* sur la fenêtre de moyennage.

Pour éviter ces artefacts, les échelles de faible résolution Λ^l correspondant à $l \times l$ pixels de Λ^1 sont construites par troncature de la transformée de Fourier 2-D du signal $c_o^1 e^{j\phi^1}$. La phase résultat ϕ^l ne présente plus de franges d'aliasing et s'avère plus régulière grâce à l'absence de repliement des fréquences élevées dues au bruit. On observe cette évolution sur les trois échelles de l'interférogramme présenté figure 1-a), notamment dans la région entourée d'un cercle. De plus, l'amplitude du signal complexe résultat

notée c_o^l révèle les zones où les franges trop étroites ont disparu. La donnée de cohérence associée à l'interférogramme précédent est illustrée par la figure 1-b). Le rectangle indique une zone de franges étroites à la limite du sous-échantillonnage à l'échelle Λ^3 . On observe dans les zones de pincement des franges l'apparition de traits obliques sombres dus à la suppression des hautes fréquences.

Grâce à cette construction pyramidale dans le domaine de Fourier, on obtient à chaque échelle une mesure de confiance externe c_o^l qui traduit la présence de bruit et de zones de repliement susceptibles de perturber l'estimation des fréquences locales.

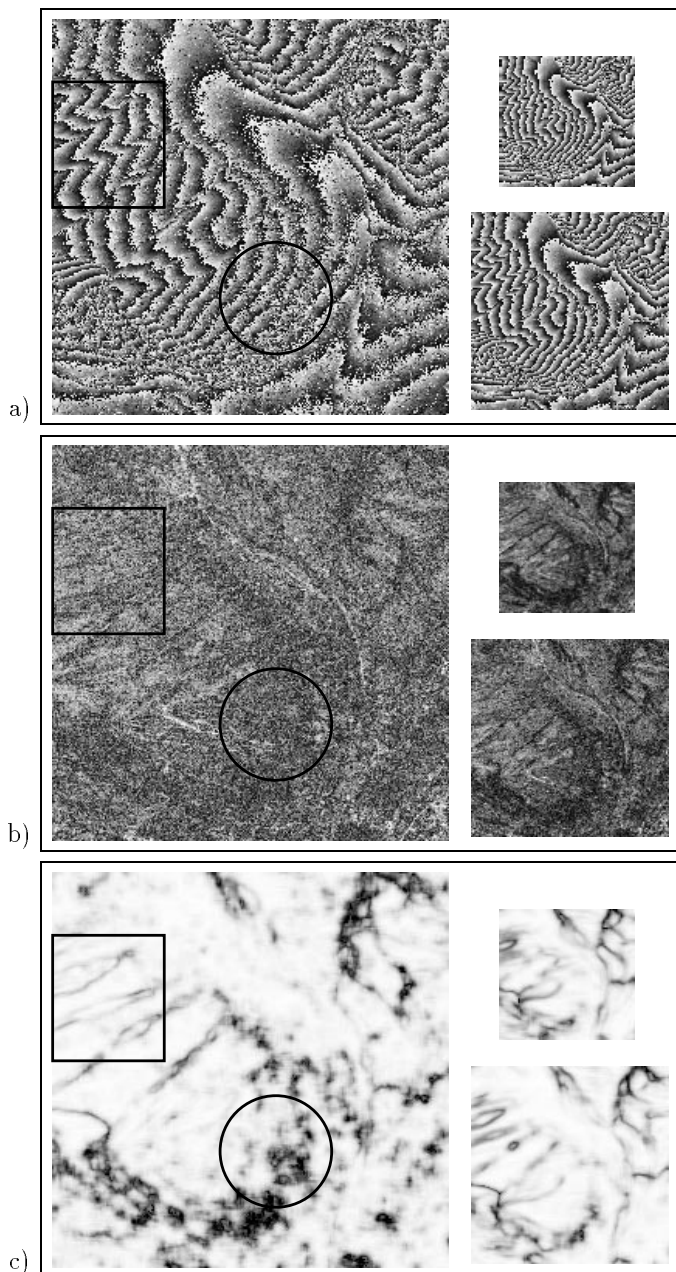


FIG. 1: a) phase interférométrique, b) cohérence. Résolution initiale (© CNES) et échelles réduites d'un facteur 2 et 3 par troncature du spectre. c) mesure de confiance interne associée à l'estimation des fréquences locales (1 en blanc, 0 en noir).

