

Détection de structures linéiques par propagation de courbes de niveau et apprentissage

Alain TRUBUIL, Mark HOEBEKE

INRA, Laboratoire de Biométrie
Domaine de Vilvert, 78350 Jouy-en-Josas, France

Alain.Trubuil@jouy.inra.fr, Mark.Hoebeke@jouy.inra.fr

Résumé – La détection supervisée de structures linéiques sur des images numériques est souvent faite par des techniques ne permettant pas d’assurer la continuité de ces structures. Nous présentons ici une approche permettant de détecter de telles structures connaissant leurs extrémités.

Abstract – This work is devoted to the design of a supervised method for linear structures detection on 2D images or 3D images observed in different sections of a stack. The user has to indicate the extremities of the structure and may learn the program to detect particular structures.

1 Introduction

Nous présentons ici un outil **réutilisable** et **diffusable** pour la détection de structures linéiques sur des images 2D ou au sein d’un volume 3D observé dans des plans parallèles ou sections. Ce travail est guidé par l’application, plus particulièrement dans le domaine de l’observation en biologie ou neurobiologie mais peut être appliqué à d’autres contextes. Il n’y a pas d’innovation véritable si ce n’est un choix et un assemblage d’outils méthodologiques récents et leur mise en œuvre informatique souple pour la résolution d’un problème précis. Nous entendons par structure linéique, une entité qui présente au moins localement une certaine continuité ou homogénéité dans une direction privilégiée. D’un point de vue géométrique cette entité est modélisable par une structure de dimension 1 dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 . En pratique, il peut s’agir d’une ligne de crête ou de fond de vallée entre deux points, voire d’un bord. Dans les applications à l’origine de ce travail, il s’agit de lignes de fond de vallée associées à des observations de tiges de plantules ou d’axones de cellules neuronales. Il existe de très bons détecteurs de crête, notamment celui de [6]. Ces algorithmes doivent cependant souvent être combinés à d’autres pour parvenir à reconstruire la structure d’intérêt dans sa totalité, c’est à dire sans ruptures le long de la structure et sans éléments étrangers à la structure. Par ailleurs, ces algorithmes sont souvent disponibles en 2D mais pas en 3D. Nous avons donc voulu pallier à ces inconvénients en adoptant une méthodologie pour laquelle nous avons une garantie de continuité entre les extrémités choisies et une extensibilité au 3D. La formulation du problème en termes de minimisation de fonctionnelle permet d’atteindre cet objectif. Pour cela deux questions doivent être abordées :

- le choix de la fonctionnelle,
- le choix de l’algorithme de minimisation.

Nous présentons dans la partie 4, quelques choix possibles permettant, via des techniques de représentation de l’information et d’apprentissage, de construire des fonctionnelles adaptées à un type de structure linéique. Nous rappelons brièvement l’algorithme de minimisation de type **<< Fast Marching >>** dans la partie 3 après avoir posé plus précisément le problème et défini les notations dans la partie 1. Enfin, dans la partie 5, nous montrons quelques résultats et simulations.

2 Formulation du problème, notations

Soit $I : \mathbb{R}^n \supset S \rightarrow L \subset \mathbb{R}^d$ une image numérique avec $n = 2$ ou $n = 3$ et $d \geq 1$; S est la grille de pixels et L l’ensemble fini dans lequel les informations observées sont codées. On désignera aussi par \mathcal{D} le support continu contenant les pixels et on notera aussi I , le prolongement continu de I sur \mathcal{D} . Soit alors p_0 et p_1 deux points de S donnés par l’utilisateur et supposés désigner les extrémités d’une structure linéique C^* , simplement connexe entre ces deux points. Un exemple typique de courbe et de données est fourni sur la figure 1(a) représentant des mutants de Arabidopsis (plante modèle en génétique végétale). On montre sur la figure 1(b) les résultats obtenus par la méthode de détection de crêtes de [6]. On peut constater une excellente localisation du milieu de la tige sur la plus grande portion entre p_0 et p_1 mais aussi des ruptures ou inexactitudes lorsqu’on est proche d’une autre plantule, de la graine ou des cotylédons. Du point de vue de l’utilisateur ce résultat est insuffisant. Nous avons donc considéré une formulation continue, (P) , du problème dans le cadre du *Calcul des Variations* et employé un algorithme à même de fournir une approximation connexe de la solu-

