

Localisation de défauts dans les machines asynchrones par des méthodes MCMC

Céline THEYS, Michelle VIEIRA

I3S, UPRES-A CNRS 6070
Les Algorithmes/ Bât. Euclide
2000 route des Lucioles, BP121, 06903 Sophia-Antipolis cedex, France
theys@unice.fr, vieira@unice.fr

Résumé – Surveiller le courant statorique des machines à induction est une technique très classique pour obtenir des informations sur l'état de santé du moteur. En effet, la présence d'un défaut est caractérisé dans le spectre du courant statorique par l'apparition ou la modifications de certaines raies. Une approche Bayésienne est proposée pour estimer les paramètres modifiés par l'éventuel défaut en tenant compte des a priori construits à partir des conditions de l'expérience. L'estimation est réalisée à partir d'échantillons de la densité de probabilité a posteriori des paramètres, générés par un algorithme de Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC).

Abstract – Processing of the stator current of induction machines is a widely used technique for obtaining health state information. In effect, some components appear or are modified in the current spectrum if a fault occurs. A Bayesian approach is proposed to estimate the parameters modified by the possible default taking into account the a priori densities, built from the experiment conditions. The estimation is made from the samples of the a posteriori parameters density generated by a Monte Carlo Markov Chain (MCMC) algorithm.

1 Position du problème

La nécessité de surveiller et de contrôler les machines à induction s'est accrue ces dix dernières années en raison des pertes économiques importantes que peut occasionner un défaut soudain du moteur.

Parmi tous les paramètres surveillés pour obtenir des informations sur l'état de santé des machines: les vibrations, la vitesse du rotor [4], le plus couramment utilisé reste le courant statorique. En effet, c'est un paramètre facile d'accès et la présence d'un défaut se caractérise dans le spectre du courant statorique par l'apparition ou l'augmentation de certaines composantes permettant de détecter la présence et, dans certains cas, le type de défauts. De plus, toutes les fréquences principales du courant statorique dépendent linéairement du glissement, paramètre relié à la charge, [1] [5].

Dans ce papier, une approche Bayésienne associée à un algorithme de Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC) est proposée pour analyser le courant statorique de la machine saine puis avec défaut. Cette approche consiste à estimer les paramètres d'intérêt: le glissement et les amplitudes susceptibles d'être affectées par le défaut, à partir de la densité a posteriori des paramètres, simulée grâce à un algorithme MCMC. La densité a posteriori est évaluée à partir de la fonction de vraisemblance des données, et de distributions a priori sur certains paramètres. L'introduction de densités a priori sur le glissement et sur les amplitudes invariantes par apparition du défaut permet, respectivement, d'utiliser l'information délivrée par l'expérimentateur et de régulariser le modèle lorsque le glissement tend vers zéro. Des résultats sur signaux synthétiques puis

sur données réelles permettent de valider la méthode proposée.

2 Modèle du courant statorique

Soit $\mathbf{d} = [d(0), \dots, d(N-1)]^T$, le vecteur de N échantillons observés du courant statorique, composé de M sinusoides dans un bruit additif, [6].

Le modèle peut s'écrire:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{a} + \mathbf{D}\mathbf{b} + \mathbf{e}, \quad (1)$$

où le terme $\mathbf{G}\mathbf{a}$ comprend les p sinusoides à estimer, c.a.d susceptibles d'être affectées par le défaut et le terme $\mathbf{D}\mathbf{b}$ les $M - p + 1$ restantes.

$\mathbf{e} : N \times 1$ est le vecteur des N échantillons de bruit à moyenne nulle, i.i.d., blanc, Gaussien de variance σ^2 inconnue.

$\mathbf{a} : 2p \times 1$ est le vecteur des amplitudes à estimer tel que:

$$\mathbf{a} = [a_{c1} \ a_{s1} \ a_{c2} \ a_{s2} \ \dots \ a_{cp} \ a_{sp}]^T,$$

avec $a_{ck} = A_k \cos(\phi_k)$, $a_{sk} = -A_k \sin(\phi_k)$, A_k et ϕ_k sont, respectivement, l'amplitude et la phase de la k^e sinusoïde. $\mathbf{G} : N \times 2p$ est une matrice définie par :

$$\mathbf{G} = [\mathbf{f}_{c1} \ \mathbf{f}_{s1} \ \mathbf{f}_{c2} \ \mathbf{f}_{s2} \ \dots \ \mathbf{f}_{sp}],$$

où

$$\mathbf{f}_{ck}^T = [1 \ \cos(\omega_k) \ \dots \ \cos(\omega_k(N-1))]^T,$$

$$\mathbf{f}_{sk}^T = [0 \ \sin(\omega_k) \ \dots \ \sin(\omega_k(N-1))]^T$$

. ω_k est la pulsation de la k^e sinusoïde reliée au glissement g selon $\omega_k = \alpha_k g + \beta_k$, où α_k et β_k dépendent des paramètres connus de la machine.

