

# Simulation de séquences d'images haute résolution dégradées par la turbulence atmosphérique

Christine BONDEAU, El-Bay BOURENNANE, Michel PAINDAVOINE

Laboratoire LE2I, Université de Bourgogne  
UFR Sciences et Techniques, B.P. 47870, 21078 Dijon Cedex, France  
Christine.Bondeau@u-bourgogne.fr, Elbey.Bourennane@u-bourgogne.fr  
Michel.Paindavoine@u-bourgogne.fr

**Résumé** – Nous présentons une méthode originale de simulation d'images haute résolution dégradées par la turbulence atmosphérique. Ces images peuvent être simulées aussi bien dans le cas de fort anisoplanétisme qu'en isoplanétisme. En outre, nous prenons en compte l'aspect temporel de l'évolution de la turbulence dans le but de construire une séquence d'images dégradées prises à une fréquence d'échantillonnage donnée.

**Abstract** – Here is presented an original method for the simulation of high-resolution images degraded by atmospheric turbulence. These images can be simulated both in isoplanatic and strong anisoplanatic cases. Moreover, the temporal aspect of turbulence evolution has been taken into account in order to built a sequence of degraded images taken at a fixed sampling frequency.

## 1 Introduction

L'étude des dégradations de la turbulence sur les images haute résolution, ainsi que des moyens de les corriger, est à l'origine de nombreux travaux. Mais il peut être intéressant de disposer d'une méthode de simulation de ces dégradations. En effet, la capture réelle d'images dégradées par la turbulence nécessite un équipement de pointe, complexe et coûteux. La simulation que nous proposons permet de s'affranchir de ce problème. Les simulations de ce genre qui existent font l'hypothèse de l'isoplanétisme [1, 2] ou du faible anisoplanétisme [3], ce qui est valable uniquement pour un champ d'observation très étroit, comme en astronomie. Or, nous nous intéressons ici à la simulation d'images courte pose dans le cas de la propagation horizontale à travers la turbulence, sur une distance de l'ordre d'une dizaine de kilomètres seulement ; le champ d'observation est donc plus large qu'en astronomie, ce qui peut induire au contraire un fort anisoplanétisme.

Par ailleurs, les inhomogénéités de l'atmosphère dues à la turbulence ont une certaine durée de vie. Si l'on filme un objet fixe à une cadence assez élevée, les images obtenues présentent une certaine corrélation temporelle. L'étude des lois d'évolution de la turbulence au cours du temps nous a permis d'aboutir à une méthode de simulation d'une séquence d'images dégradées prises à une fréquence d'échantillonnage donnée.

## 2 Simulation d'une image dégradée par la turbulence

Une onde plane émise par une source ponctuelle éloignée et qui se propage à travers l'atmosphère subit des fluc-

tuations de phase qui suivent des statistiques connues [4]. Considérons un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde et notons  $\mathbf{r}$  le vecteur spatial à deux dimensions permettant de repérer un point quelconque de ce plan. La phase  $\varphi(\mathbf{r})$  de l'onde perturbée  $\Psi(\mathbf{r})$  peut s'exprimer sous la forme d'une décomposition sur une base orthonormée de polynômes de Zernike [5] :

$$\varphi(\mathbf{r}) = \sum_{j=2}^{K+1} a_j Z_j(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Pour simuler un tel front d'onde, on doit générer les coefficients  $a_j$  de la décomposition suivant un processus permettant de respecter le modèle de turbulence de Kolmogorov communément utilisé [2]. D'après ce modèle, la fonction de structure de phase  $\mathcal{D}_\varphi$ , définie par la variance des fluctuations de phase entre deux points séparés de  $\boldsymbol{\rho}$

$$\mathcal{D}_\varphi(\boldsymbol{\rho}) = \langle |\varphi(\mathbf{r}) - \varphi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})|^2 \rangle, \quad (2)$$

est théoriquement telle que [6] :

$$\mathcal{D}_\varphi(\boldsymbol{\rho}) = 6.88(\rho/r_0)^{5/3}, \quad (3)$$

$\rho$  étant la norme du vecteur  $\boldsymbol{\rho}$ .

