

Réallocation énergétique pour l'analyse par filtrage multiple: Application à la mesure de courbes de dispersion de séismes

Jérôme MARS¹, Pierre-Olivier AMBLARD¹, Helle PEDERSEN², Anne-Lise BARD^{1,2}

¹Laboratoire des Images et des Signaux,
ENSIEG - INPG - Observatoire de Grenoble
Rue de la houille blanche, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France

²Laboratoire de Géophysique Interne et de Tectonophysique,
BP 53X 38041 Grenoble, France

`Jerome.Mars@lis.inpg.fr`, `Bidou.Amblard@lis.inpg.fr`, `pedersen@lgit.observ-gr.fr`

Résumé – Les ondes de surface sont des ondes dispersives. La vitesse de groupe à une fréquence donnée est déduite du temps d'arrivée du maximum d'énergie d'un paquet d'onde filtré autour de cette fréquence. Le calcul de l'énergie en fonction du temps et de la période par des techniques, telles que l'analyse en filtrage multiple (AFM) ou par le spectrogramme, produit une représentation diffuse et biaisée que nous cherchons à concentrer. Cette concentration se fait par réallocation au barycentre d'énergie calculé sur une fenêtre temps-fréquence, de l'énergie attribuée au centre de cette même fenêtre. Cette réallocation permet un gain important en terme de résolution sur les courbes de dispersion de vitesse de groupe. La technique de réallocation de l'analyse en filtrage multiple (AFMR) proposée sera testée sur des exemples synthétiques et sur des données réelles.

Abstract – A time-frequency analysis is presented which significantly improves the readability and the precision of measured group velocity dispersion curves. The method is an adaptation of the reassignment method known from the spectrogram, to the multiple filter analysis commonly used in seismology. While the method keeps the advantages of the multiple filter analysis (robustness), it reduces the smearing problems created by the uncertainty principle. The method proposed reassigns the energy which is concentrated along a very narrow dispersion curve. After reassignment, the uncertainty of the group velocity measurement are significantly reduced compare to a classical multiple filter analysis. The reassignment method is applied and tested on several synthetic data with noise and multipathing to highlight the benefit of such technique. An application on a real seismogram is also presented.

1 Introduction

L'étude de la dispersion des ondes de surfaces (évolution de la vitesse des ondes en fonction de la fréquence ou de la période) présente de nombreuses applications allant de la prospection à petite échelle pour le génie civil, à l'étude des structures lithosphériques terrestres. Pour chacune de ces applications, il est nécessaire d'accéder, le plus précisément possible, aux courbes de vitesse de groupe, car la forme de cette courbe de dispersion apporte des informations sur le type d'onde mis en jeu, sur la structure du milieu traversé et sur la nature des sous-sols. L'inversion de ces courbes de dispersion permettent ensuite de construire des modèles de profil de vitesse d'ondes de cisaillement et ainsi de dresser des cartes de vitesse du sous sol. Le calcul des courbes de dispersion est donc une étape cruciale dont dépend le succès de l'inversion.

Pour obtenir ces courbes de dispersion, les analyses temps-fréquences les plus classiquement utilisées par les géophysiciens, sont celles basées sur les transformées de Fourier car elles sont robustes, facile d'utilisation et simples à mettre en œuvre. Nous allons dans cet article, nous référer à deux de ces méthodes, à savoir, le spectrogramme ou Transformée de Fourier à Court Termes (TFCT) [4] et

l'Analyse en Filtrage Multiple (AFM) [3]. Si ces deux méthodes sont identiques, l'analyse en filtrage multiple est de loin la plus familière aux géophysiciens car elle est plus adaptée aux signaux présentant de très longues période temporelle.