$\mathbf{b} : 2(M - p + 1) \times 1$ est le vecteur des amplitudes à éliminer par intégration

$$\mathbf{b} = [a_{c(p+1)} \quad a_{s(p+1)} \quad \cdots \quad a_{cM} \quad a_{sM}]^T,$$

et $\mathbf{D} : N \times 2(M - p + 1)$ est la matrice définie par :

$$\mathbf{D} = [\mathbf{f}_{c(p+1)} \quad \mathbf{f}_{s(p+1)} \quad \cdots \quad \mathbf{f}_{cM} \quad \mathbf{f}_{sM}].$$

Les paramètres du modèle à estimer sont le glissement du moteur g , les amplitudes complexes des raies affectées par le défaut \mathbf{a} et la variance du bruit σ^2 .

3 Solution Bayésienne

Dans le contexte Bayésien, deux étapes successives sont nécessaires :

1. Déterminer l'expression analytique de la densité a posteriori des paramètres $p(\mathbf{a}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I)$ où I est l'information a priori.
2. Trouver la moyenne de cette densité, ce qui équivaut à estimer par MMSE (Minimum Mean Square Error) les paramètres g , σ^2 et \mathbf{a} .

Étant donnée la densité de probabilité du bruit \mathbf{e} , la fonction de vraisemblance des données est :

$$p(\mathbf{d} | \mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g, I) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{N}{2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a} - \mathbf{D}\mathbf{b})^T(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a} - \mathbf{D}\mathbf{b})\right]. \quad (2)$$

À partir du théorème de Bayes, $p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I)$ est donnée par :

$$p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I) = \frac{p(\mathbf{d} | \mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g, I)p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | I)}{p(\mathbf{d} | I)}, \quad (3)$$

où $p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | I)$ est la densité a priori des paramètres et $p(\mathbf{d} | I)$ est la constante de normalisation.

Comme $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, g, \sigma^2)$ sont i.i.d :

$$p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | I) \propto p(\mathbf{a} | I)p(\mathbf{b} | I)p(g | I)p(\sigma^2 | I) \quad (4)$$

Les a priori suivants pour \mathbf{a} , \mathbf{b} , σ^2 et g ont été choisis :

- A priori Gaussiens centrés pour \mathbf{a} et \mathbf{b} .

$$p(\mathbf{a} | I) = (2\pi\sigma_a^2)^{-N/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}\mathbf{a}^T\mathbf{a}\right) \quad (5)$$

$$p(\mathbf{b} | I) = (2\pi\sigma_b^2)^{-N/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_b^2}\mathbf{b}^T\mathbf{b}\right) \quad (6)$$

- A priori de Jeffrey pour σ^2 : $p(\sigma^2 | I) \propto \frac{1}{\sigma^2}$
- A priori Gaussien non centré tronqué pour g :

$$p(g | I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_g^2}(g - \mu_g)^2\right) I_{(g \geq 0)} \quad (7)$$

où μ_g et σ_g^2 sont fixés par l'expérimentateur, σ_a et σ_b sont à fixer en fonction des caractéristiques du moteur.

Après élimination de \mathbf{b} par intégration sur son domaine de définition :

$$p(\mathbf{a}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I) = \int_{R^{2(M-p+1)}} p(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I) d\mathbf{b}, \quad (8)$$

la densité a posteriori des paramètres est donnée par :

$$p(\mathbf{a}, \sigma^2, g | \mathbf{d}, I) \propto \frac{\sigma^{-\frac{(N-M+2)}{2}}}{|D^T D + \frac{\sigma^2}{\sigma_b^2} I|^{1/2}} I_{(g \geq 0)} \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}\mathbf{a}^T\mathbf{a} - \frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a})^T(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a})\right) \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_g^2}(g - \mu_g)^2 - \frac{(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a})^T D D^T (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{a})}{2\sigma^2(D^T D - \frac{\sigma^2}{\sigma_b^2} I)}\right). \quad (9)$$

L'introduction d'une densité a priori informative sur \mathbf{b} additionne le terme $\eta = \sigma^2/\sigma_b^2$ appelé paramètre de régularisation à $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ au déterminant du dénominateur. Lorsque g tend vers 0, $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ devient singulière et le mode de cette densité se déplace en $g = 0$. η permet alors d'améliorer l'estimation pour les valeurs de glissement très petites comme on le verra dans la section suivante.

