

# Comportement de l'enveloppe dans la transmission HF modélisée par des retards gaussiens

Madalina ANDREI, Bernard LACAZE

ENSEEIH7/SIC

2 Rue Camichel, 31071 Toulouse Cedex, France

madalina@len7.enseeiht.fr, lacaze@len7.enseeiht.fr

**Résumé** – Dans un environnement multitrajets, le signal reçu se compose d'une onde directe et d'un ensemble de termes correspondant aux contributions respectives de cette onde qui supporte des réflexions, ou des diffractions. Les évanouissements, retards, effets Doppler qui en résultent alourdissent la transmission radio. Dans la transmission digitale, les pertes sont liées au pourcentage de passages à niveau, à la profondeur et à la durée d'évanouissement. Nous étudions les caractéristiques statistiques du signal reçu et en particulier la distribution des durées d'évanouissement, en considérant un modèle de propagation multitrajets basé sur des retards aléatoires Gaussiens.

**Abstract** – In a multipath environment the received signal consists of the LOS (line of sight) component together with a number of other components which are going through at least one order of reflection or diffraction, before arriving at the receiver. The reason why multipath makes wireless communication hard is because it is related with the following phenomena : fading, delay spread, Doppler shift. Error loss, in digital data transmission, is related to the rate of level crossings and the depth and duration of fades. Considering a multipath propagation model based upon Gaussian random delays, statistical characteristics of the received signal are studied and particularly, the distribution of the lengths of fades is analyzed.

## 1 INTRODUCTION

La modélisation de canaux ionosphériques présente beaucoup d'intérêt pour les équipements destinés à la communication radio dans la bande HF. Plusieurs modèles de canaux ont été étudiés, le plus utilisé étant le modèle de Watterson [1] adopté dans les standards CCIR [2]. Plus tard, d'autres modèles large-bande ont été proposés [3], [4], [5], [6].

Nous allons étudier au cours de cet article un modèle multitrajets basé sur des changements d'horloge gaussiens [7].

Les fluctuations des amplitudes et des phases engendrent des périodes d'évanouissement (fading), où la réception est sujette à des taux d'erreurs importants.

La distribution des périodes d'évanouissement a été étudiée pour différents niveaux. Ce domaine d'investigation a été ouvert par S.O. Rice [8]. Ces recherches ont été développées plus tard par M. Kac and D. Slepian [9], V.A. Volkonski et Yu. A. Rozanov [10]...

Nous allons analyser au cours de cet article la distribution de durées d'évanouissements pour le modèle proposé.

On comparera les résultats avec ceux obtenus par d'autres auteurs.

## 2 RETARDS ALEATOIRES

Lorsqu'on transmet une onde monochromatique de fréquence  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ , le signal reçu est une somme de com-

posantes différentes, car chaque trajet est sujet à des évanouissements, des retards et des légers changements de fréquence. Au cours de cet article nous allons considérer que les retards aléatoires ont un caractère Gaussien.

L'onde reçue  $Y(t)$  peut être modélisée par :

$$Y(t) = \sum_{k=1}^n a_k e^{i\omega_0(t-t_k - A_k(t)) + iv_k t} \quad (1)$$

où :

$n$  est le nombre de trajets multiplié par 2, avec des valeurs typiques de 6, 8.

$a_k$  définit l'énergie transmise dans chaque trajet, ( $a_k > 0$ ).

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  est la fréquence de l'onde émise, 3-30 MHz.

$t_k$  est le temps moyen de transmission, (0.1 ms - 8 ms).

$v_k$  représente l'effet Doppler, (0-3 Hz).

$A_k$  est un retard Gaussien, considéré comme un processus stationnaire, caractérisé par les fonctions caractéristiques de  $A_k(t)$ , et de  $A_k(t) - A_k(t - \tau)$  :

$$\begin{cases} \Psi(\omega) = e^{-\sigma_k^2 \omega^2 / 2} \\ \Phi(\tau, \omega) = e^{-\sigma_k^2 \omega^2 (1 - \rho_k(\tau))} \end{cases}, \text{ où :}$$

$\sigma_k^2 = \text{Var}(A_k(t))$  et

$\sigma_k^2 \rho_k(\tau) = \text{Cov}(A_k(t), A_k(t - \tau))$ .