### 2.1 Cas isoplanétique

L'image  $h$  formée par l'onde  $\Psi(\mathbf{r})$  correspond à la réponse impulsionnelle de l'ensemble constitué par l'instrument d'observation et l'atmosphère ;  $h$ , encore appelée fonction d'étalement de point, est donnée par le module au carré de la transformée de Fourier de l'onde incidente sur le système optique :

$$h(\boldsymbol{\beta}) = |\mathcal{F}[P(\mathbf{r}) \times \Psi(\mathbf{r})]|^2, \quad (4)$$

$\mathcal{F}$  étant l'opérateur de la transformée de Fourier et  $P(\mathbf{r})$  la fonction de transmission pupillaire :

$$P(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathbf{r}| \leq D/2 \\ 0 & \text{si } |\mathbf{r}| > D/2 \end{cases} \quad (5)$$

où  $D$  est le diamètre de la pupille d'entrée de l'instrument d'observation.

La fonction  $h$  ainsi générée est spatialement invariante dans le champ de vision  $\Theta$ , ce qui correspond à l'hypothèse d'isoplanétisme, et l'image  $i$  d'un objet  $o$  est obtenue par le produit de convolution suivant :

$$i(\alpha) = \int_{\Theta} h(\beta - \alpha) \times o(\beta) d\beta. \quad (6)$$

## 2.2 Cas anisoplanétique

Si le champ d'observation n'est pas extrêmement étroit, la lumière provenant des différents points d'un objet étendu ne subit pas les mêmes perturbations, puisqu'elle ne traverse pas la turbulence au même endroit. On se trouve alors dans le cas de l'anisoplanétisme, où  $h$  dépend de la direction d'observation. On peut simuler une telle réponse impulsionnelle de la façon suivante [3] :

$$h(\beta, \beta') = |\mathcal{F}[P(\mathbf{r} - \ell\beta') \times \Psi(\mathbf{r})]|^2, \quad (7)$$

$\beta'$  étant la direction d'observation. L'image  $i$  d'un objet  $o$  est alors donnée par :

$$i(\alpha) = \int_{\Theta} h(\beta - \alpha, \beta) \times o(\beta) d\beta. \quad (8)$$

Cela revient à générer un unique front d'onde turbulent, et à en sélectionner une partie différente pour le calcul de chaque point image, en déplaçant la pupille par rapport à lui. Le paramètre  $\ell$  permet de contrôler le degré de corrélation entre les réponses impulsionnelles associées à deux pixels adjacents, correspondant à deux directions séparées d'un angle égal à la résolution angulaire  $\mu_0$ . La Figure 1 montre que, quand  $\ell$  croît, cette corrélation atteint une valeur minimum qui dépend du rapport  $D/r_0$ ,  $r_0$  étant le paramètre de Fried [6]. Ce minimum correspond à un cas de fort anisoplanétisme.

Nous présentons Fig. 2 cinq exemples de simulations réalisées à partir d'une image binaire, dans un cas de fort anisoplanétisme, en prenant  $D/r_0 = 3$ . Le caractère anisoplanétique apparaît très nettement puisque la déformation subie par l'objet n'est pas la même d'un bout à l'autre de l'image.

Les images de la Figure 2 sont temporellement décorrélées les unes des autres. Pour simuler une séquence d'images saisies à des instants rapprochés, nous devons tenir compte de la façon dont la turbulence évolue dans le temps.