Dans le formalisme Bayésien, la seconde étape consiste à évaluer la moyenne de cette densité a posteriori mais il apparaît évident que sa complexité ne permet pas d'obtenir une solution analytique simple. On se propose alors de générer des échantillons de cette densité à partir de l'algorithme de Metropolis-Hastings *une variable à la fois*.

4 Simulation par MCMC

Les algorithmes MCMC sont des méthodes de simulation qui génèrent un échantillon d'une densité cible $\pi(\cdot)$ en spécifiant la probabilité de transition d'un processus de Markov. Une des méthodes MCMC les plus utilisées est celle de Metropolis-Hasting (M-H), pour lequel le noyau de transition est défini par :

$$P_{MH}(x^{(t)}, dy) = q(x^{(t)}, y) \alpha(x^{(t)}, y) dy + \left[1 - \int_R q(x^{(t)}, y) \alpha(x^{(t)}, y) dy\right] \delta_{x^{(t)}}(dy) \quad (10)$$

où $q(x^{(t)}, y)$ est une densité multivariable génératrice de candidats et $\alpha(x^{(t)}, y)$, la probabilité d'acceptation, est définie par :

$$\alpha(x^{(t)}, y) = \begin{cases} \min\left\{\frac{p(y)q(y, x^{(t)})}{p(x^{(t)})q(x^{(t)}, y)}, 1\right\} & \text{si } p(x^{(t)})q(x^{(t)}, y) > 0 \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (11)$$

Une famille importante de densités génératrice de candidat est de la forme $q(x^{(t)}, y) = q_1(y - x^{(t)})$ où $q_1(\cdot)$ est une densité multivariable, facilement simulable, indépendante de x . Le candidat y est ainsi généré par le processus $y = x^{(t)} + z$ où z est une variable aléatoire d'incrément qui suit $q_1(\cdot)$. Cet algorithme M-H dit à marche aléatoire est

choisi puisqu'il ne nécessite pas la connaissance du support de la densité cible, voir [2] pour plus de détails sur cet algorithme.

Dans notre cas, $2p+2$ densités de probabilité a posteriori conditionnelles doivent être simulées à partir de la densité conjointe (9), on utilise la version *une variable à la fois* de l'algorithme M-H combinant $2p+2$ remises à jour à chaque itération, la convergence est alors plus rapide et plus sûre qu'avec l'algorithme M-H *global*. Dans notre cas, les $2p+2$ densités génératrices de candidats sont choisies Gaussiennes, indépendantes, de moyenne nulle et de variances expérimentalement fixées pour un taux d'acceptation optimal, [3].

Après un nombre suffisant d'itérations T , les moyennes a posteriori sont calculées à partir des échantillons des chaînes générées $g^{(i)}$, $\sigma^{2(i)}$ et $a_k^{(i)}$:

$$\hat{g} = \frac{1}{T - T_0} \sum_{i=T_0}^T g^{(i)}, \quad \hat{\sigma} = \frac{1}{T - T_0} \sum_{i=T_0}^T \sigma^{2(i)}, \quad (12)$$

$$\hat{a}_k = \frac{1}{T - T_0} \sum_{i=T_0}^T a_k^{(i)} \quad (13)$$

Les T_0 premiers échantillons constituent la période de chauffage, au delà de laquelle les propriétés asymptotiques de la chaîne sont vérifiées.

5 Simulations

Afin d'estimer les performances de la méthode proposée, des simulations à partir d'un signal de longueur $N = 100$ et de rapport signal sur bruit $RSB = 20dB$ ont été réalisées pour simuler le fonctionnement d'une machine saine. Le signal généré simule les $M = 13$ principales composantes spectrales du courant statorique pour la fréquence normalisée d'alimentation $f_0 = 0.05$, 9 d'entre elles sont les premiers harmoniques de f_0 et les 4 autres dépendent de g : $f = f_0 \pm x$, $f_0 \pm y$ avec $x = \frac{(1-g)f_0}{2}$ et $y = 2gf_0$, figures 1 et 2.

Le glissement a été fixé à une valeur nécessitant la régularisation: $g = 0.025$. La longueur et la période de chauffage de la chaîne ont été fixées respectivement à $T = 2000$ et $T_0 = 1000$. μ_g est fixée à la valeur donnée et σ_g est fixée de manière à refléter la précision des instruments de mesure soit $\sigma_g = 0.005$. Étant donné que la machine est saine: $p = 0$ et deux chaînes ont été générées: $g^{(i)}$ et $\sigma^{2(i)}$.