Nous supposons que les processus  $A_k(t)$  sont indépendants, ce qui implique que le modèle  $Y(t)$  est stationnaire pour  $\omega_0 \sigma_k$  suffisamment grand.

### 3 L'ENVELOPPE

Soit (1), soit

$$B_k(t) = \omega_0(t - t_k - A_k(t)) + v_k t ,$$

Alors, l'enveloppe  $R(t)$  de  $Y(t)$  devient:

$$R(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^n a_k^2 + 2 \sum_{k \neq j} a_k a_j \cos(B_k - B_j)} \quad (2)$$

Pour  $n$  suffisamment grand et pour des retards de variance suffisante, les résultats obtenus par simulation [12] ont démontré que la loi Gaussienne représente une bonne approximation pour les parties réelles et imaginaires du signal reçu. En conséquence, l'enveloppe  $R(t)$  suit une distribution de Rayleigh.

### 4 L'EVANOUISSEMENT

Nous allons analyser la distribution des durées d'évanouissement, c'est-à-dire les longueurs des intervalles pendant lesquels l'enveloppe du signal reste en dessous d'un seuil spécifié. La fig. 1 définit les périodes de "fading" et de "non-fading" pour un échantillon du signal au seuil  $r$ .

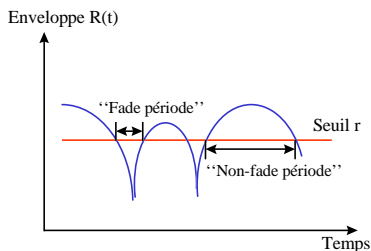


Fig.1: Fade et non-fade périodes du signal

Le processus  $Y(t)$  s'évanouit au-dessous du seuil  $r$  quand l'enveloppe  $R(t)$  de  $Y(t)$  passe le niveau  $r$  en descendant.

Une durée d'évanouissement est un intervalle de temps  $T_r$  entre le passage de  $R(t)$  au niveau  $r$  en descendant et le passage suivant au niveau en montant.

Nous notons  $F(u, r)$  la probabilité que  $R(t)$  reste au-dessous du seuil  $r$  moins de  $u$  secondes.

$$F(u, r) = \Pr(T_r < u)$$

S.O. Rice [8] et plus tard H.Cramer [11] ont étudié le cas où l'enveloppe du signal reçu est celle d'un bruit Gaussien ayant un spectre Gaussien étroit, centré sur la fréquence émise.

Dans [8] sont données les évaluations de  $F(u, r)$  réduite pour deux cas particuliers :

$$\begin{cases} F_1 = F(u, r \rightarrow \infty) = e^{-u} \\ F_2 = F(u, r \rightarrow 0) = \frac{2}{u} I_1\left(\frac{2}{\pi u^2}\right) e^{-2/\pi u^2} \end{cases} \quad (3)$$

où  $I_1(z)$  représente la fonction Bessel d'argument imaginaire.

En utilisant le modèle multitrajet (1-2), on représente sur les figures suivantes la distribution  $F$  de périodes

d'évanouissement pour différentes valeurs du seuil  $r$ , et on la compare avec les expressions analytiques (3) obtenues par Rice.

Nous avons considéré différentes distributions des coefficients  $a_k$  :

a) les coefficients  $\{a_k\}_{k=1..n}$  suivent une loi gaussienne (fig. 2)

b) les coefficients  $\{a_k\}_{k=1..n}$  sont uniformément distribués (fig. 3)

c)  $a_k = 1/\sqrt{n}$ ,  $k = 1, 2..n$  (fig. 4)

Les simulations ont été réalisées pour  $n = 6$  et  $\omega_0 \sigma = 14$ .

