

# Turbo-égalisation des modulations MAQ-M sur canaux non stationnaires sélectifs en fréquences

C. Laot, A. Glavieux, J. Labat et D. Leroux

GET - ENST de Bretagne  
Technopôle Brest-Iroise, BP 832 29285 Brest cedex, France

christophe.laot@enst-bretagne.fr, joel.labat@enst-bretagne.fr  
alain.glavieux@enst-bretagne.fr et dominique.leroux@enst-bretagne.fr

**Résumé** - Dans cet article nous présentons un nouveau récepteur appelé turbo-égaliseur pour les modulations de type MAQ-M transmises sur des canaux sélectifs en fréquences non stationnaires. Ce récepteur utilise un traitement conjoint de l'égalisation adaptative et du codage de canal au travers d'un processus itératif. En utilisant un principe similaire au turbo-codes, on parvient pour certaines transmissions à supprimer totalement les dégradations dues à l'interférence entre symboles. Des résultats sont présentés pour les modulations MAQ-4 et MAQ-16.

**Abstract** - This paper deals with a new receiver scheme, labelled turbo-equalizer, suited for transmissions over fading and noisy channel using M-QAM modulation. Adaptive equalization and channel decoding are jointly used through an iterative process. By means of a principle borrowed from turbo-codes, the turbo-equalizer can totally overcome ISI. Results are presented for 4-QAM and 16-QAM modulation.

## 1. Introduction

L'essor des communications numériques pour les transmissions sur des canaux sélectifs en fréquences est à l'origine de nombreux travaux sur le traitement de l'Interférence Entre Symboles (IES). Les différentes solutions proposées utilisent généralement des procédés d'égalisation et de codage de canal.

Dans l'approche classique l'égalisation et le codage sont traités de manière disjointe. Dans ce nouveau récepteur, nous proposons d'utiliser un traitement itératif d'égalisation adaptative et de codage de canal conjoint. L'égalisation est réalisée par un annuleur d'interférences qui permet d'évincer totalement l'interférence entre symboles sous réserve de connaître les données émises, ce qui n'est bien entendu jamais le cas. Une solution consiste alors à obtenir une estimée de ces données en exploitant les informations provenant d'un traitement précédent incluant égalisation et décodage. Ainsi défini, le turbo-égaliseur [1][2][3] consiste en une succession de plusieurs traitements d'une même source d'informations afin de tirer profit du gain apporté par le décodeur de canal.

La section 2 présente les caractéristiques du canal de transmission. La section 3 décrit la structure du turbo-égaliseur et la section 4 donne les performances du turbo-égaliseur sur des canaux sélectifs en fréquences non stationnaires pour des modulations MAQ-4 et MAQ-16.

## 2. La chaîne de transmission

Le codeur de canal est alimenté par des données binaires  $\alpha_k$ , mutuellement indépendantes et uniformément réparties sur l'ensemble  $\{0;1\}$ , à raison d'une donnée toutes les  $T_b$  secondes. A chaque ensemble de  $2m$  données codées  $c_k$ , un codeur binaire M-aire associe un symbole complexe  $d_k = a_k + jb_k$  de variance  $\sigma_d^2$  toutes les  $T$  secondes. Les

symboles  $a_k$  et  $b_k$  prennent leurs valeurs dans l'alphabet  $\{\pm 1, \dots, \pm(2p+1), \dots\}$ . Les symboles  $d_k$  sont ensuite entrelacés, notés  $d_n$ , et présentés à l'entrée d'un modulateur sur deux porteuses en quadrature.

L'ensemble modulateur, milieu de transmission, démodulateur, filtres d'émission et de réception est modélisé par un canal discret équivalent, perturbé par un bruit additif  $w_n$  gaussien, centré, de variance  $\sigma_w^2$ . La sortie du canal est égale à :

$$r_n = \sum_{l=0}^L h_l(n) d_{n-l} + w_n \quad (1)$$

Les coefficients  $h_l(n)$  du canal discret équivalent sont modélisés par des variables aléatoires gaussiennes complexes, centrées données par la relation :

$$h_l(n) = \sqrt{\frac{P_l}{N}} \sum_{i=1}^N e^{j(2\pi(f_d \cos \xi_{l,i})nT + \psi_{l,i})} \quad (2)$$

où  $f_d$  et  $P_l$  correspondent respectivement au Doppler maximal et à la puissance moyenne associée au trajet  $l$ . Les valeurs  $\xi_{l,i}$  et  $\psi_{l,i}$  sont des variables aléatoires uniformément réparties sur  $[0, 2\pi]$ . Pour les simulations  $N$  est égal à 10.