Ces techniques, même si elles sont très largement utilisées, présentent deux inconvénients. Le premier est lié à leurs mauvaises adaptations aux calculs de spectre de signaux très longues périodes. Comme cela est expliqué par Levshin et al, une erreur systématique sera introduite dans l'estimation de la vitesse de groupe [6]. Cette erreur se caractérise par un décalage vers les hautes fréquences comparé à la fréquence centrale du filtre utilisé. Le deuxième inconvénient est dû au fait que l'énergie dans l'image temps-fréquence est souvent étalée sur une grande plage fréquentielle et temporelle, en raison de l'inégalité de Gabor-Heisenberg (Impossibilité d'avoir à la fois une bonne résolution temporelle et une bonne résolution fréquentielle). Cet étalement énergétique dans le plan temps-fréquence, est fortement préjudiciable pour l'interprétation, car il introduit des erreurs dans le relevé de la courbe de vitesse de groupe que fera le géophysicien.

Des corrections doivent donc être apportées simultanément sur les axes fréquentiels tels que le suggère Levshin

et al [6] et Shapiro et Singh [7], que sur les axes temporels. Une telle procédure de correction fut proposée une première fois par Kodera et al pour le spectrogramme en 1976 [4]. Plus récemment, Auger et Flandrin ont présenté les fondements théoriques d'une méthode de corrections appelée réallocation énergétique [1]. L'originalité du travail présenté ici, est de proposer une réallocation énergétique des spectres issus de la technique de l'analyse en filtrage multiple (AFMR). Pour cela, nous construisons, dans le domaine fréquentiel et parallèlement au spectrogramme réalloué, les éléments nécessaires à la réallocation, à savoir les vecteurs de déplacement temporel et fréquentiel. Cette réallocation a pour but d'une part de corriger le mauvais comportement spectral de l'AFM pour des signaux longues périodes et d'autre part, d'améliorer la résolution de la courbe de vitesse de groupe dans le plan temps-fréquence. Nous montrerons sur des exemples synthétiques et sur des données réelles, l'intérêt et l'efficacité de la technique dite de l'analyse en filtrage multiple réal-

2 Le spectrogramme classique et réalloué

La transformée de Fourier à court termes consiste à calculer la transformée de Fourier de parties temporelles fenêtrées d'un signal, pour différents instants par:

$$TFCT_g(s; t, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) g^*(t - \tau) e^{-2i\pi\nu\tau} d\tau \quad (1)$$

La taille de la fenêtre fixera la résolution temporelle et fréquentielle de l'analyse temps-fréquence. Chaque spectre sera placé à un incrément temporel lié à la position du centre de la fenêtre d'analyse. Cette position n'étant pas forcément le barycentre de la distribution d'énergie, la représentation temps-fréquence peut donc être biaisée. Le but de la réallocation sera donc de corriger l'étalement et le biais. Ainsi pour chaque fenêtre centrée sur le point $P(t, \nu)$, on calcule les coordonnées du centre de gravité $P'(\hat{t}, \hat{\nu})$. Selon Auger et Flandrin [1], cela revient à calculer des vecteurs de déplacement temporel et fréquentiel définis par:

$$\hat{t}(s; t, \nu) = t + Re \left(\frac{TFCT_{Tg}(s; t, \nu)}{TFCT_g(s; t, \nu)} \right) \quad (2)$$

$$\hat{\nu}(s; t, \nu) = \nu - Im \left(\frac{TFCT_{Dg}(s; t, \nu)}{TFCT_g(s; t, \nu)} \right) \quad (3)$$

avec $Tg(t) = t.g(t)$ la fenêtre multipliée par l'incrément temporel et $Dg(t) = dg(t)/dt$ la fenêtre dérivée.

3 L'analyse en filtrage multiple

3.1 L'analyse en filtrage multiple classique

Développé par Dziewonski [3], l'analyse en filtrage multiple est la méthode la plus utilisée actuellement par les géophysiciens pour obtenir des courbes de dispersion des vitesses de groupe des ondes sismiques. Elle est utilisée

préférentiellement au spectrogramme car elle semble plus stable pour des enregistrements à spectre étroit.