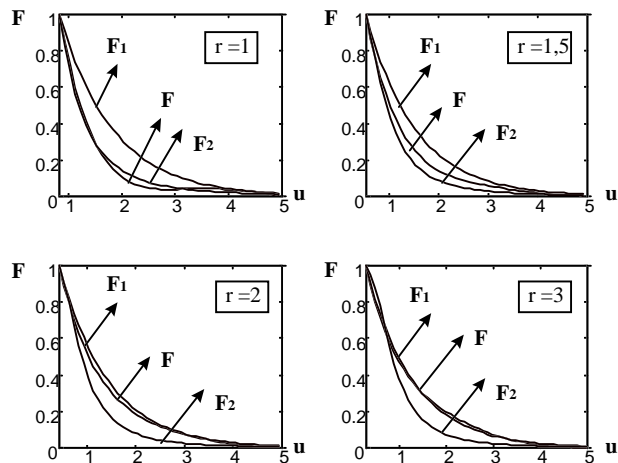


Fig. 2: Fade distribution pour  $\{a_k\}_{k=1..n}$  gaussiens

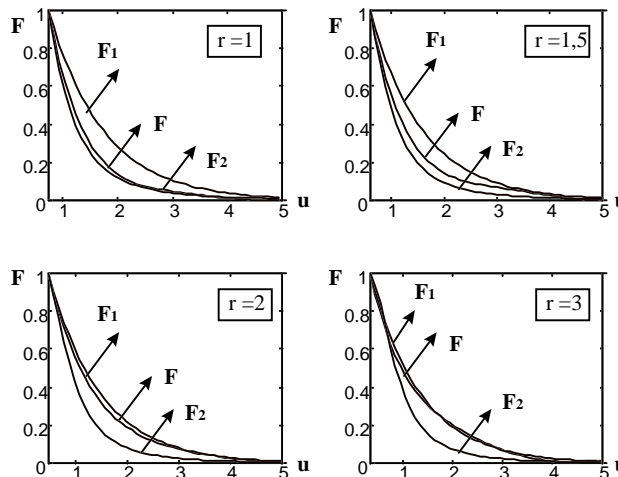


Fig. 3: Fade distribution pour  $\{a_k\}_{k=1..n}$  unif. distrib.

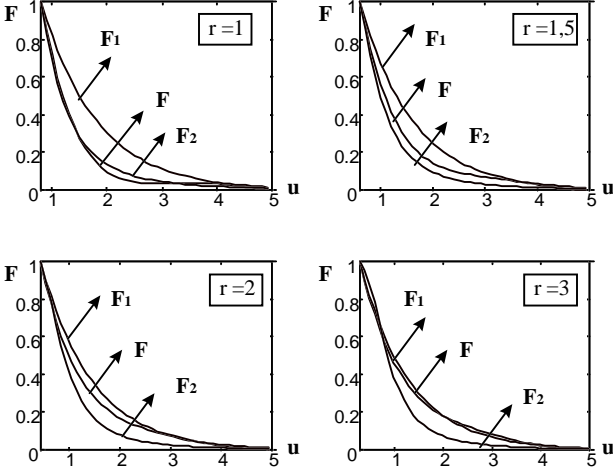


Fig. 4: Fade distribution pour  $\{a_k = 1/\sqrt{n}\}_{k=1..n}$

Nous remarquons que :

- $F$  converge vers  $F_2$ , pour  $r \rightarrow 0$ ,
- $F$  converge vers  $F_1$  pour  $r \rightarrow \infty$ .