Le canal de transmission est non stationnaire et sa fonction de transfert dépend de l'instant  $n$  :

$$H_n(f) = \sum_{l=0}^L h_l(n) e^{-j2\pi f l T} \quad (3)$$

Le rapport signal à bruit (SNR) en entrée du turbo-égaliseur est égal à :

$$SNR = R \frac{\bar{E}_b}{N_0} \log_2(M) \quad (4)$$

où  $\bar{E}_b$  est l'énergie moyenne reçue par donnée d'information transmise,  $N_0$  la densité spectrale de puissance du bruit à l'entrée du récepteur et  $R$  le rendement du codeur de canal.

### 3. Structure du turbo-égaliseur

Le turbo-égaliseur égalise et décode à plusieurs reprises un même bloc d'information en utilisant les informations fournies par le traitement précédent. On appelle module un traitement élémentaire d'un bloc d'information. La structure de principe du turbo-égaliseur est représentée figure 2.

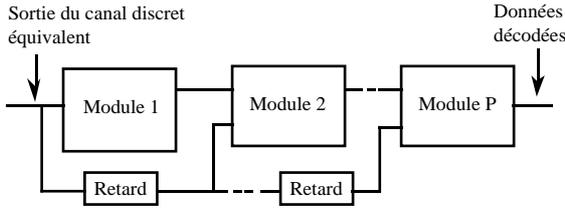


FIG.1 : Principe de la turbo-égalisation

Chaque module  $p$  ( $p = 1, \dots, P$ ) comprend une fonction d'égalisation, un désentrelaceur, un convertisseur M-aire binaire, un décodeur de canal, un convertisseur binaire M-aire et un entrelaceur. La structure générale du module  $p$  est présentée figure 2.

#### 3.1 Structure de l'égaliseur

L'égaliseur utilisé est un Annuleur d'Interférences (AI) qui permet d'évincer totalement l'interférence entre symboles sous réserve de connaître les données émises. Ces données n'étant a priori pas connues du récepteur, on utilise une version sous-optimale de l'AI en remplaçant les données émises par des estimées de ces données fournies par le module précédent et notées  $\bar{d}_n$ . La succession des modules doit permettre de fiabiliser les estimées des données et d'atteindre les performances optimales de l'AI. La structure de l'AI comprend deux filtres transverses linéaires alimentés respectivement par les sorties du canal et les données estimées provenant du module précédent.

Les filtres optimaux de l'AI au sens de la minimisation de l'Erreur Quadratique Moyenne sont données par l'expression de leur fonction de transfert :

$$P_n(f) = \beta H_n^*(f) \quad (5)$$

$$Q_n(f) = \beta \left( |H_n(f)|^2 - hh_0(n) \right) \quad (6)$$

où les coefficients  $hh_i(n)$  sont égaux à :

$$hh_i(n) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_l(n) h_{l-i}^*(n) \quad (7)$$

et

$$\beta = \sigma_d^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2) \quad (8)$$

Par conséquent, à partir des coefficients  $h_l(n)$  du canal discret équivalent on peut obtenir les coefficients  $p_l(n)$  et  $q_l(n)$  des filtres  $P_n(f)$  et  $Q_n(f)$  de l'AI :

$$p_l(n) = \beta h_{-l}^*(n) \quad (9)$$

$$q_l(n) = \beta h h_l(n) \quad l \neq 0 \text{ et } q_0(n) = 0 \quad (10)$$

La sortie de l'AI optimal est alors égale à :

$$y_n = \beta \left( hh_0(n) d_n + \sum_{l=0}^L h_l^*(n) w_{n+l} \right) \quad (11)$$

En divisant la sortie  $y_n$  de l'AI par un facteur de normalisation  $\beta h h_0(n)$ , on obtient :

$$s_n = d_n + \frac{1}{hh_0(n)} \sum_{l=0}^L h_l^*(n) w_{n+l} \quad (12)$$

La sortie normalisée  $s_n$  de l'AI est égale à la donnée émise  $d_n$  perturbée par un bruit additif.

En pratique, on effectue une estimation des coefficients  $h_l(n)$  par un algorithme de type moindres carrés récursifs en se basant sur la connaissance d'une séquence d'apprentissage périodique. Les coefficients  $h_l(n)$  dans les relations (7) à (12) sont alors remplacés par leurs valeurs estimées  $\hat{h}_l(n)$ .