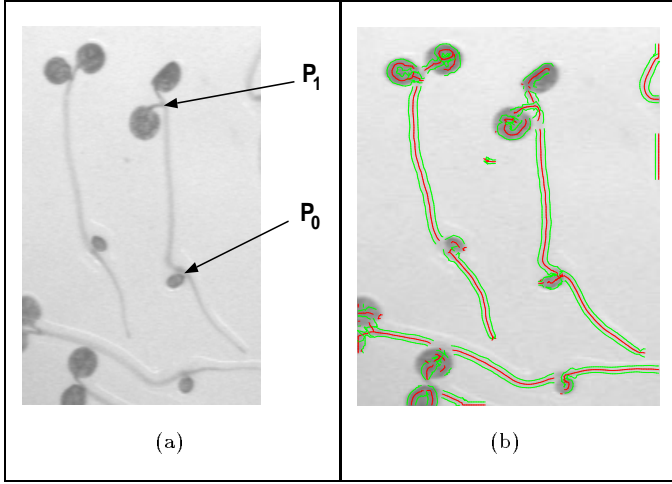


FIG. 1: Plantule: Mesure de l'hypocotyle.

tion. Soit :

$$(P) \left\{ \inf_{C \in \mathcal{C}} \int_C P(s) ds \right. \quad (1)$$

avec $\mathcal{C} := \{x(\cdot) \in \mathcal{C}^0([0, 1], \mathbb{R}^n); x(0) = p_0 \text{ et } x(1) = p_1\}$. Le potentiel P dépend de I et des caractéristiques géométriques de C ; sa définition est à la charge de l'utilisateur mais peut aussi faire l'objet d'un apprentissage hors ligne, comme on le verra dans la partie 4.

3 Construction de la structure

Le problème (P) peut éventuellement présenter des extrema locaux selon la définition de P . Il est toutefois possible de calculer une approximation \hat{C} de C^* par l'algorithme de << Fast Marching >> [4], lorsque $V \stackrel{def}{=} \frac{1}{P}$ est de signe constant sur \mathcal{D} . Cette construction se fait en deux étapes. On commence tout d'abord par résoudre numériquement une équation Eikonale :

$$|\vec{\nabla} T| \frac{1}{P} = 1 \quad (2)$$

où $T(p)$ désigne le temps d'atteinte du point p par un front se propageant à partir du point p_0 dans un milieu pour lequel le champ de vitesses est donné par V . À partir de p_0 , et dans un voisinage plus ou moins grand de la structure recherchée, on obtiendra une cartographie des temps d'atteinte à l'aide de laquelle, dans une seconde étape, on pourra estimer la localisation de la structure linéique entre p_0 et p_1 .

3.1 Cartographie locale des temps d'atteinte

Elle s'obtient par estimation de proche en proche des différentes lignes de niveau des temps d'atteinte jusqu'à ce que les deux extrémités appartiennent à des lignes de niveau calculées. Ainsi lorsque la propagation se fait à partir de p_0 , la ligne de niveau $T = 0$ est réduite à p_0 et les autres lignes sont emboîtées au fur et à mesure de la propagation. Pour cela, la solution de l'équation 2 ne

doit pas donner lieu à des interpénétrations des lignes de niveau. Une telle solution peut être garantie en adoptant une discrétisation adaptée des dérivées spatiales du temps d'atteinte T . Nous avons en l'occurrence choisie les formules proposées par Sethian [4] :

$$[\max(\max(D_{i,j}^{-x} T, 0), -\min(D_{i,j}^x T, 0))]^2 \quad (3)$$

$$+\max(\max(D_{i,j}^{-y} T, 0), -\min(D_{i,j}^y T, 0))]^2 = P_{i,j}^2 \quad (4)$$

où (i, j) désigne les coordonnées d'un point p sur la grille S et $D_{i,j}^x T = \frac{(T(i+1,j) - T(i,j))}{\Delta x}$ si Δx est le pas d'échantillonnage dans la direction des abscisses. L'algorithme peut alors être décrit à partir des ensembles F et M de points << Frontière >> et de points Calculés ou marqués. Il se décompose en plusieurs étapes :