2.2 Confiance interne

L'algorithme étudié permet d'estimer les fréquences locales d'un interférogramme en modélisant le signal de phase par une sinusoïde complexe 2-D :

$$s(m, n) = e^{j\phi(m, n)} = e^{j2\pi(m \cdot f_x + n \cdot f_y)} \quad (2)$$

On montre [2] que la matrice d'autocorrélation (MAC) du signal bruité Γ_{s_b} peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma_{s_b} = K \cdot \Gamma_s + (1 - K) \cdot I \quad (3)$$

où Γ_s est la MAC du signal modélisé, I la matrice identité et K une constante liée à la distribution du bruit de phase. En écrivant Γ_s sous la forme :

$$\Gamma_s = \underline{e}(f_x, f_y) \cdot \underline{e}(f_x, f_y)^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot f_x} & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot 2f_x} & & & & & \\ \dots & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot (D_s-1)f_x} & & & & & \\ \text{---} & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot f_y} & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot (f_x+f_y)} & & & & & \\ \dots & & & & & \\ e^{j2\pi \cdot ((D_s-1)f_x+f_y)} & & & & & \\ \text{---} & & & & & \\ \dots & & & & & \end{bmatrix} \cdot \left[\underline{e}(f_x, f_y)^\dagger \right] \quad (4)$$

on fait apparaître la structure Toeplitz par bloc des MAC. On observe que les lignes (ou les colonnes) de Γ_s sont liées par le coefficient $a_x = e^{j2\pi \cdot f_x}$ à l'intérieur d'un bloc et par le coefficient $a_y = e^{j2\pi \cdot f_y}$ d'un bloc au suivant. Les équations (3) et (4) permettent d'obtenir :

- une estimation de la fréquence locale 2-D (\hat{f}_x, \hat{f}_y) par le calcul des coefficients a_x et a_y par moindres carrés à partir de la matrice Γ_{s_b} estimée localement,
- une mesure de confiance c_a comprise entre 0 et 1 qui traduit la confiance accordée à chaque estimation. Le calcul de c_a détaillé dans [2] s'appuie sur deux critères d'erreur liés à la méthode d'estimation :
 - les erreurs quadratiques résiduelles du calcul des coefficients a_x et a_y ,
 - une distance entre les propriétés du modèle et celles du résultat : le vecteur fréquence $\underline{e}(\hat{f}_x, \hat{f}_y)$ est a priori le vecteur propre de Γ_{s_b} associé à sa plus grande valeur propre (principe de l'algorithme MUSIC [8]).

Cette mesure de confiance interne illustrée figure 1-c) révèle les zones où l'algorithme est capable d'estimer les fréquences locales de façon fiable. Dans les zones bruitées, on observe un accroissement de la confiance dans les échelles de plus faible résolution où l'on bénéficie de la réduction du bruit. Seule une petite partie de la zone entourée par un cercle reste inaccessible aux échelles Λ^2 et Λ^3 . En revanche, les franges étroites encadrées par un rectangle sont estimées avec une confiance plus faible dans les échelles réduites, notamment sur les zones de pincement en raison de la non-stationnarité du motif et des discontinuités du modèle.

2.3 Complémentarité

Les mesures de confiance externe et interne sont complémentaires : la cohérence c_o traduit un doute sur la qualité du signal de phase alors que la confiance c_a , plus contrastée, indique si l'algorithme est ou n'est pas en mesure d'estimer la fréquence locale au travers du bruit. Etant directement lié à la technique d'estimation, cet *auto-diagnostic* est plus discriminant dans les zones intermédiaires. En revanche, il peut accorder une confiance importante à des résultats obtenus dans des zones que l'on sait par ailleurs être inexploitable telles que les zones de repliement révélées par la cohérence (les zones sombres de l'échelle Λ^3 , figure 1-c)).

