

Estimation des caractéristiques de sources diffuses

Thouraya ABDELLATIF¹, Pascal LARZABAL¹, Henri CLERGEOT²

¹LESiR, UMR CNRS 6597

61, avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex 01, France

²LTSMM

Campus Saint Denis, BP792, 97337 Cayenne Cedex, Guyane

abdellat@lesir.ens-cachan.fr, larzabal@lesir.ens-cachan.fr, henri.clergeot@guyane.univ-ag.fr

Résumé — Les algorithmes de localisation en traitement d’antenne utilisent souvent l’hypothèse de sources ponctuelles. Or, de récentes études montrent que dans un milieu riche en obstacles, le front d’onde se distord et les trajets subissent une dispersion angulaire. Aussi cet article propose-t-il une méthode de type sous-espace robuste à une distribution azimutale de puissance, et dont nous analysons les performances. Il motive de plus l’utilisation de techniques de Prédiction Linéaire, alternatives de poids à la localisation Haute Résolution (HR) de sources diffuses.

Abstract — Array processing algorithms use to be based on the point source hypothesis assuming that the antenna is radiated by plane waves. However, recent studies in urban areas underscored an angular spreading of the impinging rays due to scatterers bringing about diffuse multipaths. This paper proposes a generalization of a subspace location algorithm and motivates the use of Linear prediction methods as an alternative for High resolution bearing estimation of scattered sources.

1 Introduction

Ce travail se propose de revenir sur l’hypothèse de la source ponctuelle qui paraît peu réaliste dans certains contextes suscitant actuellement beaucoup d’intérêt. En effet, de récentes études en télécommunication urbaine, montrent que l’antenne ne reçoit pas un Dirac d’énergie dans la direction de la source, mais qu’elle est illuminée par une densité angulaire de puissance, répartie selon une distribution donnée, de part et d’autre de la direction nominale d’arrivée. Or, pour de tels scenarii, les méthodes de type sous-espace traditionnelles, peu robustes, donnent des résultats souvent décevants.

Cet article concerne donc la caractérisation de telles sources dites diffuses, à savoir situées dans un milieu riche en obstacles. Une modélisation simple et réaliste consiste à ne considérer que les phénomènes locaux de diffraction dus à un grand nombre de “diffuseurs” à proximité de la source. Le signal se conçoit alors comme la sommation de Q ondes planes, chacune de gain complexe $\gamma_q(t)$ - temporellement et spatialement blanc, et provenant d’autant de sources ponctuelles situées à $\theta_q(t)$ de la position réelle de l’émetteur. Ainsi, pour une unique source, le signal reçu par l’antenne peut s’écrire, avec les notations conventionnelles :

$$\mathbf{x}(t) = s(t) \sum_{q=1}^Q \gamma_q(t) \mathbf{a}(\theta + \theta_q(t)) + \mathbf{b}(t)$$

Ce modèle a permis à certains auteurs [1,2,3] l’élaboration de nombreuses méthodes HR généralisées, toutes basées sur une décomposition en sous-espaces. Ces dernières sont en effet plus performantes que leur correspondantes pour de petits étalements angulaires. Le présent travail, outre sa contribution au développement et à l’étude des perfor-

mances de telles techniques, montre qu’il est intéressant d’exploiter les propriétés de techniques HR fondées sur la Prédiction Linéaire.

2 Méthode de sous-espaces pour sources diffuses

2.1 Sensibilité des méthodes HR

Une importante famille d’algorithmes HR repose sur la détermination d’un sous-espace source dont la dimension $\dim(E_s)$ est donnée par le rang de la matrice de covariance \mathbf{R}_x . Or, dans le cas de trajets diffus plus ou moins corrélés, \mathbf{R}_x devient rapidement de rang plein et les performances de tels algorithmes se dégradent. La figure 1 quantifie ces dégradations par la répartition des valeurs propres de \mathbf{R}_x (calculée avec $T=100$ échantillons), en fonction de l’étalement angulaire σ_θ . Cette simulation comme les suivantes, concerne une unique source en 0° qui illumine selon $Q=300$ trajets diffus, une antenne linéaire uniforme, dont les N capteurs sont séparés de $\Delta=0.5$ longueur d’onde. Le rapport signal à bruit est $RSB=10$ dB. $\dim(E_s)$ varie donc avec σ_θ et il s’avère nécessaire d’élaborer des algorithmes adaptés, ne reposant plus sur cette propriété d’espaces source et bruit distincts et orthogonaux.