Les estimations MMSE sont données pour 2 valeurs du paramètre de régularisation $\eta = \sigma^2/\sigma_b^2$ dans le tableau 1. La figure 3 montre les histogrammes des chaînes générées

TAB. 1: Estimation MMSE de g et σ suivant la valeur du paramètre de régularisation .

	$\eta = 1.1e - 5$	$\eta = 1.1e - 3$
$g = 0.02$	$\hat{g} = 0.0085$	$\hat{g} = 0.0197$
$\sigma^2 = 1.1e - 3$	$\hat{\sigma}^2 = 0.9e - 3$	$\hat{\sigma}^2 = 1.1e - 3$

pour g et σ^2 . En regard des résultats, l'augmentation du paramètre de régularisation (la diminution de la variance

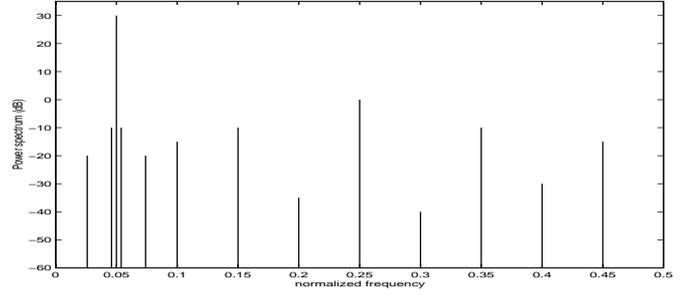


FIG. 1: Composantes spectrales principales

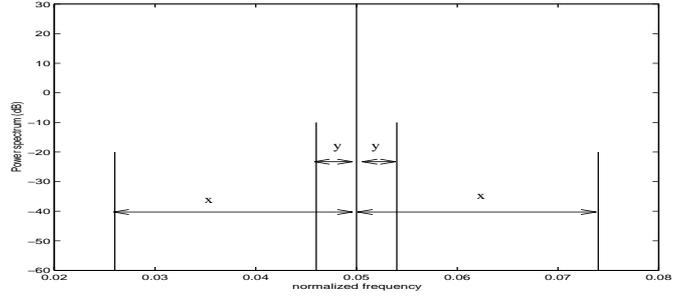


FIG. 2: Zoom autour de $f_0 = 0.05$

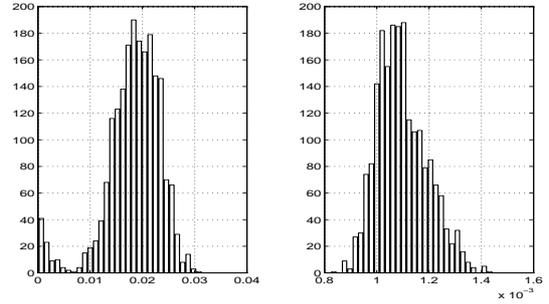


FIG. 3: Histogrammes des $T - T_0$ échantillons générés pour estimer g et σ pour $\eta = 1.1e - 3$

de l'a priori Gaussien sur **b**) permet d'améliorer notablement les estimations.

6 Résultats sur signaux réels

Des expériences de laboratoire ont été effectuées avec un moteur de $4kW$:

1. supposé sain.
2. avec un défaut de déséquilibre au stator (une résistance de 0.2 p.u. ayant été rajoutée sur une phase).

La séquence des $N = 100$ données du courant statorique est représenté sur la figure 4 dans les 2 cas. Le modèle des échantillons du courant statorique est composé de $M = 13$ raies spectrales principales. la troisième harmonique de la fréquence d'alimentation, $f_0 = 0.05$ a été modifiée par le défaut ($p = 1$).

La valeur de glissement fourni par l'expérimentateur nous donne $\mu_g = 0.037$ et la précision des appareils de mesure permet de fixer la variance de l'a priori sur g à $\sigma_g = 0.004$. Les variances des a priori sur **a** et **b** sont fixées à $\sigma_a = \sigma_b = 10$.

TAB. 2: Moyenne et variance des estimations

	(1)		(2)	
	Moyenne	Variance	Moyenne	Variance
A_1	1.16e-2	9.86e-7	6.84e-2	1.17e-6
g	0.0329	1.58e-5	0.0335	1.60e-5
σ	8.147e-3	7.5e-8	8.145e-3	7.4e-8

Durant le procédé d'échantillonnage, les $T_0 = 1000$ premiers tirages ont été ignorés et les $T = 3000$ suivants ont servis à calculer la moyenne *a posteriori* de (12) pour estimer g , A_1 et σ^2 dans chacun des cas, tableau 2.