Cette méthode consiste en un filtrage dans le domaine fréquentiel (fenêtrage en fréquence) par multiplication du spectre du signal sismique initial par des filtres gaussiens successifs, de fréquence centrale ν_0 variable et de largeur de bande B . Cette opération a pour but de sélectionner les ondes sismiques autour des différentes fréquences centrales des filtres gaussiens. On calcule ensuite l'enveloppe du signal filtré en prenant le module du signal analytique correspondant. On retient alors le temps d'arrivée du maximum de l'enveloppe du signal filtré. L'analyse en filtrage multiple est décrit par la relation suivante:

$$AFM_g(s; t, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\nu_1) G^*(\nu_1 - \nu) e^{2i\pi(\nu_1 - \nu)t} d\nu_1 \quad (4)$$

A partir de la distance connue entre la source (séismes) et le capteur (station sismologique), on obtient alors la courbe de dispersion qui sera identifiée comme étant une vitesse de groupe. L'application de ce processus sur différentes fréquences centrales du filtre gaussien conduit à obtenir une image non pas temps-fréquence mais vitesse de groupe-période. Ces dernières étant directement liées à la physique des phénomènes étudiés, sont donc exploitables par des géophysiciens (un diagramme tracé entre 10 et 100 secondes correspond à des longueurs d'ondes sismiques de 30 à 350 km).

L'avantage de l'AFM est qu'elle est simple et rapide car basée sur des opérations simples de Traitement du Signal. Malheureusement, les résultats affichés se heurteront toujours au compromis entre résolution fréquentielle et résolution temporelle (principe d'incertitude d'Heseinberg). A la suite des développements de réallocation obtenus sur des spectrogrammes pour améliorer la courbe des fréquences instantanées [1][5], nous avons développé une procédure de réallocation énergétique pour l'AFM ayant pour but d'obtenir des courbes de dispersion de la vitesse de groupe présentant des motifs fortement concentrés dans le plan période-vitesse de groupe.

4 L'analyse en filtrage multiple réalloué

L'AFM classique consistant à multiplier chaque gaussienne fréquentielle par le spectre du signal initial et ensuite à en prendre la Transformée de Hilbert pour le calcul de l'enveloppe, les différentes étapes nécessaire à la réallocation ont donc été construites dans le domaine des fréquences. Pour corriger l'étalement et le biais de l'analyse en filtrage multiple, on doit réallouer l'énergie du point courant au barycentre de la distribution d'énergie sur la fenêtre d'application utilisée.

Nous écrivons les opérateurs de réallocation temporels et fréquentiels faisant passer des coordonnées (t, ν) au coordonnées $(\hat{t}, \hat{\nu})$. Sachant que dans le spectrogramme réalloué, pour avoir ces coordonnées de déplacement, il faut calculer respectivement les entités $Tg(t) = t.g(t)$,

$Dg(t) = dg(t)/dt$ et la matrice du spectrogramme, nous utiliserons donc le théorème de Parseval pour avoir les équivalences nécessaires en fréquence de chacune de ces entités. Ainsi, nous construirons à partir de la fenêtre gaussienne $G(\nu)$ en fréquence, la matrice finale issue de l'AFM en période-vitesse de groupe ainsi que les entités suivantes:

$$AFM_{Tg} = \int_{-\infty}^{\infty} X(\nu_1) \left[\frac{-1}{2i\pi} G(\nu_1 - \nu) \right]^* e^{2i\pi(\nu_1 - \nu)t} d\nu_1 \quad (5)$$

$$AFM_{Dg} = \int_{-\infty}^{\infty} X(\nu_1) [2i\pi(\nu_1 - \nu)G(\nu_1 - \nu)]^* e^{2i\pi(\nu_1 - \nu)t} d\nu_1 \quad (6)$$