1. Choix d'une extrémité, e (e.g. $e = p_0$), $T_e = 0$, $F = \mathcal{V}_e \cap M^c$, $M = \{e\}$,
2. Détermination de $p = \underset{q \in F}{\operatorname{argmin}} T(q)$
3. Marquage de p et Mise à jour de T sur $\mathcal{V}_p \cap M^c$ à l'aide de (4)
4. Ajout de $\mathcal{V}_p \cap F^c \cap M^c$ dans F ,
5. Retour en 2. tant que $p \neq p_i$, $i = 1 \vee 2$

Le déroulement de la propagation est illustré sur la figure 3.1. Le voisinage \mathcal{V} est constitué des quatre plus proches

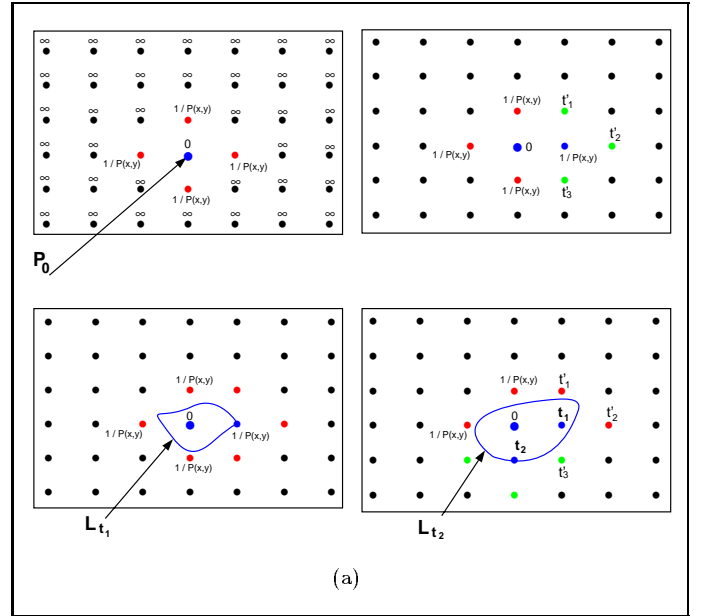


FIG. 2: Fast Marching : les points figés sont en bleu.

voisins.

Extension 3D Nous considérons un 6-voisinage et prenons en compte une éventuelle inhomogénéité des pas d'échantillonnage en x, y et z en introduisant des sections supplémentaires selon un schéma d'interpolation inter-sections.

3.2 Estimation de la structure C^*

Partant de p_0 , une fois l'extrémité p_1 atteinte on dispose d'une carte des temps d'atteinte $T(x, y)$ de p_1 à partir de p_0 . Pour aller de p_0 à p_1 , le chemin minimal passe

nécessairement par un point dont le temps d'atteinte est $T(x, y) - \epsilon$ avec $\epsilon > 0$ assez petit. Soit (x_ϵ, y_ϵ) ce point, le chemin minimal est alors composé du chemin minimal entre p_0 et p_ϵ et du chemin minimal entre p_ϵ et p_1 . Le chemin le plus court sera donc obtenu lorsque p_ϵ est sur la ligne de plus grand pente de la surface définie par T . On en déduit par là même que le vecteur tangent au chemin sera colinéaire à $\nabla T(x, y)$ au point $(x, y) \in C$. La méthode la plus simple [2] est la suivante : Partant du point p_1 , on ausculte le voisinage et on sélectionne le point de temps d'atteinte le plus faible (ce point existe puisque l'on vient d'un point voisin sur la grille), etc ... jusqu'à ce que l'on retourne en p_0 . Sauf erreurs d'arrondis, faisant que les temps d'atteinte pourraient être numériquement indiscernables, la suite des valeurs des temps d'atteinte est donc strictement décroissante et s'achève au point p_0 .

4 Spécification du champ de vitesse

Nous avons testé trois constructions de champs de vitesse :

- une construction simple en deux passes pour la détection de structures bien contrastées sur un fond facilement identifiable,
- une construction à partir de modes de la matrice de covariance prise dans un petit voisinage de la structure à estimer,
- une construction à l'aide d'une représentation non linéaire de l'information prise dans un petit voisinage de la structure à estimer.