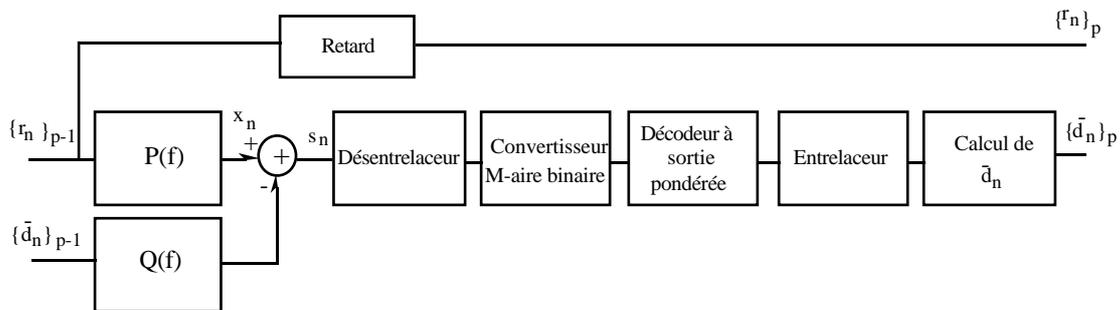


FIG. 2 : Structure d'un module du turbo-égaliseur

Pour les premiers modules l'AI est sous-optimal et alimenté par les données estimées. Par conséquent, les valeurs de  $s_n$  seront assez éloignées de la relation (12). En pratique, on considère que la sortie  $s_n$  est perturbée par un terme supplémentaire de bruit.

De plus, on notera que le premier module ne dispose pas des données estimées par le module précédent. L'AI est alors remplacé par un égaliseur linéaire transverse, ce qui revient en fait à supposer que la fiabilité sur les données estimées est nulle. Dans ce cas l'actualisation des coefficients est directement obtenue par un algorithme de type moindres carrés récursifs.

### 3.2 Entrelacement - Désentrelacement

La fonction d'entrelacement permet de lutter efficacement contre les évanouissements du canal en éclatant les paquets d'erreurs. Ainsi l'entrelaceur modifie la répartition temporelle des symboles, de manière uniforme ou non uniforme, en considérant généralement des blocs de taille  $N \times N$ . L'entrelaceur est dimensionné en fonction de la longueur des paquets d'erreurs occasionnés par le canal de transmission.

### 3.3 Convertisseur M-aire binaire

Cette fonction permet d'utiliser un décodeur de canal dont la structure est indépendante du nombre d'états de la modulation MAQ-M. Le convertisseur M-aire binaire associé à chaque échantillon  $y_k = u_k + jv_k$  sortant du désentrelaceur  $2m$  échantillons, notés  $\Lambda(c_{k,i})$ , représentatifs des  $2m$  données binaires codées  $c_{k,i}$  ;  $i = 1, 2, \dots, 2m$ . Les échantillons  $\Lambda(c_{k,i})$  sont obtenus en calculant le Logarithme du rapport de vraisemblance (LRV) des données binaires codées conditionnellement à l'observation  $u_k$  (resp.  $v_k$ ) représentative du symbole  $a_k$  (resp.  $b_k$ ).

$$\Lambda(c_{k,i}) = K \log \frac{\Pr\{c_{k,i} = 1 / u_k\}}{\Pr\{c_{k,i} = 0 / u_k\}} \quad (13)$$

où  $K$  est une constante.

Pour un codage de Gray et un rapport signal à bruit suffisamment important cette relation peut être simplifiée.

Pour  $K = \sigma_w^2 / 2hh_0(k)$  la relation est bien approximée par :

$$\begin{aligned} \Lambda(c_{k,m}) &\approx |u_k| - 2^{m-1} \\ \Lambda(c_{k,i}) &\approx \left| \Lambda(c_{k,i+1}) \right| - 2^{i-1} \quad i = (m-1), \dots, 2 \quad (14) \end{aligned}$$

$$\Lambda(c_{k,1}) \approx u_k$$

et

$$\begin{aligned} \Lambda(c_{k,2m}) &\approx |v_k| - 2^{m-1} \\ \Lambda(c_{k,i+m}) &\approx \left| \Lambda(c_{k,i+1+m}) \right| - 2^{i-1} \quad i = m-1, \dots, 2 \quad (15) \end{aligned}$$

$$\Lambda(c_{k,m+1}) \approx v_k$$

### 3.4 Décodeur de canal à sortie pondérée

Le décodeur de canal utilisé pour la turbo-égalisation est un décodeur à entrées et sorties pondérées de type MAP. Les échantillons  $\Lambda(c_{k,i})$  sont présentés à l'entrée du décodeur qui utilise l'algorithme de Berrou-Addé [5] et fourni en sortie une valeur approchée du LRV des données codées égale à :

$$\tilde{\Lambda}(c_{k,i}) = \Omega \log \frac{\Pr\{c_{k,i} = 1 / \text{obs}\}}{\Pr\{c_{k,i} = 0 / \text{obs}\}} \quad (16)$$

où  $\Omega$  est une constante.