## 3 Simulation d'une séquence d'images dégradées par la turbulence

Les fluctuations temporelles de la turbulence ont une durée de vie de quelques millisecondes [4]. Si nous enregistrons des images à des intervalles de temps plus courts, celles-ci vont présenter une certaine corrélation. Pour simuler une séquence de fronts d'onde turbulents, il faut

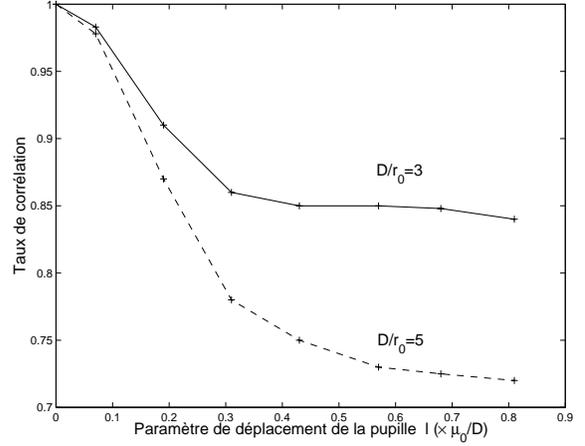


FIG. 1: Taux de corrélation entre les images de deux points sources voisins en fonction de  $\ell$ .

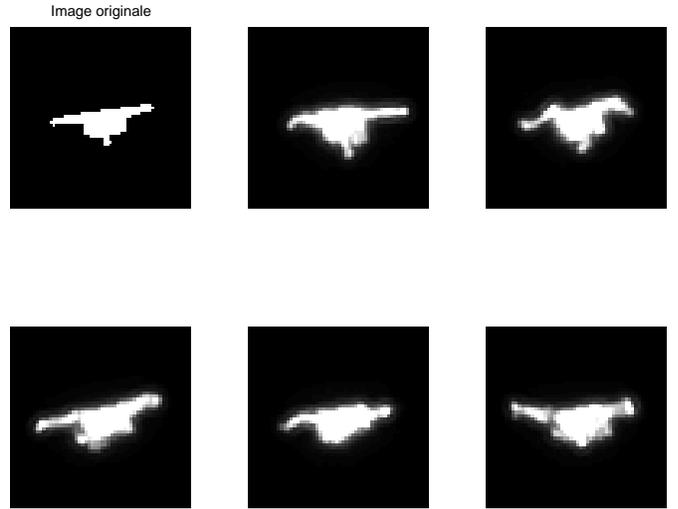


FIG. 2: Images courte pose simulées, fort anisoplanétisme ( $\ell\mu_0/D = 0.4$ ).

contraindre le spectre temporel de puissance de la phase du front d'onde à suivre l'allure prédite par la théorie ; ceci est réalisé par filtrage, aux différents ordres  $j$ , du spectre des coefficients de la décomposition de la phase sur la base des polynômes de Zernike, qui s'écrit maintenant :

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=2}^{K+1} a_j(t) Z_j(\mathbf{r}). \quad (9)$$

Le but est de générer une séquence de coefficients  $\{\mathbf{a}(t_0), \mathbf{a}(t_0 + \Delta t), \mathbf{a}(t_0 + 2\Delta t), \dots\}$  où  $\mathbf{a}(t)$  est le vecteur colonne contenant les coefficients de Zernike de la phase à l'instant  $t$  :

$$\mathbf{a}(t) = [a_2(t) \cdots a_{K+1}(t)]^T, \quad (10)$$

et où  $\Delta t$  correspond à la période d'échantillonnage de la caméra. Dans la suite, on note  $\nu$  la fréquence temporelle,  $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$  la fréquence spatiale et  $f$  son module.

Le spectre de puissance temporel  $w_j(\nu)$  de chaque coefficient de Zernike  $a_j(t)$  dépend de la vitesse  $V$  et de la direction du vent. Nous supposons  $V$  orientée selon l'axe

$x$  (le principe de la simulation peut être extrapolé ensuite à une direction quelconque). Dans ce cas, à un ordre  $j$  donné,  $w_j$  est donné par [7] :

$$w_j(\nu) = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \widetilde{M}_j \left( \frac{\nu}{V}, f_y \right) \right|^2 \times W_\varphi \left( \frac{\nu}{V}, f_y \right) df_y. \quad (11)$$

