

# Goniométrie par Maximum de Vraisemblance Déterministe sur Réponse Impulsionnelle

T. Asté<sup>(1)</sup>, P. Forster<sup>(1)</sup>, L. Féty<sup>(1)</sup>, S. Mayrargue<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Conservatoire National des Arts et Métiers,  
Laboratoire d'Electronique et de Communication, 292, rue S<sup>t</sup> Martin, 75141 Paris Cedex 03, France

<sup>(2)</sup> Centre National d'Etudes des Télécommunications,  
38-40 rue du Général Leclerc, 92131 Issy Les Moulineaux Cedex, France

## RÉSUMÉ

Dans cet article, après avoir introduit une modélisation du canal de propagation multitrajets entre un émetteur et une antenne de réception pourvue de plusieurs capteurs, on mettra en évidence que les termes de la réponse impulsionnelle de ce canal sont assimilables à des combinaisons linéaires de vecteurs directionnels de l'antenne associés aux directions d'arrivée des trajets. On présentera alors une technique permettant d'estimer ces directions d'arrivée à partir de la réponse impulsionnelle et d'une table de calibration de l'antenne, afin d'obtenir une caractérisation spatio-temporelle du canal de propagation. Des résultats expérimentaux seront présentés, d'abord sur des données synthétiques, puis sur des réponses impulsionnelles obtenues en simulant les signaux reçus après émission par un émetteur de type GSM, avant de conclure sur l'intérêt que présente la méthode.

## ABSTRACT

In this paper, we first introduce a model of the multipath propagation channel which exists between an emitter and an array sensor, showing that the terms of its impulse response may be considered as linear combining of the steering vectors of the antenna corresponding to the directions of arrival (DOAs) of the paths. We then suggest a method to estimate these DOAs, grounded on the knowledge of the channel impulse response and the array manifold, in order to get a more complete representation of the channel, including delay, power, and DOAs of the paths. This estimator will be validated using first synthetic data, then the impulse response obtained after simulating the signals received from a GSM-like emitter. We shall then conclude about the interest of the method.

## 1 Introduction

La caractérisation du retard et de la direction d'arrivée d'un signal connu est un problème commun au radar et au sonar. Aujourd'hui, grâce au concept de diversité d'espace, surtout dans un contexte FDD (Frequency Division Duplex), il intéresse également les radiocommunications numériques.

Dans ce dernier domaine, du fait du caractère multitrajets prononcé du canal (en environnement urbain par exemple), les techniques de goniométrie classiques sont en difficulté à cause de la très forte corrélation temporelle qui peut exister entre des trajets venant de directions différentes. Jusqu'ici, c'est surtout la dimension temporelle du canal qui a été exploitée via sa réponse impulsionnelle multicapteurs, estimée à partir d'une séquence d'apprentissage, ceci à des fins de réception [1].

De nouvelles techniques d'estimation conjointe de retards et de directions d'arrivée à partir de signaux capteurs sont apparues récemment, en aveugle [2] ou pour un signal source connu [3].

Nous proposons d'utiliser directement la réponse impulsionnelle du canal pour extraire les directions d'arrivée associées à certains retards. Pour ce faire, nous allons d'abord formuler un modèle de cette réponse impulsionnelle, puis proposer un estimateur de directions d'arrivée qui sera validé avant de conclure. Le principe du traitement est présenté sur la figure 1.

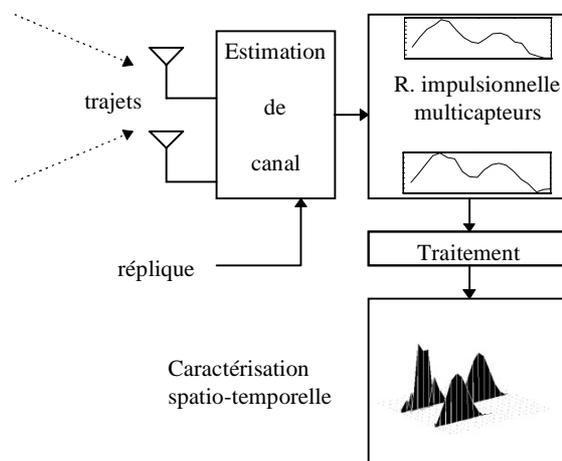


Figure 1 : principe du traitement

## 2 Modélisation du canal radiomobile

Considérons un émetteur de type GSM. La modulation GMSK du GSM est une modulation non-linéaire. On peut néanmoins l'approximer correctement par une modulation QAM [4].

Le signal  $s(t)$  émis par la source s'écrit alors :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [x_n g(t-nT)] e^{j\omega_0 t} \quad (1)$$

où :

- $e^{j\omega_0 t}$  est la porteuse, de phase choisie nulle.
- $\{x_n\}$  la séquence de symboles à transmettre.
- $g(t)$  la forme d'impulsion de la modulation GMSK du GSM.
- $T$  le temps symbole.

Considérons un seul trajet indexé  $p$  caractérisé par une atténuation  $\alpha_p$ , un temps de propagation  $\tau_{1p}$  entre le mobile et le premier capteur pris comme référence de l'antenne, une direction d'arrivée  $\theta_p$ .