4.1 Potentiel et intensité locale

On cherche des chemins sombres . On effectue donc une première propagation avec un champ de vitesse $V_1(x, y) = \max\{1.e - 5, \exp 20(255 - I(x, y))/255\}$ et un nombre d'itérations pas trop important. En général les deux extrémités du chemin ne sont pas atteintes. On considère alors parmi les points du front celui qui est le plus proche de l'extrémité non atteinte. On calcule le chemin optimal entre ce point et l'extrémité initiale de la propagation. On évalue la moyenne, μ , et la variance, σ^2 , des intensités sur ce chemin et on construit un nouveau champ de vitesses de la forme

$$V_2(x, y) = \max\{1.e - 5, \exp(-(I(x, y) - \mu)^2/2s^2)\} \quad (5)$$

$$\text{où } s^2 = (1 + \epsilon\nu)^2 \max\{0.1, \sigma^2\} \text{ et} \quad (6)$$

$$\epsilon = \begin{cases} 1 & \text{lorsque } I(x, y) \geq \mu \\ -1 & \text{lorsque } I(x, y) < \mu \end{cases} \quad (7)$$

La valeur de $\nu = 0.7$ est choisie par défaut.

4.2 Potentiel et représentation modale

On dispose de N imagettes de taille $p \times p$, centrées sur des points pris sur des chemins optimaux, de même nature que les structures à extraire. Typiquement ces imagettes sont de taille 11×11 mais cela dépend de la structure

recherchée. On cherche à extraire de ces imagettes l'information pertinente pour la sélection du point central comme point d'un chemin optimal.

Soit $P := p \times p$, et $\Sigma = \mathbb{E}((X - \bar{X})(X - \bar{X})^T)$, la matrice de variance-covariance de la variable aléatoire $X \in \mathbb{R}^P$ dont les différentes composantes sont les intensités observées aux pixels de l'imagette. On note $\hat{\Sigma}_{i,j}$, l'estimation empirique de $\Sigma_{i,j}$. On cherche alors à résumer l'information contenue dans l'imagette en projetant le vecteur X sur des vecteurs v^i bien choisis. Ainsi on choisit v^1 tel que $v^1 = \arg \min_{\{v \in \mathbb{R}^P, \|v\|=1\}} \text{Trace} \mathbb{E}\{(Y - \bar{Y})(Y - \bar{Y})^T\}$ avec $Y = X - \langle X, v \rangle v$. On peut facilement vérifier que v^1 est alors le vecteur propre unité associé à la plus grande valeur propre de Σ . D'une manière générale si on cherche à approximer X en projetant sur un espace de dimension m en minimisant la trace cela conduit à sélectionner les m vecteurs propres unité associés aux m plus grandes valeurs propres de Σ . L'approche modale est très efficace lorsque les chemins ne reposent pas sur un fond trop variable. Elle est très supérieure à l'approche décrite en 4.1 sur des chemins où l'intensité lumineuse est variable et le chemin parfois peu contrasté sur le fond (cf Fig. 4.b).

4.3 Potentiel et sélection de filtres

Comme précédemment, on sélectionne N imagettes centrées sur des pixels appartenant à des structures issues de la famille de structures recherchées. On résume alors l'information présente à l'aide d'ensembles de niveau. Ainsi à une imagette \mathcal{I} , de pixel central (x_c, y_c) , on associe une imagette \mathcal{J} telle que

$$\mathcal{J}(x, y) = \begin{cases} -1 & \text{si } \mathcal{I}(x, y) < \mathcal{I}(x_c, y_c) \\ 0 & \text{si } \mathcal{I}(x, y) = \mathcal{I}(x_c, y_c) \\ 1 & \text{si } \mathcal{I}(x, y) > \mathcal{I}(x_c, y_c) \end{cases}$$