3 Stratégie de fusion

En appliquant l'algorithme précédent à plusieurs échelles (typiquement entre 3 et 6), on dispose en chaque pixel de la résolution initiale des hypothèses de fréquence locale 2-D $h^l = (\hat{f}_x^l, \hat{f}_y^l)$, accompagnées des deux mesures de confiance c_o^l et c_a^l (cf. figure 2). Nous souhaitons obtenir comme résultat final une unique estimée fréquentielle dotée d'une mesure de confiance globale c_g .

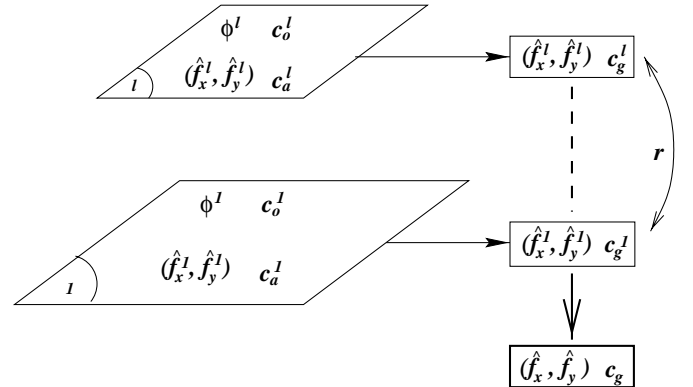


FIG. 2: Stratégie de fusion des mesures de confiance (c_o^l, c_a^l) et des fréquences $(\hat{f}_x^l, \hat{f}_y^l)$ estimées sur la phase ϕ^l

La stratégie de fusion la plus directe serait de choisir l'hypothèse qui bénéficie du maximum de confiance en considérant l'une ou l'autre des deux mesures ou une combinaison des deux. Cette stratégie de type *max* a le défaut de ne pas tirer partie de la redondance qui existe entre plusieurs estimations du même motif de franges vu à différentes échelles. Une stratégie de fusion diamétralement opposée serait de faire la moyenne de l'ensemble des hypothèses en introduisant éventuellement une pondération en fonction des mesures de confiance. Cette stratégie de type *mean* présente en revanche le défaut de moyenniser des hypothèses qui peuvent être totalement contradictoires, ce qui perturbe le résultat final. Afin de tirer partie de la redondance entre les estimations concordantes tout en écartant les estimations en contradiction avec la valeur la plus probable, nous adoptons une stratégie intermédiaire fondée sur la notion de compatibilité.

Dans une première étape, nous cherchons à associer à chaque hypothèse h^l une confiance globale c_g^l construite

à partir des confiances externes et internes. Pour tenir compte de leur complémentarité, les mesures c_o et c_a sont combinées par une somme symétrique choisie dans la classe des opérateurs à comportement variable [9] :

$$c_g^l = \frac{c_a^l c_o^l}{1 - c_a^l - c_o^l + 2c_a^l c_o^l} \quad (5)$$

On réalise ainsi une fusion conjonctive lorsque les deux mesures sont inférieures à 0,5 (renforcement du doute) et disjonctive lorsque les deux mesures sont supérieures à 0,5 (augmentation de la confiance).

Dans une deuxième étape, nous calculons un coefficient de compatibilité entre deux hypothèses défini par :

$$r(h^l, h^{l'}) = c_g^l \cdot c_g^{l'} \cdot (1 - d(h^l, h^{l'})) \quad (6)$$

où $d(h^l, h^{l'})$ est une distance entre deux fréquences 2-D. Puis nous recherchons l'hypothèse optimale h^{opt} qui maximise la somme des compatibilités sur l'ensemble des hypothèses.

La troisième étape consiste à calculer la fréquence finale (\hat{f}_x, \hat{f}_y) et la confiance associée c_g en faisant la moyenne des valeurs des différentes échelles pondérées par les coefficients de compatibilités $r(h^{opt}, h^l)$:

$$\hat{f}_x = \arg \left(\sum_l r(h^{opt}, h^l) e^{i2\pi \hat{f}_x^l} \right), \quad \text{idem pour } \hat{f}_y \quad (7)$$