Dans (11),  $\widetilde{M}_j(\mathbf{f})$  est la transformée de Fourier du  $j$ ème polynôme de Zernike [5], et  $W_\varphi$  est le spectre de puissance spatial des fluctuations de phase [4] :

$$W_\varphi(\mathbf{f}) = 0.023 r_0^{-5/3} f^{-11/3}. \quad (12)$$

On a vu que l'on pouvait générer des échantillons de phase temporellement décorrelés les uns des autres. Considérons  $N$  échantillons de cette sorte, générés pour un même rapport  $D/r_0$ , chacun étant représenté par ses  $K$  premiers coefficients de Zernike  $\{a_j, j = 2 \cdots K + 1\}$ . L'ensemble de ces coefficients est stocké dans une matrice de données  $\mathbf{A}$ . Les  $N$  données, c'est-à-dire les échantillons de phase,  $y$  sont représentées en colonnes par leurs  $K$  composantes, qui sont les coefficients de Zernike  $\{a_2, \dots, a_{K+1}\}$ . La matrice  $\mathbf{W}$  de covariance de ces données initiales est donnée par :

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T, \quad (13)$$

Soient  $\mathbf{\Delta}$ , la matrice des valeurs propres de  $\mathbf{W}$  rangées par ordre décroissant, et  $\mathbf{P}$ , la matrice des vecteurs propres correspondants. Ces vecteurs sont appelés axes principaux ; les premiers d'entre eux indiquent les directions de variances maximales des données.

Par ailleurs, on construit un ensemble de  $K$  signaux aléatoires  $\{y_j(t), j = 2 \cdots K + 1\}$  dont le spectre de puissance temporel correspond au spectre théorique  $w_j(\nu)$  de  $a_j(t)$  pour chaque  $j$ . Ceci est réalisé en filtrant le spectre de puissance de  $K$  signaux de type bruit blanc gaussien par le spectre  $w_j(\nu)$  correspondant. Les  $y_j(t)$  sont rassemblés sous forme de vecteurs lignes  $\mathbf{y}_j$  dans une matrice  $\mathbf{Y}$ , qui est ensuite projetée sur les vecteurs propres de  $\mathbf{W}$ , et l'on obtient :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{P}^T \mathbf{Y}. \quad (14)$$

La matrice  $\mathbf{Z}$  contient ainsi les coordonnées des projections de chaque donnée dans le système formé par les axes principaux des données initiales. Les données les plus correctes du point de vue du modèle de Kolmogorov, donc les plus semblables aux échantillons de phase de départ, ont les coordonnées les plus élevées sur les premiers vecteurs propres. Cela constitue un moyen de sélection des séquences de coefficients les plus appropriées pour la simulation. Les données ainsi retenues sont projetées sur  $\mathbf{P}$ . Les séquences de phase que l'on obtient sont à la fois temporellement corrélées et conformes au modèle de turbulence de Kolmogorov.

Nous pouvons vérifier ce deuxième point en comparant la fonction de structure de la phase simulée  $\mathcal{D}_\varphi$ , calculée à partir de sa définition (2), à sa valeur théorique (3). Nous voyons (Fig. 3) que la fonction de structure calculée à partir de 300 échantillons de phase (trait plein) est proche de la courbe théorique (trait discontinu).

En exemple, la Fig. 4 montre une séquence d'images obtenue de cette manière. On voit clairement que l'image

