

Distributions temps-fréquence et spectroscopie acoustique résolue en temps et en échelle de la turbulence

Christophe BAUDET, Olivier MICHEL,

Laboratoire de Physique de l'ENS-Lyon, UMR CNRS 5672
46 allée d'Italie, 69364 Lyon cedex 07, France
baudet@physique.ens-lyon.fr, omichel@physique.ens-lyon.fr

Résumé –

Le champ de vorticité (rotationnel du champ de vitesse) joue un rôle essentiel dans le comportement dynamique des écoulements turbulents. En particulier, tous les mécanismes connus de transfert de l'énergie cinétique (cascade) des grandes échelles de l'écoulement (échelles d'injection) vers les plus petites échelles où dominent les effets visqueux (échelles de dissipation) impliquent directement le champ de vorticité. C'est le cas, par exemple, du mécanisme d'étirement des filaments de vorticité, par lequel un tube de vorticité, soumis à un gradient de vitesse axial, voit son diamètre diminuer en raison du théorème de Kelvin traduisant la conservation du moment cinétique. Nous présentons une méthode d'analyse directe du champ de vorticité fondée sur la diffusion cohérente ("scattering") d'ondes acoustiques. On montre, en effet, que sous certaines hypothèses peu restrictives, l'amplitude du signal de pression acoustique diffusée est reliée linéairement à la transformée de Fourier spatiale de la distribution de vorticité à l'intérieur du volume défini par l'intersection des pinces acoustiques incident et détecté. La diffusion d'ondes acoustiques permet donc d'accéder, de façon globale (moyenne sur un volume fini) et directe, à la dynamique spatio-temporelle du champ de vorticité d'un écoulement turbulent. Dans cette communication nous démontrons, sur des bases expérimentales, comment le recours à l'analyse temps-fréquence et à l'interférométrie permet de restaurer une résolution temporelle et spatiale, a priori incompatibles avec le caractère spectral de tout technique de mesure fondée sur la diffusion d'ondes.

Abstract –

The vorticity field (curl of the velocity field) plays a crucial role in the dynamics of turbulent flows. In particular, all the known mechanisms responsible for the kinetic energy transfer (cascade) from the large scales (injection) towards the smallest ones dominated by viscous effects (dissipation scales) explicitly involve the vorticity field. This is the case, for instance, for the mechanism of vortex stretching, whereby a vorticity tube submitted to an axial strain experiences a reduction of its diameter, according to Kelvin theorem stating the conservation of angular momentum. We describe an experimental method for the direct analysis of the vorticity field based on the coherent scattering of acoustic waves. Indeed, one can show that, under weakly restrictive assumptions, the scattered pressure amplitude is linearly related to the spatial Fourier transform of the vorticity distribution inside the volume defined as the cross section of the incident and detected acoustic beams. Acoustic scattering thus allows the direct and global (average on a finite volume of the flow) probing of the spatio-temporal dynamics of the vorticity field in any turbulent flow. In this communication we demonstrate, on experimental basis, how the joint resort to time-frequency analysis and interferometry may restore time and space resolution, which are a priori incompatible with the spectral nature of any scattering measurement.

1 Motivations

Les écoulements turbulents sont, en général, étudiés expérimentalement au moyen de sondes locales : la vitesse de l'écoulement ou la pression en un point sont enregistrées au cours du temps (anémométrie à fil chaud et anémométrie Laser). Avec de tels systèmes de mesure, on utilise des sondes aussi petites que possible pour résoudre les plus petites échelles de l'écoulement ($\simeq 100\mu m$). Pour convertir l'information temporelle en information d'échelle (gradients de vitesse spatiaux), on a habituellement recours à l'hypothèse de Taylor [1] consistant à identifier les incréments temporels τ et spatiaux l au moyen de la relation : $V(t, x + r) - V(t, x) \equiv V(t - \tau, x) - V(t, x)$ où $r = \langle \vec{V} \rangle \tau$. A proprement parler, l'hypothèse de Taylor n'est qu'une approximation au premier ordre, limitée aux écoulements peu turbulents [1]. On attribue généralement l'intermittence observée en turbulence à la présence