2.2 Algorithme de type sous-espace

Cet algorithme a été introduit par B. Champagne dans [3], nous le généralisons ici au cas gaussien et en étudions les performances. La corrélation entre les différents trajets diffus joue un rôle fondamental dans le développement algorithmique de notre méthode. Deux cas extrêmes sont

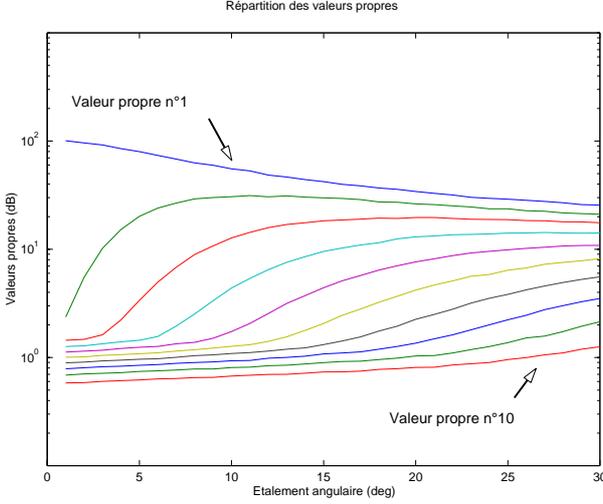


FIG. 1 – Valeurs propres de \mathbf{R}_x

considérés :

- Les trajets arrivant des différentes raies sont cohérents, alors $\dim(\mathbf{E}_s)=1$.
- Les trajets diffus sont entièrement décorrélés. Dans ce cas l'estimation de $\dim(\mathbf{E}_s)$ est un problème délicat et crucial.

2.2.1 Trajets diffus entièrement corrélés (cas CD)

Modélisation L'enveloppe complexe de la sortie des capteurs se modélise $\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta) s(t) + \mathbf{b}(t)$ avec

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{j2\pi\Delta \sin \theta}, \dots, e^{j2\pi\Delta(N-1) \sin \theta}]^T.$$

Dans le cas de trajets diffus entièrement corrélés, le vecteur directionnel $\mathbf{a}(\theta)$ peut être substitué par le vecteur généralisé $\mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{a}(\theta + \phi) g(\phi, \sigma_\theta) d\phi$ où $g(\phi, \sigma_\theta)$ est la densité angulaire de signal et ϕ la petite déviation que fait une raie donnée avec la direction nominale d'arrivée. Supposons de plus que cette distribution soit normale $\mathcal{N}(0, \sigma_\theta)$ avec σ_θ représentant l'écart type de la diffusion et S la puissance du signal. La k -ième composante de $\mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)$ s'écrit alors :

$$[\mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)]_k = S \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\theta^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi\Delta(k-1) \sin(\theta+\phi)} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\phi}{\sigma_\theta}\right)^2} d\phi$$

Sous l'hypothèse de faibles étalements angulaires le vecteur directionnel généralisé se met sous la forme :

$$[\mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)]_k = S \cdot [\mathbf{a}(\theta)]_k e^{-2[\sigma_\theta \pi \Delta(k-1) \cos(\theta)]^2}$$

Un algorithme de type sous-espace est ainsi développé pour l'estimation du vecteur paramètre $\hat{\Psi} = (\hat{\theta}, \hat{\sigma}_\theta)$, selon le critère :

$$\hat{\Psi} = (\hat{\theta}, \hat{\sigma}_\theta) = \arg \min_{\Psi} \text{tr} \left[\mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)^H \hat{\Pi}_b \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta) \right]$$

Et donc, dans le cas d'une seule source

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &\simeq \arg \min_{\Psi} \text{tr} \left(\mathbf{\Pi}_b \hat{\mathbf{R}}_x(\Psi) \right) \\ &\simeq \arg \min_{\Psi} (E[L(\Psi)]) \end{aligned}$$

où $\mathbf{R}_x(\Psi) = \mathbf{a}_g(\Psi) \mathbf{a}_g(\Psi)^H + \sigma^2 \mathbf{I}$ est la matrice de covariance et $L(\Psi)$ l'anti-logvraisemblance. Ce critère s'interprète comme une approximation du maximum de vraisemblance.