Afin de trouver une expression analytique pour la distribution de durées d'évanouissement, nous écrivons  $\hat{F}$  comme une combinaison linéaire de  $F_1$  et  $F_2$  :

$$\hat{F} = c_r F_2 + (1 - c_r) F_1, \quad (4)$$

où les coefficients  $c_r$  ont été calculés en respectant les conditions suivantes :

$$\begin{cases} c_\infty = 0 \\ c_0 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Sous la contrainte (5), nous choisissons les coefficients  $c_r$  tel que :

$$c_r = \frac{1 + a \cdot r}{1 + b \cdot r^3}, \quad (6)$$

où les paramètres  $a$  et  $b$  sont estimés de façon que l'erreur soit minimale. Nous définissons l'erreur  $d$  comme étant la différence entre la distribution des durées d'évanouissement expérimentale  $F$  et l'expression analytique  $\hat{F}$  donnée par (4) :

$$d = \min \left[ \max \left( \left| F - \hat{F} \right| \right) \right].$$

Nous retrouvons que le couple  $(a, b) = (-1, -2)$  minimise cette erreur et donc la formule  $c_r = \frac{1-r}{1-2r^3}$  est une bonne approximation.

Nous allons considérer les trois cas concernant la distribution des coefficients  $a_k$ . Nous analysons dans chaque cas l'évolution des différentes distances entre la distribution des durées d'évanouissement expérimentale  $F$  et l'expression analytique  $\hat{F}$  en fonction du nombre de trajets  $n$ . Dans ce contexte, nous définissons les distances suivantes :

- La distance Kolmogorov :

$$d_1 = \sup_x \left| F(x) - \hat{F}(x) \right|$$

- La distance variationnelle :

$$d_2 = \frac{1}{2} \int \left| F(x) - \hat{F}(x) \right| dx.$$

- La distance Patrick and Fisher :

$$d_3 = \sqrt{\int \left( F(x) - \hat{F}(x) \right)^2 dx}.$$

- La distance Matusita généralisée :

$$d_4 = \sqrt{\int \left| F^{1/2}(x) - \hat{F}^{1/2}(x) \right|^2 dx}.$$

- La distance Lissak and Fu :

$$d_5 = \int \left| F(x) - \hat{F}(x) \right| dx.$$

Les figures 5-7 représentent les distances pour différentes distributions de coefficients  $a_k$ .

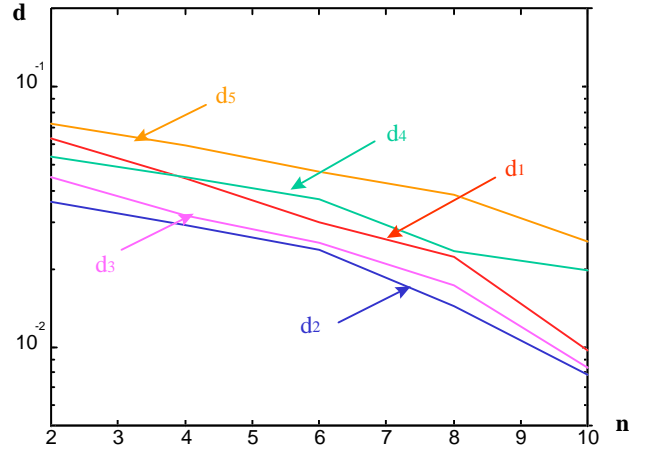


Fig. 5: Etude de distances pour  $\{a_k\}_{k=1..n}$  gaussiens

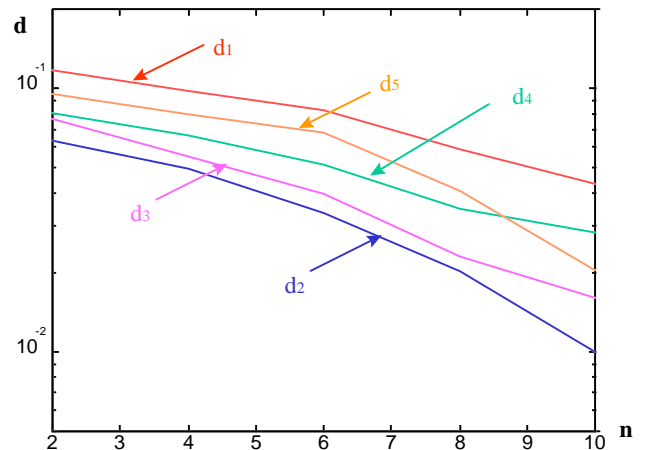


Fig. 6: Etude de distances pour  $\{a_k\}_{k=1..n}$  unif. distrib.