5 Test sur synthétiques

Nous illustrons l'efficacité de l'analyse par filtrage multiple réalloué sur des exemples synthétiques et sur des exemples réels. Le premier exemple synthétique présenté, correspond à une fonction sinusoïdale de période 40 secondes et nous permettra de se familiariser avec les images obtenues. La figure 1 relative à cet exemple, montre une image classique en sismologie ayant pour axe horizontal, les périodes en secondes et pour axe vertical, la vitesse de groupe en km/s. L'image centrale est le diagramme période-vitesse de groupe, la courbe de droite correspond à la représentation temporelle en km/s et la courbe du haut à la représentation "spectrale" en période. Sur la figure 1, on observe deux diagrammes normalisés en amplitude, l'un relatif à la technique de l'AFM (en haut), et l'autre relatif à l'AFM réalloué (en bas). Nous observons pour l'AFM classique un étalement "spectral" grand autour de 40s. Avec l'AFMR, la réallocation concentre l'énergie autour de la valeur relative à la période de la sinusoïde.

La figure 2 correspond à l'étude d'un signal synthétique non bruité caractéristique d'une onde de surface. Le signal présente un spectre large, significatif du caractère dispersif de l'onde de surface. La ligne pleine au milieu du diagramme période-vitesse de groupe correspond à la courbe de dispersion théorique. La courbe en pointillé est relative au pointé des maxima de vitesse à chaque période obtenu sur l'AFM. On s'aperçoit que sur le diagramme du haut relatif à l'AFM classique, il y a une grande variabilité de la courbe de dispersion et que le pointé des maxima ne correspond pas à la courbe de dispersion théorique. Par contre en utilisant la réallocation, le diagramme période-vitesse de groupe est concentré. Les courbes "pointé des maxima" et "vitesse de courbe théorique" sont confondues. Sur le même exemple bruité (non présenté ici), les figures issues de l'AFMR sont aussi performantes et bien meilleures que celles issues de l'AFM classique.

6 Application sur données réelles

L'analyse sur un exemple réel, provient d'une campagne de mesure de téléseismes enregistrés sur l'altiplano bolivien (deuxième plus haut plateau de la planète avec une altitude moyenne de 3800m) pour étudier son mécanisme de formation et son origine qui sont à l'heure ac-

tuelle toujours controversées. Plusieurs hypothèses ont été avancées pour expliquer l'épaisseur anormale de la croûte terrestre à cette endroit. Plusieurs campagnes ont eu lieu entre 1994 et 1995 (campagnes BANJO et SEDA) [2][8]. L'enregistrement du séisme de l'île de Kermadec sur deux stations proches de 188 km du plateau bolivien ont permis de révéler grâce à l'analyse en filtrage multiple réalloué deux trajets importants (figure 3). Nous nous sommes servis des courbes issues de l'AFMR et de l'AFM pour opérer un filtrage basé sur la courbe de dispersion en vitesse de groupe. Une fois ce filtrage effectué, nous avons étudié la phase de l'interspectre entre les deux stations filtrées pour obtenir un diagramme présentant la vitesse de phase du mode fondamental. On s'aperçoit que la figure (figure 5) prenant en compte la réallocation présente une continuité plus satisfaisante et une dispersion moindre que celle sans réallocation (figure 4).

7 Conclusion

Nous avons montré que la mise en oeuvre d'une procédure de réallocation énergétique des représentations temps-fréquences issues de la technique de l'analyse en filtrage multiple améliorerait grandement la résolution des images obtenues. La procédure est validée sur différents exemples synthétiques et réelles.