Etude des performances

a) Variance théorique : La variance théorique de l'estimateur proposé se calcule de la même manière que dans [4]. On montre en effet que via un développement du projecteur estimé $\hat{\Pi}_b$ au premier ordre en $\Delta \mathbf{R}_x = \hat{\mathbf{R}}_x - \mathbf{R}_x$, avec $\mathbf{S}^\dagger = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(\lambda_n - \sigma^2)} \mathbf{v}_n \mathbf{v}_n^H$ où $(\lambda_n, \mathbf{v}_n)$ sont les paires valeurs/ vecteurs propres de la matrice de covariance, et en posant

$$\mathbf{K} = \Re \left[\begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \Delta \theta \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \Delta \theta \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \Delta \theta \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \Delta \theta \frac{\partial \mathbf{a}_g(\theta, \sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \end{array} \right]^{-1}$$

La variance théorique a pour expression :

$$\begin{aligned} E(\Delta\theta^2) &= \frac{\sigma^2}{2T} \{ K_{11}^2 \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \theta} \right) \right] \right. \\ &\quad + 2K_{11}K_{12} \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \sigma_\theta} \right) \right] \\ &\quad \left. + K_{21}^2 \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \sigma_\theta} \right) \right] \right\} \\ E(\Delta\sigma_\theta^2) &= \frac{\sigma^2}{2T} \{ K_{21}^2 \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \theta} \right) \right] \right. \\ &\quad + 2K_{22}K_{21} \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \sigma_\theta} \right) \right] \\ &\quad \left. + K_{22}^2 \cdot \Re \left[(\mathbf{a}_g^H \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger \mathbf{a}_g) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{a}_g^H}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial \sigma_\theta} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

b) Borne de Cramer Rao : La borne de Cramer Rao (BCR) s'obtient classiquement [5] :

$$[\mathbf{BCR}]_{i,j} = [\mathbf{FIM}^{-1}]_{i,j} = T * \text{tr} \left(\mathbf{R}_x^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \Psi_i} \mathbf{R}_x^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \Psi_j} \right)$$

Simulation La figure 2 illustre une simulation de 200 Monte Carlo comparée à ses performances statistiques, avec $N=10$ et $\text{RSB}=10$ dB. Il apparaît que cette méthode de sous-espaces généralisée donne d'excellents résultats : la variance théorique et la borne de Cramer Rao sont confondues, la simulation valide notre étude théorique.

2.2.2 Trajets diffus entièrement décorrélés (cas ID)

Modélisation On utilise dans ce cas la matrice de covariance sans bruit des signaux gaussiens

$$[\mathbf{H}(\Psi)]_{k,l} = S e^{j2\pi\Delta(k-l) \sin(\theta)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j2\pi\Delta(k-l) \cos(\theta)\phi} e^{-\left(\frac{\phi}{\sigma_\theta}\right)^2}}{\sqrt{\pi\sigma_\theta}} d\phi$$

qui se met sous la forme :

$$\mathbf{H}(\Psi) = S \cdot \left[\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}(\theta)^H \right]_{k,l} e^{-[\sigma_\theta \pi \Delta(k-l) \cos(\theta)]^2}$$

Le critère s'écrit alors :

$$\hat{\Psi} = \arg \min_{\Psi} \text{tr} \left(\mathbf{H}(\Psi) \hat{\Pi}_b \right)$$