Pour déterminer  $\tilde{\Lambda}(c_{k,i})$ , le décodeur de canal calcule différentes métriques associées à l'observation et aux données codées supposées émises. En reprenant la relation (12) et en s'appuyant sur le fait que la variance  $\sigma_w^2$  est la même pour toutes les métriques de branche, on démontre que la métrique associée à la valeur d'entrée du décodeur  $\Lambda(c_{k,i})$  et au chemin  $j$  du treillis est de la forme :

$$M_k^{(j)} = \left| \Lambda(c_{k,i}) - c_{k,i}^{(j)} \right|^2 hh_0(k) \quad (17)$$

### 3.5 Convertisseur binaire M-aire

Les symboles  $d_n$  inconnus alimentant le filtre  $Q(f)$  de l'AI sont remplacés par leurs estimées  $\bar{d}_n = \bar{a}_n + j\bar{b}_n$  calculées à partir des  $\tilde{\Lambda}(c_{n,i})$  du module précédent. L'estimation de  $d_n$  est obtenue par un calcul de valeur moyenne.

Pour la modulation MAQ-16 chaque symbole  $d_n = a_n + jb_n$  est associé à quatre données codées ( $c_{n,i}$  ;  $i = 1, 2, 3, 4$ ). En considérant un code de Gray, nous pouvons écrire que les valeurs moyennes des symboles  $\bar{a}_n$  et  $\bar{b}_n$  sont égales à :

$$\bar{a}_n = \frac{3e^{\lambda[\tilde{\Lambda}(c_{n,1}) + \tilde{\Lambda}(c_{n,2})]} + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,1})} - 1 - 3e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,2})}}{\left[ 1 + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,1})} \right] \left[ 1 + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,2})} \right]} \quad (18)$$

$$\bar{b}_n = \frac{3e^{\lambda[\tilde{\Lambda}(c_{n,3}) + \tilde{\Lambda}(c_{n,4})]} + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,3})} - 1 - 3e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,4})}}{\left[ 1 + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,3})} \right] \left[ 1 + e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,4})} \right]} \quad (19)$$

Pour une modulation de phase à quatre états (MAQ-4) chaque symbole  $d_n = a_n + jb_n$  est associé à deux données codées ( $c_{n,i}$  ;  $i = 1, 2$ ). Par conséquent les symboles estimés  $\bar{a}_n$  et  $\bar{b}_n$  sont respectivement égaux à :

$$\bar{a}_n = \frac{e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,1})} - 1}{e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,1})} + 1} \quad \text{et} \quad \bar{b}_n = \frac{e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,2})} - 1}{e^{\lambda\tilde{\Lambda}(c_{n,2})} + 1} \quad (20)$$

avec le paramètre  $\lambda$  fixé à  $1 + 0,1(p-1)$ .

## 4. Performances du turbo-égaliseur

### 4.1 Paramètres de simulation

Les données sont supposées émises par paquets de 125 symboles dont les 25 premiers sont connus du récepteur. Le canal de transmission est un canal de Rayleigh possédant 3 trajets de même puissance espacés d'une durée symbole  $T$ . Chaque trajet est affecté par un effet Doppler caractérisé par le produit bande Doppler  $B = 2f_d$  par la durée symbole  $T$ . Les données ont été codées par un codeur convolutif de rendement  $1/2$  et de polynômes générateurs 23, 35. L'entrelacement est réalisé selon une loi non uniforme [1] sur une matrice  $128 \times 128$ . Le nombre de coefficients de l'égaliseur transverse ( $p=1$ ) et de l'estimateur de canal ( $p>1$ ) est identique et égal à 9. Le coefficient central est initialisé à 1. Le nombre de coefficients de l'égaliseur transverse peut paraître faible mais permet d'obtenir un suivi rapide du canal de transmission.

### 4.2 Résultats de simulation

Les simulations sont réalisées en flot continu sur un canal de Rayleigh multitrajets continu. Les performances sont évaluées pour un nombre d'erreurs après décodage supérieur à 500. Les performances sont données en termes de Taux d'erreurs binaires (Teb) en fonction du rapport  $\bar{E}_b/N_0$ . On notera que la perte de 1 dB due au 20% d'apprentissage est prise en compte dans le calcul de  $\bar{E}_b$ .

Le paramètre  $BT$  est respectivement égal à 0,001 pour la modulation MAQ-4 et 0,0005 pour la modulation MAQ-16.