dans l'écoulement de structures organisées, localisées spatialement et temporellement. Ces structures apparaissent le plus souvent sous la forme de distributions de vorticité filamenteuses, de courte durée de vie. Cependant, on ne dispose pas encore de critères ni de méthodes systématiques de détection de ces objets. En effet, la probabilité d'intersection d'un tel objet filamentaire avec une sonde ponctuelle est, en toute rigueur, nulle : tout au plus peut on envisager la détection indirecte de ces vortex en analysant la signature de leur contribution au champ de vitesse lorsqu'ils sont advectés au voisinage de la sonde par le champ de vitesse moyen. Nous présentons ici, une méthode alternative et originale pour effectuer une analyse spatiale directe (sélection d'échelle) fondée sur la diffusion cohérente d'ondes acoustiques. De plus, cette technique acoustique présente l'intérêt d'être directement sensible au champ de vorticité de l'écoulement (rotationnel du champ de vitesse), connu pour jouer un rôle détermi-

nant dans le développement de la turbulence. Le processus de sélection d'échelle spatiale (filtrage passe-bande) est associé au caractère spectral du phénomène de diffusion acoustique : la sélection (en module et en direction) d'un vecteur d'onde spatial de diffusion, défini par le choix d'une fréquence de l'onde acoustique incidente et d'un angle de diffusion, est inhérent à tout processus de diffusion cohérente. Dans ce contexte, le caractère global de la mesure par diffusion acoustique, fondée sur l'analyse à tout instant d'un volume fini de l'écoulement, s'avère beaucoup plus prometteur.

2 Couplage son-vorticité

Il est connu, depuis les années 50 [2, 3], que l'interaction non-linéaire entre les modes hydrodynamiques longitudinaux (modes acoustiques) et transverses (modes de vorticité) du champ de vitesse d'un écoulement donne lieu à un phénomène de diffusion, analogue au phénomène plus familier (et linéaire) de diffusion d'ondes électromagnétiques par des molécules polarisables. Ce dernier a été largement utilisé en physique de la matière condensée (diffusion X, diffusion Rayleigh, diffusion de neutrons,...) pour caractériser les propriétés statistiques de milieux ordonnés et/ou fortement désordonnés. Comme dans toute technique expérimentale fondée sur la diffusion d'ondes, l'amplitude de diffusion acoustique est reliée linéairement à la transformée de Fourier spatiale de la distribution des diffuseurs (vortex) à l'intérieur d'un volume fini de l'écoulement défini par l'intersection des faisceaux acoustiques incident et détecté (faisceau antenne) [3]:

$$\frac{p_{scat}(\nu)}{p_{inc}} = \pi^2 i \frac{-\cos(\theta_s)}{1 - \cos(\theta_s)} \frac{\nu e^{i\nu D/c}}{c^2 D} (\vec{n} \wedge \vec{r}) \cdot \vec{\Omega}(\vec{q}_{scat}, \nu - \nu_o) \quad (1)$$

où :

$$\vec{q}_{scat} = \frac{2\pi}{c} (\nu \vec{r} - \nu_o \vec{n}) \simeq \frac{4\pi\nu_o}{c} \sin\left(\frac{\theta_{scat}}{2}\right) \text{ pour } \nu \simeq \nu_o \quad (2)$$

est le vecteur d'onde de diffusion (moment de transfert), ν_o la fréquence de l'onde acoustique incidente et ν la fréquence de l'onde diffusée.

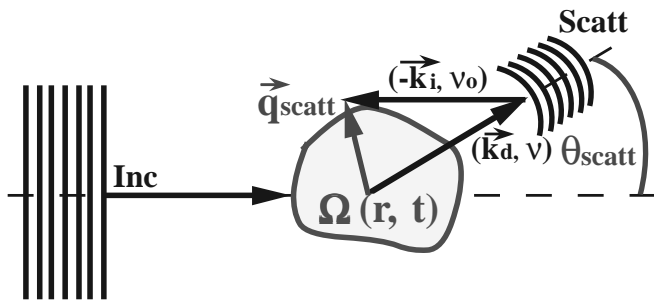


FIG. 1: **Diffusion acoustique.** Schéma de principe d'une expérience de diffusion.