Références

- [1] Auger F et Flandrin P., 1995, *Improving the readability of Time-Frequency and Time-Scale representations by the reassignment method*. IEEE Transactions on Signal Processing, 43, no 5, pp 1068-1089.
- [2] Beck, S., et al., 1994, *Across the Andes and along the Altiplano: A passive seismic experiment*, IRIS Newsletter, 13(3), 1-3.
- [3] Dziewonski A.M, Bloch S and Landisman M, 1969, *A technique for the analysis of transient seismic signals* Bull. Seism. Soc. Am. 59, pp 427-444.
- [4] Koenig W., Dunn H.K., Lacy L.Y., 1946, *The sound of spectrograph*, J. Acous. Soc. Am., 18(1), pp 19-46.
- [5] Kodera K, Gendrin R and de Villadet C, 1986, *Analysis of Time-varying signals with small BT values*, IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, Vol-ASSP 34, pp64-76.
- [6] Levshin A.L. et al., 1989, *Surface waves in vertically inhomogeneous media in Seismic surface waves in a laterally inhomogeneous earth*, V.I. Keilis-Borok ed, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp 131-182.
- [7] Shapiro N.M and Singh S.K., 1999, *A systematic error in estimating surface wave group velocity dispersion curves and a procedure for its correction*, Bull. Seism. Soc. Am. in press.
- [8] Zandt G. et al., 1996, *Anomalous crust of the Bolivian Altiplano, Central Andes. Constraints from broadband regional waveforms*, Geophys. res. Lett., 23, pp 1159-1162.

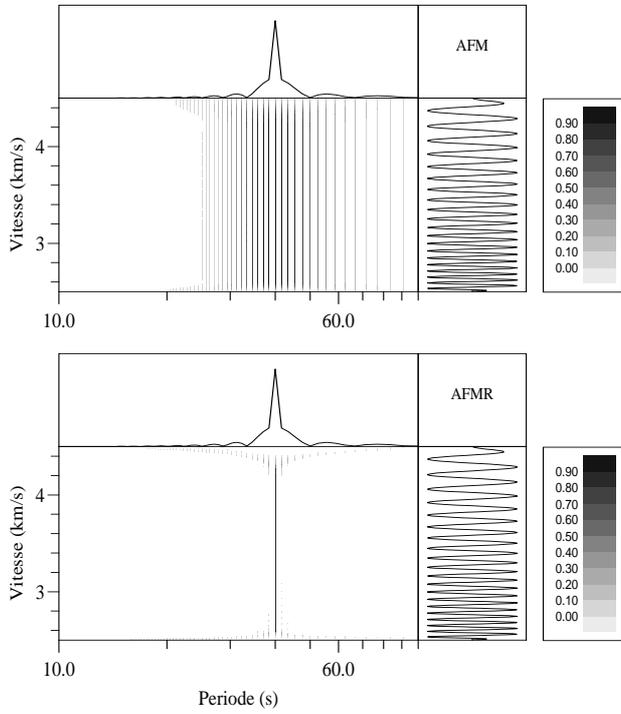


FIG. 1: Signal synthétique sinusoidal. En haut: Analyse en filtrage multiple. En bas: Analyse en filtrage multiple Réalloué

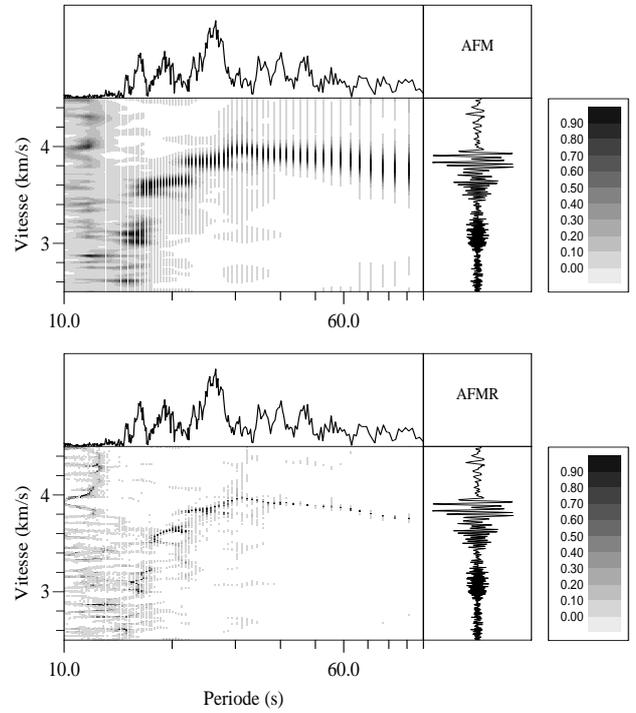


FIG. 3: Signal réel (station TACA, séisme de Kermadec). En haut: Analyse en filtrage multiple. En bas: Analyse en filtrage multiple réalloué.