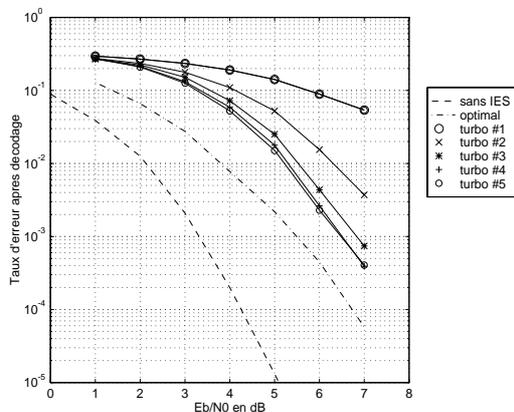


FIG. 3 :  $T_{eb}$  en sortie du décodeur pour une MAQ-4

Sur la figure 3 nous avons tracé en trait hachuré (optimal) les performances optimales théoriques du turbo-égaliseur. La courbe en trait pointillé représente la probabilité d'erreur sur un canal de transmission de type gaussien sans interférence entre symboles et pour une transmission sans séquence d'apprentissage. Les courbes en trait plein représentent les performances en termes de  $T_{eb}$  obtenues en sorties du turbo-égaliseur en fonction de l'itération ( $\#p$ ) considérée. On peut constater que le phénomène "turbo" fonctionne correctement puisqu'au fil des itérations le  $T_{eb}$  en sortie du décodeur diminue. Après 4 itérations et pour un rapport signal à bruit de 5 dB, le  $T_{eb}$  est à 1 dB de l'optimum.

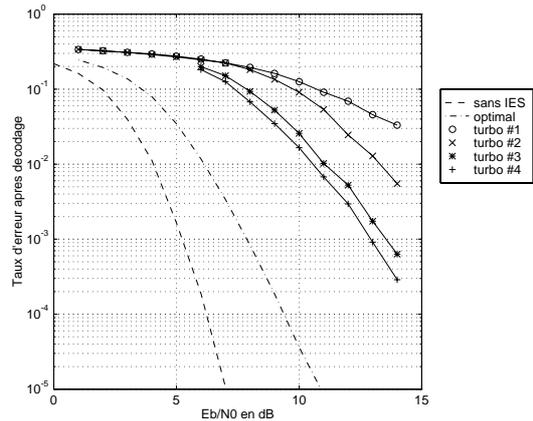


FIG. 4 :  $T_{eb}$  en sortie du décodeur pour une MAQ-16

Sur la figure 4, nous constatons que le turbo-égaliseur fonctionne toujours correctement dans le cas d'une modulation MAQ-16 mais reste à 4 dB environ de la courbe optimale (trait hachuré). Ces résultats sont très intéressants et démontrent la possibilité de transmettre des données à l'aide de modulation à grand nombre d'états sur des canaux non stationnaires sélectifs en fréquences.

## 5. Conclusions

Dans un précédent article [2] nous avons démontré l'efficacité du turbo-égaliseur pour les transmissions sur des canaux stationnaires multi-trajets. Dans cet article nous montrons que le turbo-égaliseur se comporte tout aussi bien sur des canaux non stationnaires sélectifs en fréquence. Cette nouvelle approche très prometteuse, capable d'exploiter au travers d'un processus itératif les informations produites par un décodeur de canal, permet d'atteindre d'excellentes performances. Notons de plus que la turbo-égalisation est bien adaptée pour traiter des canaux ayant des réponses impulsionnelles longues et des modulations à grand nombre d'états.

## Références

Ces travaux ont été menés dans le cadre d'un CCTP d'études communes CNET-DEST.

- [1] C. Laot, "Egalisation autodidacte et turbo-égalisation. Application aux canaux sélectifs en fréquence," *Thèse de l'Université de Rennes 1*, Juillet 1997.
- [2] A. Glavieux, C. Laot et J. Labat, "Turbo-equalization over a frequency selective channel," *Symposium on Turbo-Codes*, Brest, Septembre 1997.
- [3] C. Laot, A. Glavieux et J. Labat, "Turbo-égalisation," *Brevet France Télécom N°9705978*, Mai 1997.
- [4] C. Berrou and A. Glavieux, "Near Optimum Error Correcting Coding And Decoding : Turbo-codes," *IEEE Trans.Comm.* Vol. 44, N° 10, pp.1262-1271, October 1996.
- [5] C. Berrou, P. Adde, E. Angui and S. Faudeil, "A low complexity soft-output viterbi decoder architecture", *ICC'93*, Geneva, Switzerland, May 93.