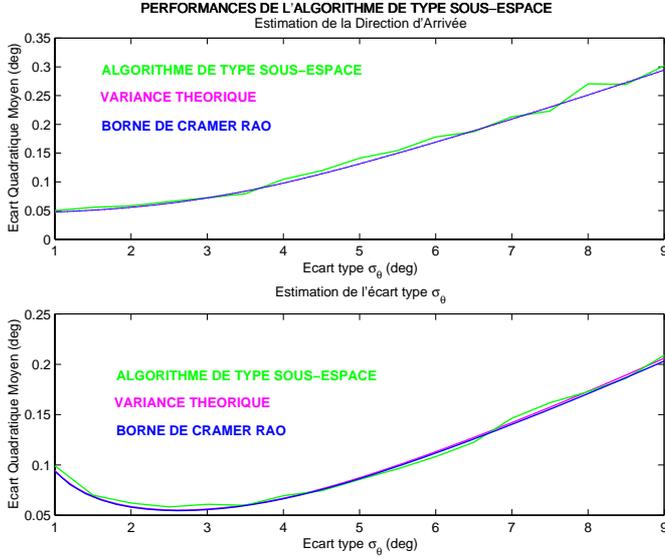


FIG. 2 – Performances de l'algorithme pour une source CD

Etude des performances

a) *Variance théorique* : En posant de même

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \text{tr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \mathbf{\Pi}_b \right) & \text{tr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \theta \partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \right) \\ \text{tr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \theta \partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \right) & \text{tr} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta^2} \mathbf{\Pi}_b \right) \end{bmatrix}^{-1}$$

la variance théorique s'écrit :

$$E(\Delta\sigma_\theta^2) = \frac{\sigma^2}{T} \{ K_{11}^2 \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \right)] + 2K_{11}K_{12} \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \right)] + K_{12}^2 \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \right)] \}$$

$$E(\Delta\sigma_\theta^2) = \frac{\sigma^2}{T} \{ K_{21}^2 \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \right)] + 2K_{21}K_{22} \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \right)] + K_{22}^2 \cdot \text{tr} [(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}_x \mathbf{S}^\dagger) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \mathbf{\Pi}_b \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \sigma_\theta} \right)] \}$$

b) *Borne de Cramer Rao* : La BCR se calcule avec la même expression que 2.2.1 en prenant comme matrice de covariance $\mathbf{R}_x = \mathbf{H}(\Psi) + \sigma^2 \mathbf{I}$.

Simulation La figure 3 illustre une simulation de 200 Monte Carlo comparée à ses performances statistiques, avec $N=30$, et $\text{RSB}=30$ dB. Le comportement haché de la variance théorique s'explique par une mauvaise estimation de $\dim(\text{Es})$ dont nous n'avons pas trouvé de méthode efficace de détermination.

3 Prédiction Linéaire pour sources diffuses

3.1 Déconvolution d'un spectre AR

La méthode de déconvolution d'un spectre Auto-Régressif proposée convient pour toute répartition de l'étalement angulaire. La figure 4 en illustre le principe dans le cas gaussien.

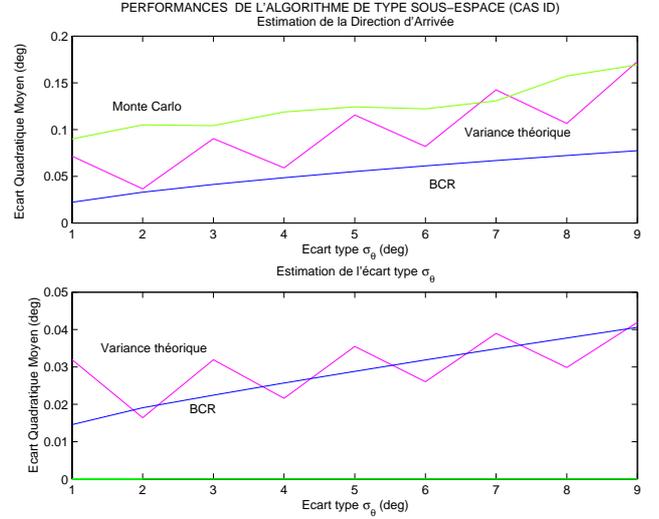


FIG. 3 – Performances de l'algorithme pour une source ID

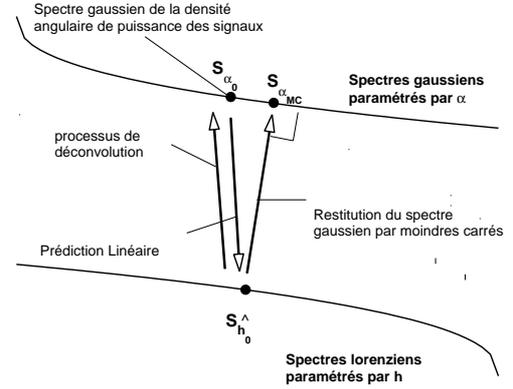


FIG. 4 – Principe de la déconvolution

La prédiction linéaire minimise le critère d'erreur relative $F(\alpha_0, \mathbf{h})$:

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \arg \min_{\mathbf{h}} F(\alpha_0, \mathbf{h}) = \arg \min_{\mathbf{h}} \int \left| \frac{H_{\mathbf{h}}(\nu) - H_{\alpha_0}(\nu)}{H_{\alpha_0}(\nu)} \right| d\nu$$

où $H_{\mathbf{h}}(\nu)$ et $H_{\alpha_0}(\nu)$ sont les factorisations respectives des spectres $S_{\mathbf{h}}(\nu)$ et $S_{\alpha_0}(\nu)$. Or, ne disposant pas de forme analytique simple pour $H_{\mathbf{h}}(\nu)$ et $H_{\alpha_0}(\nu)$ (qui peuvent être obtenus numériquement via le cepstre), $F(\alpha_0, \mathbf{h})$ est approximé par $F_1(\alpha_0, \mathbf{h})$:

$$F_1(\alpha_0, \mathbf{h}) = \int |\log[S_{\mathbf{h}}(\nu)] - \log[S_{\alpha_0}(\nu)]|^2 d\nu$$

$\hat{\mathbf{h}}_0$ est ainsi solution de $\vec{\nabla} F_1(\alpha_0, \mathbf{h}) = 0$ et donc $\hat{\alpha}_0$ de $\vec{\nabla} F_1(\alpha, \hat{\mathbf{h}}_0) = 0$. Un algorithme du second ordre permet d'effectuer cette optimisation. L'ordre du prédicteur a été déterminé empiriquement en fonction de l'étalement angulaire, et donc de $\dim(\text{Es})$. Le principal inconvénient de cette méthode est le caractère discret de cet ajustement. Nous travaillons sur l'introduction d'une information a priori de douceur spectrale afin de permettre une détermination plus optimale. La figure 5 illustre une simulation de 200 Monte Carlo comparée à la BCR, avec $N=10$ et $\text{RSB}=20$ dB.

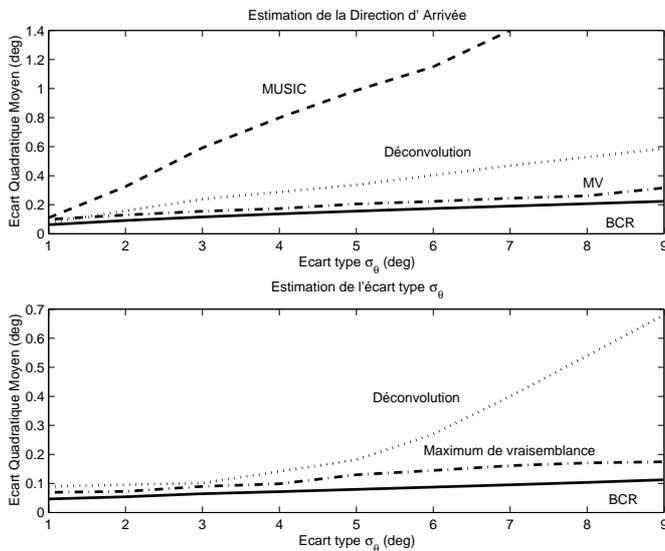


FIG. 5 – Performances de la déconvolution

3.2 Introduction d'une distribution angulaire Lorentzienne

Les résultats expérimentaux décrits dans [6] montrent qu'une forme gaussienne de la répartition angulaire de puissance n'est pas assez « pointue » pour décrire la réalité. Nous proposons alors d'introduire la distribution lorentzienne, qui de surcroît est optimale pour la Prédiction Linéaire. Une telle répartition angulaire nous permet ainsi de disposer d'un estimateur robuste, à la fois de la direction d'arrivée et de l'étalement angulaire, et ce, sans déconvolution. Ces paramètres sont obtenus comme l'indique la figure 6.