Ce type de représentation a été utilisé par [1] dans la mise en œuvre de patterns graphiques pour la segmentation de structures cérébrales. Un des avantages est l'invariance par rapport à une transformation linéaire de \mathcal{I} . On choisit alors une famille emboîtée d'imagettes autour de chaque pixel central. Soit alors $\mathcal{F} = \{\mathcal{J}_1, \dots, \mathcal{J}_{N \times \epsilon}\}$ la famille d'imagettes (filtres) obtenue. On réduit la taille de cette famille en choisissant un sous-ensemble $\mathcal{F}' = \{\mathcal{J}_{ind(1)}, \dots, \mathcal{J}_{ind(n')}\} \subset \mathcal{F}$ tel que, pour tout $i = 1, \dots, |\mathcal{F}'|$

$$\max_{k=ind(1), \dots, ind(n')} C(\mathcal{J}_i, \mathcal{J}_k) \stackrel{def}{=} \sum_{i=1}^{|\mathcal{J}_i|} \mathcal{J}_i(x_i, y_i) \times \mathcal{J}_k(x_i, y_i) \geq \sigma$$

où n' est le nombre d'imagettes retenues, $ind()$ détermine les numéros des imagettes sélectionnées et $\sigma \in]0, 1[$ un seuil. L'ensemble des filtres déterminé, on calcule une image I' :

$$I'(x, y) = \max_{k=ind(1), \dots, ind(n')} C(\mathcal{I}_{(x,y)}, \mathcal{J}_k) \quad (8)$$

où $\mathcal{I}_{(x,y)}$ est une imagette prise dans I autour du point (x, y) . On utilise alors un potentiel du même type que celui de 4.1 sur l'image I' .

5 Résultats numériques

L'objectif initial était l'obtention d'un outil suffisamment simple dans son utilisation, et rapide, pour mesurer des longueurs de tiges de plantules mutantes d'Arabidopsis, plante modèle en biologie moléculaire. Cela s'est avéré possible pour bon nombre d'images acquises sous la loupe binoculaire comme l'illustre la figure 3.a. Le potentiel utilisé est celui décrit en section 4.1. Par ailleurs sur la figure 3.d on présente les fronts de propagation calculés lors de la première et seconde passe. À l'issue de cette dernière, le potentiel est bien adapté et le nombre d'itérations nécessaires est très faible, ce qui est mis en évidence par la concentration du front autour de la structure d'intérêt. De bons résultats ont aussi été obtenus sur d'autres types d'images avec le même type de potentiel (Figs 3b,c). Dans

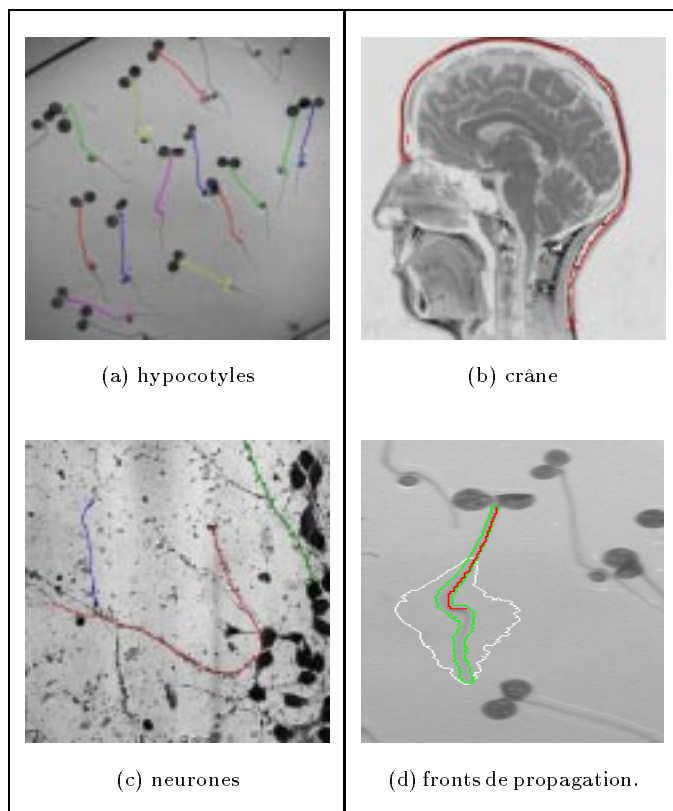


FIG. 3: Détection avec l'algorithme sans apprentissage. (d)En blanc (resp. vert): front de propagation lors de la passe 1(resp. 2).

le cas de plantules présentant des contrastes faibles et variables le long de la tige nous avons dû soit procéder avec un potentiel soit de type 4.2, soit de type 4.3. On présente sur la figure 4.c les résultats obtenus avec un potentiel de type 4.3. Enfin, nous essayons de mettre en évidence (faute de mieux) sur la figure 4.d un rendu 3D d'un chemin obtenu entre deux points sur une pile d'images synthétiques.