Comme l'indiquent les équations précédentes, la diffusion d'ondes acoustiques permet l'analyse, continue dans le temps, d'une composante connue (perpendiculaire au

plan de diffusion défini par les directions incidente \vec{n} et détectée \vec{r}) d'un mode de Fourier spatial du champ de vorticité $\vec{\Omega}(\vec{q}_{scat}, t)$. De plus, l'échelle d'analyse peut être aisément ajustée en choisissant un couple de fréquence incidente ν_o et d'angle de diffusion θ_s .

3 Distributions Temps-Fréquence et Spectroscopie Résolue en Temps

La contrepartie du caractère spectral de la technique de spectroscopie acoustique réside dans sa faible résolution spatiale et temporelle, conséquence directe des relations d'incertitude de Gabor-Heisenberg. Comme le laisse prévoir l'équation (1), l'advection du champ de vorticité par l'écoulement turbulent à grande échelle se traduit par un décalage Doppler de la fréquence ν de l'onde diffusée par rapport à la fréquence ν_o de l'onde incidente :

$$\Delta\nu = \nu - \nu_o = \frac{1}{2\pi} \vec{q}_{scat} \cdot \langle \vec{V} \rangle \quad (3)$$

En raison du caractère instationnaire du champ de vitesse, ce décalage Doppler fluctue notablement au cours du temps et proscrit l'utilisation de techniques d'analyse spectrale classiques reposant sur une hypothèse de stationnarité des signaux. En effet, dans le processus de moyenne, les détails les plus fins de la dynamique temporelle des objets détectés (e.g. leur durée de vie) sont "gommés" par les fluctuations grande échelle du champ de vitesse : quelque soit l'échelle d'analyse, le spectre moyen des signaux de diffusion présente une forme gaussienne reflétant la statistique gaussienne du champ de vitesse qui advecte les vortex dans le volume de mesure. Dans une expérience de diffusion par un écoulement à faible nombre de Mach M , les signaux acoustiques de diffusion, sont dans une bande spectrale $\Delta\nu$ étroite, voisine de la fréquence ν_o de l'onde incidente : $\frac{\Delta\nu}{\nu_o} \simeq \frac{v}{c} = M$ (où v est la vitesse typique de l'écoulement et c la vitesse du son). Par ailleurs, les détecteurs acoustiques que nous utilisons étant linéaires, après hétérodyne (l'oscillateur local étant le signal électrique d'excitation de l'émetteur acoustique), on dispose d'un signal complexe dont la phase est une mesure du déphasage entre l'onde acoustique incidente et l'onde diffusée, induit par les processus de diffusion. La vitesse de l'écoulement ayant un sens et une direction constants, le signe du décalage Doppler est lui aussi constant et le signal de diffusion démodulé peut donc être assimilé à un signal analytique. L'utilisation de distributions Temps-Fréquence, dérivées de la distribution de Wigner-Ville [6], permet de prendre en compte l'instationnarité des signaux induite par les fluctuations de la vitesse d'advection.

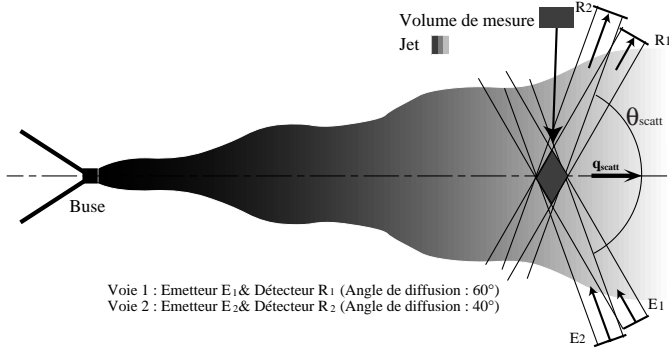


FIG. 2: **Dispositif expérimental d'interférométrie.** Acquisition simultanée sur deux canaux indépendants.