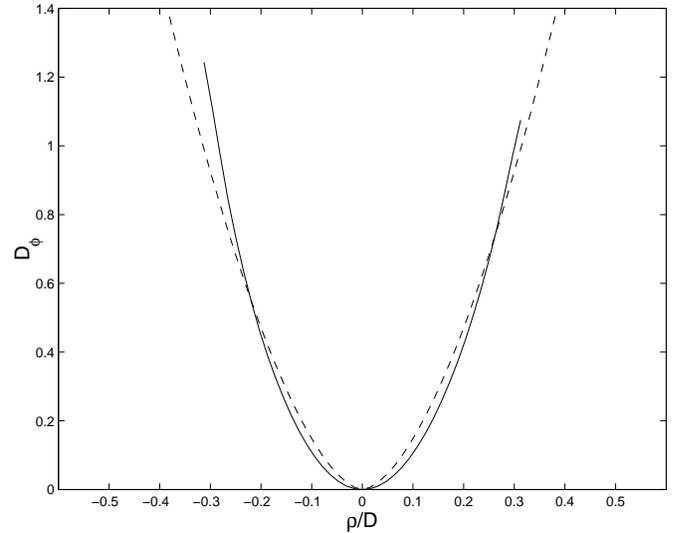


FIG. 3: Fonction de structure des phases simulées.

de l'objet évolue. Les conditions sont ici :  $V = 6 \text{ ms}^{-1}$ ,  $D/r_0 = 3$  et  $\Delta t = 0.25 \text{ s}$ . On est dans les mêmes conditions d'anisoplanétisme que pour la Figure 2.

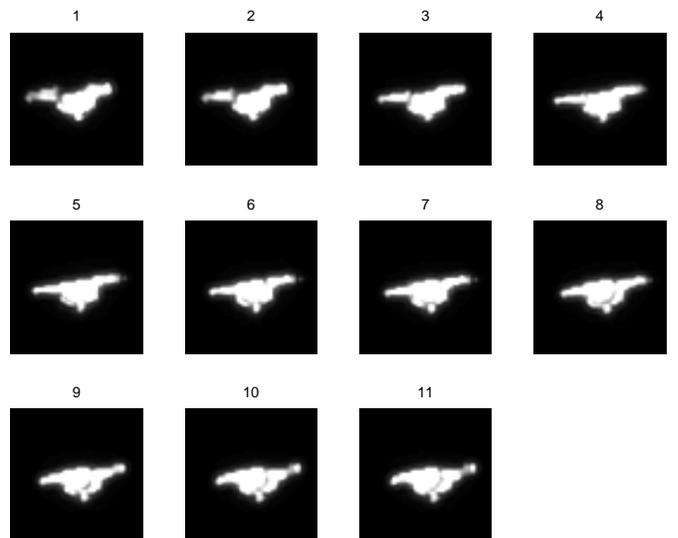


FIG. 4: Séquence d'images simulées.

## 4 Conclusion

Notre simulation reproduit les effets de la turbulence en imagerie haute résolution dans un cas d'anisoplanétisme fort. Sur les séquences simulées, les images obtenues montrent clairement les effets de l'anisoplanétisme et de l'évolution temporelle de la turbulence. La fidélité au modèle de turbulence de Kolmogorov a été vérifiée. Cette simulation est pratique lorsque l'on veut obtenir de telles images dans un délai assez court, ou que l'on ne dispose pas du matériel adéquat pour les obtenir. Ces résultats peuvent également être utilisés en vue d'une restauration ultérieure.

## Références

- [1] B.-L. McGlamery. "Computer simulation studies of compensation of turbulence degraded images". *Proc. SPIE Conf. on Image Processing* **74**, pp.225-233, 1976.
- [2] N. Roddier. "Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials". *Opt. Eng.* **29**, pp.1174-80, 1990.
- [3] H. Beaumont. *Caractérisation de la turbulence atmosphérique et procédure d'amélioration des images pour des observations horizontales au-dessus de la mer*. Thèse, 1996.
- [4] F. Roddier. *Progress in optics XIX*, Chap. 5. E. Wolf, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1981.
- [5] R. J. Noll. "Zernike polynomials and atmospheric turbulence". *J. Opt. Soc. Am.* **66**, pp.207-211, 1976.
- [6] D. L. Fried. "Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures". *J. Opt. Soc. Am.* **56**, pp.1372-1379, 1966.
- [7] J.-M. Conan, G. Rousset et P.-Y. Madec. "Wavefront temporal spectra in high resolution imaging through turbulence". *J. Opt. Soc. Am.* **12**, pp.1559-1570, 1995.