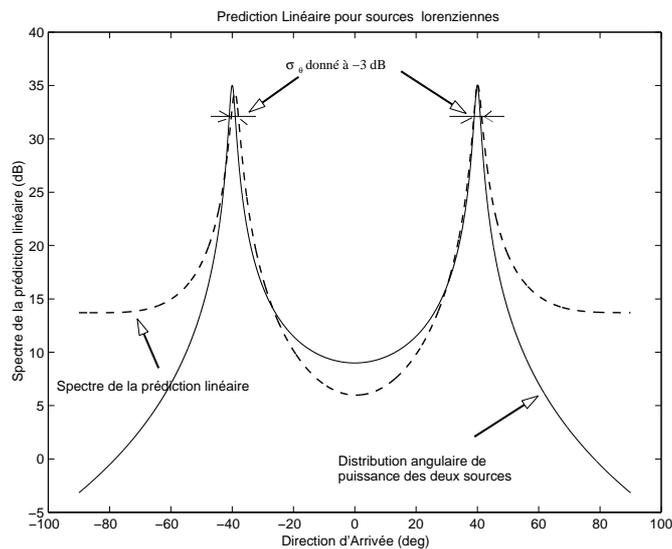


FIG. 6 – Détermination des caractéristiques de deux sources lorentziennes

La figure 7 illustre une simulation de 200 Monte Carlo comparée à la BCR, avec $N=20$, et $RSB=10$ dB.

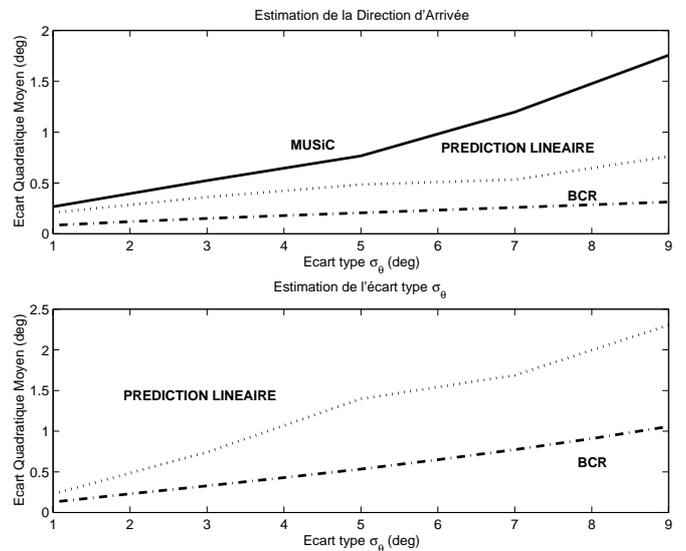


FIG. 7 – Performances de la prédiction linéaire pour une source à distribution lorentzienne

4 Conclusion

Ce travail a porté sur le problème de l'estimation simultanée de la direction d'arrivée et de l'étalement angulaire de sources diffuses, dans le cas de réflexions locales à l'émetteur. Une technique de type sous-espace a été mise en oeuvre sous l'hypothèse d'une répartition gaussienne de la densité angulaire de puissance et peut aisément être généralisée à toute autre forme de répartition. Elle s'accompagne d'une étude de performances. D'autre part, nos simulations concernant la prédiction linéaire comparent les performances des algorithmes proposés à la Borne de Cramer Rao; elles montrent qu'il est possible d'obtenir de bons estimateurs des paramètres d'intérêt aux prix d'une faible complexité de calcul et avec l'exigence d'un scénario réaliste.

Références

- [1]D. Asztely, B. Ottersten et A.L. Swindlehurst « A generalized array manifold model for local scattering in wireless communications »Proceeding ICASSP, Munich 1997.
- [2]T. Trump et B. Ottersten « Estimation of nominal DOA and angular spread using an array of sensors » Signal Processing, Avril, 1996.
- [3]S. Valaee, B. Champagne et P. Kabal « Parametric localization of distributed sources » IEEE Trans on signal processing, vol 43, n°9, Avril, 1995.
- [4]A. Desmézières, N. Bertaux, P. Larzabal « Space-time polarization processing for propagation channel identification » PSIP'99, Paris, Janvier 1999.
- [5]T. Abdellatif, P. Larzabal « Rapport interne LE-SiR » juin 1999.
- [6]KI. Pedersen, P.E. Mogensen, B.Fleury « Power azimuth spectrum in outdoor environments » IEE Electronics Letters, Vol.33, n°18, août 1996.