La figure 3 représente un exemple de représentation temps-fréquence (Reduced Interference Distribution [7]) obtenue pour deux signaux de diffusion acquis simultanément sur deux voies de diffusion indépendantes caractérisées par le même vecteur d'onde de diffusion. Ces deux voies de mesure synchrones sont obtenues en utilisant deux dispositifs acoustiques distincts (chaque dispositif étant constitué d'une paire émetteur/récepteur), travaillant à deux angles de diffusion distincts (40° et 60°). La fréquence acoustique de chaque voie de diffusion est ensuite ajustée avec précision de telle sorte que les vecteurs d'onde spatiaux soient identiques (en module et en direction) :

$$\frac{4\pi\nu_{0,1}}{c} \sin\left(\frac{\theta_{s,1}}{2}\right) = \frac{4\pi\nu_{0,2}}{c} \sin\left(\frac{\theta_{s,2}}{2}\right) \quad (4)$$

En outre, les positions relatives des deux paires de transducteurs sont ajustées avec soin de manière à assurer un recouvrement maximal des deux volumes de mesure.

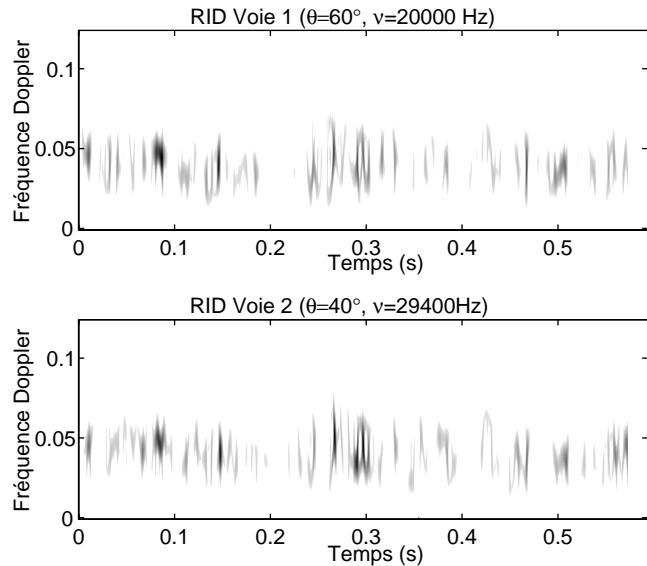


FIG. 3: **Jet Turbulent** $R_\lambda \simeq 500$. Acquisition simultanée sur deux canaux indépendants. Distribution Temps-Fréquence (RID), pour deux vecteurs d'ondes spatiaux identiques. L'échelle spatiale (3.7cm^{-1}) appartient au domaine inertiel.

Le haut degré de ressemblance entre les représentations des deux distributions ainsi obtenues nous permet d'établir

la pertinence de notre analyse. La figure 3 met clairement en évidence l'existence d'événements localisés dans le temps détectés aux mêmes instants et avec les mêmes décalages Doppler sur les deux voies d'analyse. En outre, cette observation expérimentale valide la réalité du processus de sélection d'échelle spatiale (filtrage spatial passe-bande) associé au choix d'un vecteur d'onde de diffusion défini par un couple de fréquence ν_o et d'angle de diffusion θ_s .