$$c_g = \frac{\sum_l r(h^{opt}, h^l) c_g^l}{\sum_l r(h^{opt}, h^l)} \quad (8)$$

4 Résultats

Les résultats obtenus sur des données réelles en interférométrie radar ont montré la grande robustesse de l'estimée finale, notamment dans son utilisation en filtrage et en développement de phase [10]. Cette robustesse vient tout d'abord de l'utilisation conjointe des deux mesures de confiance qui permet d'accorder un poids plus important aux hypothèses calculées sur les données les plus propices (confiance externe) et dans les meilleures conditions pour l'algorithme (confiance interne). Elle est ensuite renforcée par la recherche de l'hypothèse optimale qui évite le caractère aléatoire d'un maximum de confiance lié à une hypothèse isolée en contradiction avec d'autres hypothèses de forces légèrement inférieures. Enfin le moyennage effectué en fonction des compatibilités avec l'hypothèse optimale permet de diminuer la variance d'estimation sans pour autant polluer le résultat par la prise en compte d'estimations incohérentes. La détermination de l'échelle optimale est illustrée sur la figure 3 : on observe la prédominance des échelles Λ^2 et Λ^3 dans le cercle où les franges initiales sont très bruitées et la prédominance de l'échelle Λ^1 dans le rectangle où les franges sont très étroites.

5 Conclusion

La stratégie développée ici est une première approche destinée à prendre en compte différents types d'information au sein du processus de fusion. Dans l'application

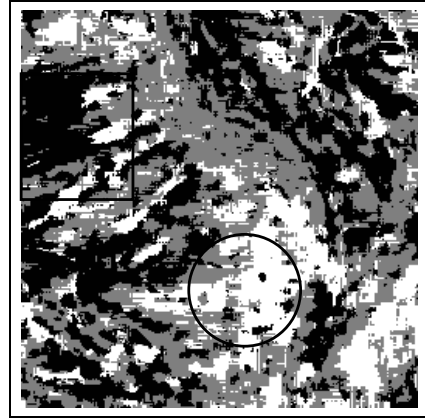


FIG. 3: Echelle optimale pour une fusion portant sur les 3 échelles illustrées figure 1 (noire : Λ^1 , gris Λ^2 , blanc Λ^3)

considérée, les deux mesures de confiance utilisées sont liées à la qualité des données et à la fiabilité de l'algorithme d'estimation. Mais la démarche est relativement générale : elle pourra s'étendre à d'autres problèmes de fusion où les données comportent une mesure de confiance externe (un rapport signal à bruit par exemple) et les différents résultats sont obtenus avec leur propre mesure de confiance (une variance d'estimation, une distance au modèle...).

Références

- [1] J. S. Lee, K. W. Hoppel, S. A. Mango, and A. R. Miller. Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 32(5):1017–1028, 1994.
- [2] E. Trouvé, M. Caramma, and H. Maître. Fringe detection in noisy complex interferograms. *Applied Optics*, 35(20):3799–3806, July 1996.
- [3] D. Dubois and H. Prade. Possibility theory and data fusion in poorly informed environments. *Control Engineering Practice*, 2(5):811–823, 1994.
- [4] R. Yager and A. Kelman. Fusion of fuzzy information with considerations for compatibility, partial aggregation and reinforcement. *International Journal of Approximate Reasoning*, 15:93–122, 1996.
- [5] F. Delmotte and P. Borne. Modeling of reliability with possibility theory. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 28(1):78–88, 1998.
- [6] D. Massonnet, F. Perlant, and T. Rabaut. Précision et niveau d'artéfacts dans les calculs de modèles numériques de terrain par interférométrie (in english). In *From optics to radar, SPOT and ERS applications, Paris - France*, pages 511–523. CEPADUES-EDITIONS, 1993.
- [7] H. A. Zebker and J. Villasenor. Decorrelation in interferometric radar echoes. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 30(5):950–959, 1992.
- [8] P. Stoica and A. Nehorai. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. *IEEE Trans. Acoustic, Speech, and Signal Processing*, 37(5):720–741, May 89.
- [9] I. Bloch. Information combination operators for data fusion: a comparative review with classification. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 26(1):52–67, January 1996.
- [10] E. Trouvé, J. M. Nicolas, and H. Maître. Improving phase unwrapping techniques by the use of local frequency. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 36(6):1963–1972, November 1998.