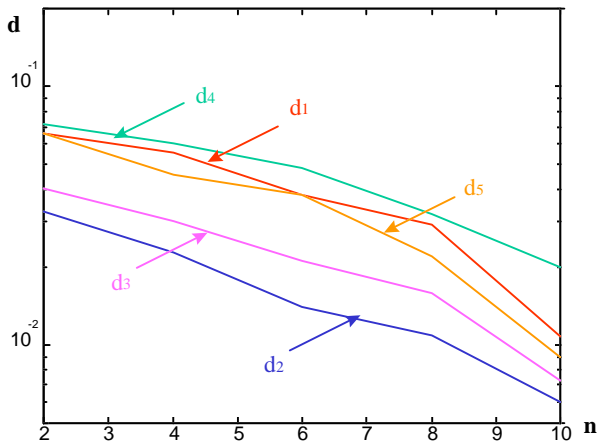


Fig. 7: Etude de distances pour  $a_k = 1/\sqrt{n}$

Nous remarquons que les distances définies précédemment décroissent avec le nombre de trajets et que le choix des coefficients  $a_k$  influe légèrement les résultats.

## 5 CONCLUSION

Le modèle proposé nous permet de retrouver les propriétés usuelles attribuées au canal HF. Sous l'hypothèse de retards gaussiens, le processus défini par (1) est approximativement stationnaire. En conséquence, l'enveloppe du signal suit une loi de Rayleigh.

Nous avons analysé la distribution des durées d'évanouissement. Nous avons proposé une formule approchée, qui permet de retrouver les résultats limites obtenus par Rice et al. L'étude des distances confirme la validité de cette approximation.

## Références

- [1] C.C. Watterson, J.R. Juroshek and W.D. Bensema, Experimental confirmation of an HF Channel Model, IEE Trans. on Com., Vol.Comm-18, No6, Dec. 1970, pp.792-803
- [2] CCIR Report 549-3, HF Ionospheric Channel Simulators, XVII Plenary Assembly Düsseldorf, Vol.3, 1990, pp.47-59
- [3] Y.M. Le Roux, R. Fleury, J. Ménard, J.P. Jolivet, Analyse expérimentale de liaisons HF, Proc. Conf. AGARD, 1987, pp.4-1-4-9
- [4] Y.M. Le Roux, M. Nibéron, R. Fleury, J. Ménard, J.P. Jolivet, HF Channel Modelling and Simulation, Fifth Int. Conf on Radio Receivers and Associated Systems, 1990, pp.72-76
- [5] J.A. Hoffmeyer, L.E Vogler, J.F. Mastrangelo, L.E. Pratt, C.J. Behm, A new HF Channel Model and its Implementation in a Real-Time Simulator, Fifth Int. Conf. on HF Radio Systems and Techniques, 1991, pp.173-177
- [6] M.Nesenbergs, Modeling of Wide HF Channels, Proc. Conf. AGARD, 1987, pp.28-1-28-16
- [7] B. Lacaze, Modeling the HF channel with Gaussian random delays, Signal Processing, **64**, No2, 1998, pp. 215-220
- [8] S.O.Rice, Distribution of the duration of fades in radio transmission, Bell System Tech., **J. 37**, 1958, pp. 581-635
- [9] M. Kac, D. Slepian, Large excursion of Gaussian processes, Ann. Math Statist. **30**, 1958, pp.1215-1228
- [10] V.A.Volkonski, Yu A. Rozanov, Some limit theorems for random functions, *Theoriya Veroyatnostei i ee Primeneniya* **4**, 1959, pp.186-207 and **6**, 1961, pp.202-215
- [11] H. Cramér, M.R. Leadbetter, Stationary and Related Sochastic Process, Ed. John Wiley & Sons, Inc., 1967, pp.190-320
- [12] M. Andrei, B. Lacaze, Statistical Remarks about Multipath Propagation with Gaussian Random Delays, IASTED International Conference on Signal Processing and Communication, 1998.