4 Interférométrie acoustique et Spectroscopie Résolue en Échelle

Grâce à cette configuration interférométrique, nous sommes également en mesure d'analyser de façon synchrone, l'évolution temporelle de deux modes de Fourier spatiaux du champ de vorticité, caractérisés par des vecteurs d'ondes spatiaux distincts. Le fait de travailler avec deux angles de diffusion distincts autorise, de surcroît, la sélection de deux vecteurs d'onde spatiaux arbitrairement proches l'un de l'autre ( ventuellement identiques comme dans le cas des mesures décrites dans la section précédente). Cette approche expérimentale, que nous avons qualifiée de spectroscopie acoustique résolue en échelle, nous permet de caractériser avec précision la cohérence spatiale des structures de vorticité de l'écoulement. L'expérience consiste à effectuer l'enregistrement des signaux de diffusion acoustiques pour différents couple de vecteurs d'onde spatiaux ($\vec{q}_{scat,1}, \vec{q}_{scat,2} = \vec{q}_{scat,1} + \delta\vec{q}$) colinéaires correspondant à autant de valeurs de $\delta\vec{q}$. Ces différents couples sont réalisés en fixant la fréquence $\nu_{0,1}$ de la première voie de diffusion et en faisant varier la fréquence $\nu_{0,2}$ de la seconde voie de part et d'autre de la condition d'accord définie par la relation (4). A partir des représentations temps-fréquence $tfr_{\vec{q}}(t, f_n)$ et $tfr_{\vec{q}+\delta\vec{q}}(t, f_n)$ des signaux associés à chaque voie nous définissons une fonction de corrélation spatio-temporelle $C(\tau, \delta q)$ par :

$$C(\tau, \delta q) = \left\langle \frac{\int_{f_n=0}^{f_n=.5} tfr_{\vec{q}}(t, f_n) \cdot tfr_{\vec{q}+\delta\vec{q}}(t + \tau, f_n) df_n}{\sqrt{\int_{f_n=0}^{f_n=.5} tfr_{\vec{q}}^2(t, f_n) df_n} \sqrt{\int_{f_n=0}^{f_n=.5} tfr_{\vec{q}+\delta\vec{q}}^2(t + \tau, f_n) df_n}} \right\rangle_t$$

ou $\langle \bullet \rangle_t$ indique une moyenne sur la variable temporelle t . L'évolution de $C(\tau, \delta q)$ en fonction de la séparation en vecteur d'onde $\delta\vec{q}$ et du retard τ est représentée sur la figure 4, obtenue dans le cas du jet turbulent pour une échelle spatiale (caractérisée par le vecteur d'onde spatial $q_1 = 3.7\text{cm}^{-1}$) typique du domaine inertiel de l'écoulement où dominant les mécanismes de transfert d'énergie cinétique (cascade). Cette figure met clairement en évidence la localisation temporelle et spatiale des structures de vorticité détectées.

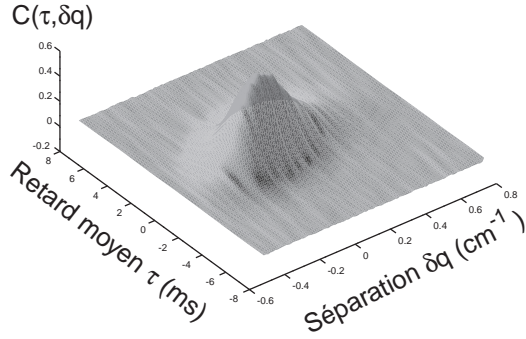


FIG. 4: Représentation 3D de l'évolution de la fonction de corrélation spatio-temporelle $C(\tau, \delta q)$

La figure 4, représente l'évolution de $C(\tau, \delta q)$, en fonction de τ , pour trois valeurs distinctes de δq ($\delta q < 0$, $\delta q = 0$ et $\delta q > 0$). Deux phénomènes sont observés lorsque δq s'écarte de la valeur 0. En premier lieu, l'amplitude de la fonction de corrélation décroît régulièrement avec $|\delta q|$ (cf Figures 4, 5 et 6). La largeur caractéristique $|\delta q|_{typ}$ associée à cette décroissance nous permet de définir la longueur de corrélation spatiale mesurant l'extension des structures de vorticit   à l'échelle considérée ($q_1 = 3.7 \text{ cm}^{-1}$). Comme le montrent les figures 5 et 7, la décroissance du maximum de la fonction de corrélation $C(\tau, \delta q)$, s'accompagne d'une évolution monotone du retard moyen τ qui est négatif lorsque $\delta q < 0$, s'annule au voisinage de la condition $\delta q = 0$ puis devient positif pour $\delta q > 0$.