6 Conclusion

Nous avons développé un programme basé sur cet algorithme, fonctionnant en mode client-serveur et implémenté

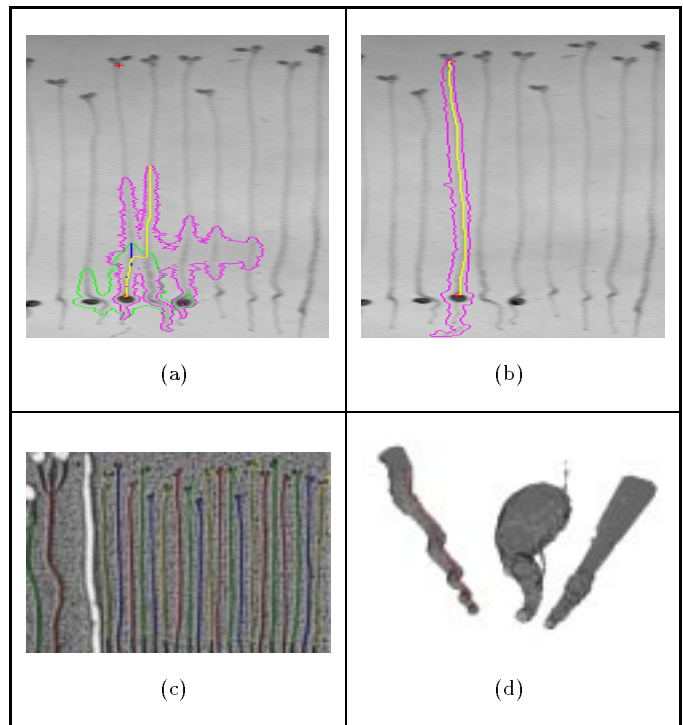


FIG. 4: (a) Détection avec le potentiel 4.1. (b) Détection avec projection sur 4 modes. (c) Détection avec un potentiel 4.3. (d) Rendu d'une détection d'un chemin 3D sur image synthétique.

tant les spécifications CORBA. Ce programme fonctionne donc sur différentes architectures matérielles et peut être diffusé avec les modules d'apprentissage du champ de vitesses. Les résultats sont très satisfaisants sur les données à l'origine de ce travail. Sur d'autres données, par exemple des angiographies où on trouve des structures de tailles très différentes les résultats obtenus avec ces modèles d'énergie standard sont de qualité variable. Nous étudions d'autres modèles, en particulier ceux basés sur une représentation non linéaire par des moindres carrés partiels [3]. Concernant l'extension 3D, nous n'avons malheureusement pas réussi à obtenir des images d'arborescence dendritique pour effectuer des tests sur des données réelles.

Remerciements Je tiens à remercier C. Kervrann pour les discussions que nous avons eues autour de ce travail.

Références

- [1] Y. Amit. *Notes for a tutorial presented at ICIP 1998*.
- [2] L. Cohen et R. Kimmel. *Global Minimum for Active Contours Models: A Minimal Path Approach*. *Int. Jour. of Comp. Vision*, **24** (1), 37-56, 1997.
- [3] E. Malthouse, A. Tamhane et R. Mah. *Nonlinear Partial Least Squares*. *Computers in Chemical Engineering*, **12** (8), 875-890, 1997.
- [4] J.A. Sethian. *Level set methods*. Cambridge Univ. Press, 1996.
- [5] R. Kimmel, J.A. Sethian. *Fast marching methods for computing distance maps and shortest paths*. Cambridge Univ. Press, 1996.
- [6] C. Steger. *An Unbiased Detector of Curvilinear Structures*. *Pattern Anal. Mach. Int.*, **20** (2), 113-125, 1998.