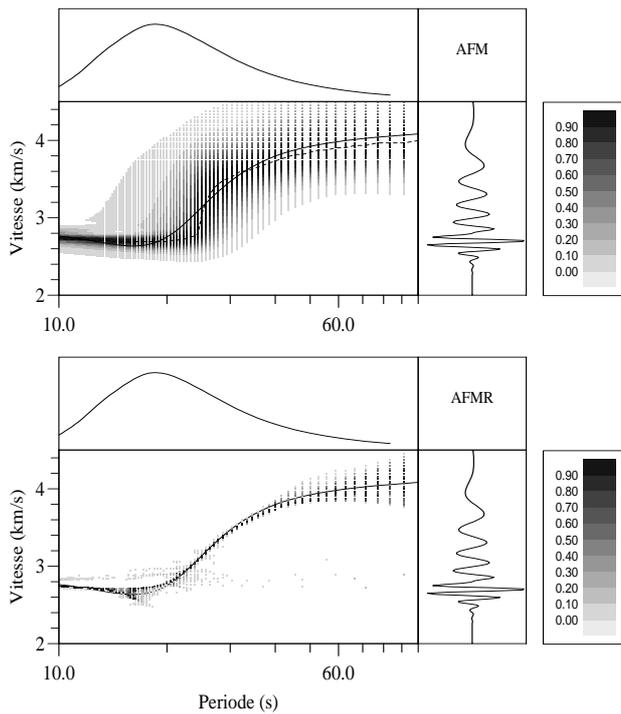


FIG. 2: Onde de surface synthétique. En haut: Analyse en filtrage multiple. En bas: Analyse en filtrage multiple Réalloué

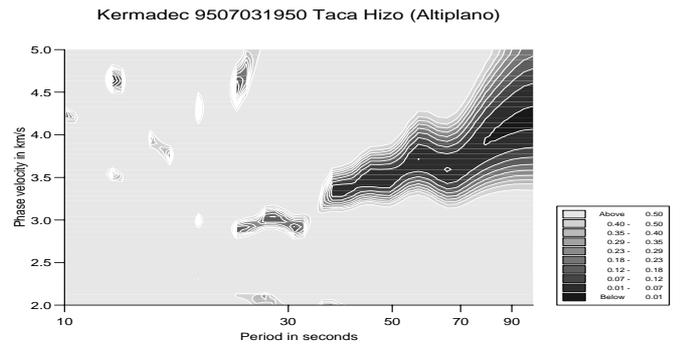


FIG. 4: Vitesse de phase obtenue après AFM

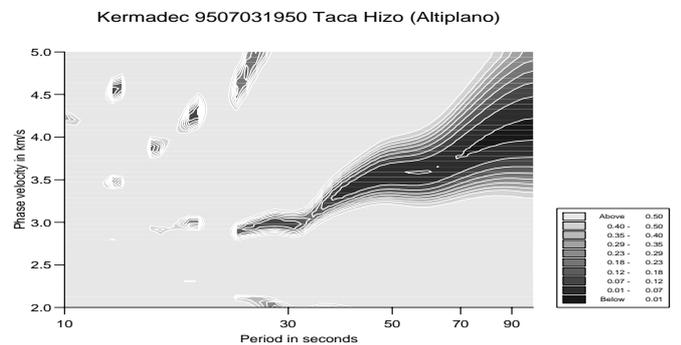


FIG. 5: Vitesse de phase obtenue après AFMR