La chaîne générée pour g est représentée sur la figure 5. Les histogrammes des échantillons générés pour A_1 sont donnés figures 6 dans le cas (1) et 7 dans le cas (2).

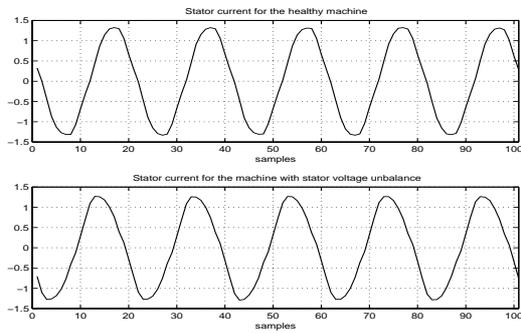


FIG. 4: Échantillons du courant statorique pour la machine saine (1) et avec défaut (2)

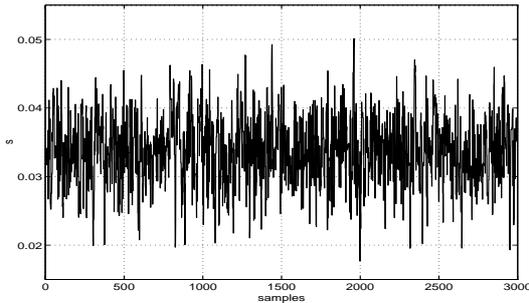


FIG. 5: Chaîne générée pour estimer g (1)

7 Conclusion

Un schéma original Bayésien utilisant l'algorithme de Metropolis-Hastings pour estimer les paramètres des moteurs à induction a été proposé. L'introduction de densités *a priori* et d'un paramètre de régularisation permet d'améliorer l'estimation lorsque les valeurs du glissement sont proches de zéro. Des résultats concluants ont été obtenus sur des signaux synthétiques et des signaux réels.

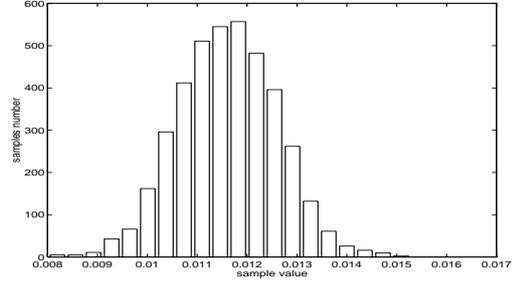


FIG. 6: Histogrammes des échantillons générés pour A_1 , moteur sain (1)

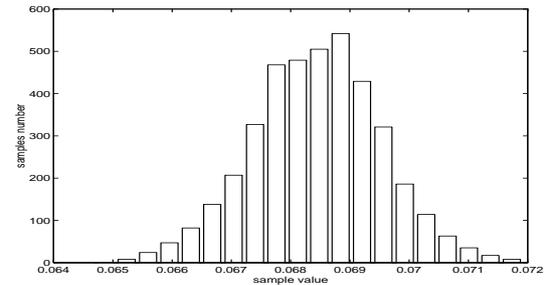


FIG. 7: Histogrammes des échantillons générés pour A_1 , moteur avec défaut (2)

References

- [1] M.E.H. Benbouzid, M. Vieira, and C. Theys. Induction Motors Faults Detection and Localization using Stator Current Advanced Signal Processing Techniques. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(1):14–22, 1999.
- [2] S. Chib and E. Greenberg. Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. *The American Statistician*, 49:327–335, 1995.
- [3] A. Gelman, W.R. Gilks, and G.O. Roberts. *Bayesian Statistics 5*, chapter Efficient Metropolis Jumping Rules, pages 599–608. Oxford University Press., 1996.
- [4] R. Hirvonen. On-line Condition Monitoring of Defects in Squirrel Cage Motors. *ICEM*, pages 267–272, 1994.
- [5] R.R. Schoen, B.K. Lin, T.G. Habetler, J.H. Schlag, and S. Farag. An Unsupervised, On-Line System for Induction Motor Fault Detection using Stator Current Monitoring. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 31(6):1280–1286, 1995.
- [6] M. Vieira and C. Theys. Bayesian Analysis for the Fault Detection of Three-phase Induction Machine. *ICASSP*, IV:2237–2240, 1998.