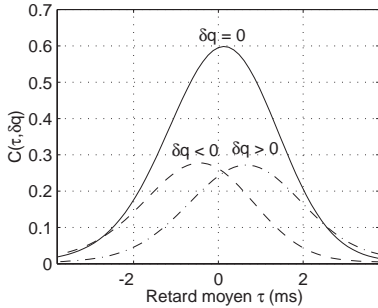


FIG. 5: Spectroscopie résolue en temps et en échelle. Evolution de la fonction de corrélation spatio-temporelle $C(\tau, \delta q)$ pour 3 valeurs de δq .

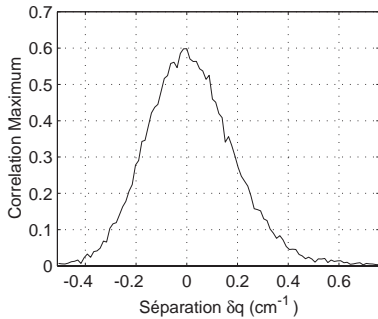


FIG. 6: Localisation spatiale. Evolution du maximum de la fonction de corrélation spatio-temporelle $C(\tau, \delta q)$ en fonction de la séparation en vecteur d'onde δq

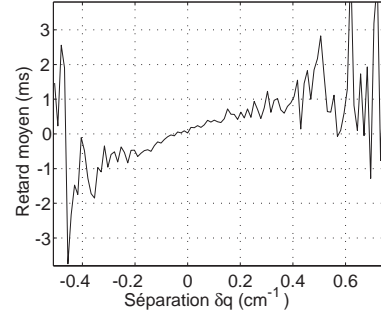


FIG. 7: Cascade turbulente. Evolution du retard moyen en fonction de la séparation en vecteur d'onde δq

Nous interprétons cette dernière observation comme la signature d'un mécanisme de cascade turbulente, des grandes échelles ($\delta q < 0$), vers les petites échelles ($\delta q > 0$), locale en échelle et directement associée à la présence dans l'écoulement de structures cohérentes de vorticit  . Bien que l'importance des structures de cohérentes de vorticit   dans les mécanismes de transfert d'énergie à l'origine de la cascade turbulente soit admise depuis les travaux de Kolmogorov en 1941, le résultat que nous avons obtenu en est, à notre connaissance, la première mise en évidence expérimentale. En outre, la spectroscopie acoustique résolue en temps et en échelle, conduit à une définition objective et offre un moyen de détection robuste des structures cohérentes en turbulence en terme de paquets d'onde d'extension limitée dans l'espace de Fourier, présentant une cohérence de phase. Il est à noter que cette définition de la cohérence, rejoint celle habituellement utilisée dans le domaine plus familier de l'optique.

Références

- U. Frisch. *Turbulence: the legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, pp. 58–59, Cambridge, New-York, 1995.
- B.T. Chu & L.S.G. Kov  sznay, *Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas*. *J. Fluid Mech.* **A3**, pp. 494–514, 1953.
- Lund, F. & Rojas, C. *Ultrasound as a probe of turbulence*. *Physica D* **A37**, pp. 508–514, 1989.
- C. Baudet, S. Ciliberto, & J-F. Pinton, *Spectral analysis of the von K  rm  n flow using ultrasound scattering*, *Phys. Rev. Lett.* **A67**, 2, pp. 193–195, 1991.
- C. Baudet & R. H. Hernandez, *Spatial enstrophy spectrum in a fully turbulent jet*, *Advances in Turbulence VI, Sixth European Turbulence Conference, Lausanne 1996*, eds. S. Gavrilakis, L. Machiels & P.A. Monkewitz. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- P. Flandrin (1993), *Temps-fr  quence*, Ed. Herm  s, Paris.
- W.J. Williams & J. Jeong, *Time-frequency signal analysis: methods and applications*, Ed. B. Bouashash, Logman & Cheshire, Chapter 3, pp. 74–97, 1992.