Le signal véhiculé par ce trajet sur chacun des  $N_{cap}$  capteurs de l'antenne s'écrit alors, en bande de base et sous l'hypothèse bande étroite :

$$\mathbf{r}(t) = \alpha_p \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n g(t - nT - \tau_{1p}) e^{-j\omega_0 \tau_{1p}} \right] \mathbf{d}(\theta_p) \quad (2)$$

où  $\mathbf{d}(\theta_p)$  est le vecteur directionnel de l'antenne associé à la direction  $\theta_p$ , de dimension  $N_{cap} \times 1$ .

En raison de la bande occupée par la fonction  $g(t)$ , on échantillonne ce signal à la fréquence  $1/T' = 2/T$  et le vecteur des signaux capteurs s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(kT') &= \beta_p \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n g((k-n)T' - \tau_{1p}) \right] \mathbf{d}(\theta_p) \\ &= \beta_p \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(nT' - \tau_{1p}) y_{k-n} \right] \mathbf{d}(\theta_p) \end{aligned}$$

où  $y_n = x_{n/2}$  si  $n$  est pair, 0 sinon, et  $\beta_p = \alpha_p e^{-j\omega_0 \tau_{1p}}$ .

Pour un nombre  $N_{traj}$  quelconque de trajets, ceci s'écrit :

$$\mathbf{r}(kT') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ \sum_{p=1}^{N_{traj}} \gamma_{n,p} \mathbf{d}(\theta_p) \right] y_{k-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}_n y_{k-n}$$

où  $\gamma_{n,p} = \beta_p g(nT' - \tau_{1p})$  et, pour tout  $n$  :

$$\mathbf{h}_n = \sum_{p=1}^{N_{traj}} \gamma_{n,p} \mathbf{d}(\theta_p) \quad (3)$$

Les termes de la réponse impulsionnelle du canal de propagation (en incluant la modulation dans le canal) apparaissent donc clairement comme des combinaisons linéaires de vecteurs directionnels de l'antenne correspondant aux trajets, combinaisons dont les coefficients traduisent l'atténuation physique  $\alpha_p$  des trajets, leur déphasage  $e^{-j\omega_0 \tau_{1p}}$ , et l'interférence inter-symbole introduite par la modulation par le biais de  $g(t)$ , qui fait qu'un trajet apparaît sur plusieurs symboles. On supposera cette réponse impulsionnelle de durée limitée, sur un support temporel  $[0, LT']$ , où  $L$  désigne la longueur du canal en nombre d'échantillons.

### 3 Estimation de la réponse du canal

Dans la pratique, on estime la réponse impulsionnelle, sur chaque voie à partir des vecteurs des signaux capteurs

$\mathbf{x}_k$ , de dimension  $N_{cap} \times 1$ , et d'une séquence connue  $s_k$  de longueur  $N$ , au sens des moindres carrés. Supposons le vecteur de bruit  $\mathbf{b}_k$  sur les signaux capteurs gaussien, centré, circulaire, non corrélé d'un instant à l'autre, soit :

- $E[\mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T] = 0$  (circularité)
- $E[\mathbf{b}_i \mathbf{b}_j^T] = E[\mathbf{b}_i \mathbf{b}_j^*] = 0$  si  $i \neq j$  (indépendance)
- $E[\mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^*] = \mathbf{R}_b$  (identité si spatialement blanc)

Posons :  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_{L+1} \dots \mathbf{x}_N]$ ,  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_L]$ ,  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_{L+1} \dots \mathbf{b}_N]$ ,  $\mathbf{S} = [s_{L+1-i+j}]_{\substack{i=1 \dots L+1 \\ j=1 \dots N-L}}$ , ce qui donne :

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{B} \quad (4)$$

L'estimée de  $\mathbf{H}$  au sens des moindres carrés vaut  $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \delta\mathbf{H} = \mathbf{X}\mathbf{S}^*(\mathbf{S}\mathbf{S}^*)^{-1}$ , l'erreur d'estimation s'écrit donc  $\delta\mathbf{H} = \mathbf{B}\mathbf{S}^*(\mathbf{S}\mathbf{S}^*)^{-1} = [\delta\mathbf{h}_0 \dots \delta\mathbf{h}_L]$ , de sorte que :

$\delta\mathbf{h}_i = \delta\mathbf{H}\mathbf{e}_i = \mathbf{B}\mathbf{S}^*(\mathbf{S}\mathbf{S}^*)^{-1} \mathbf{e}_i = \mathbf{B}\mathbf{t}_i$ , où  $\mathbf{t}_i = [t_{i1} \dots t_{iN-L}]^T$  est un vecteur à  $N-L$  composantes. On a :

$$E(\delta\mathbf{h}_i \delta\mathbf{h}_i^T) = \sum_{m=1}^{N-L} \sum_{n=1}^{N-L} E[\mathbf{b}_{m+L} \mathbf{b}_{n+L}^T] t_{im} t_{in} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E(\delta\mathbf{h}_i \delta\mathbf{h}_i^*) &= \sum_{m=1}^{N-L} \sum_{n=1}^{N-L} E[\mathbf{b}_{m+L} \mathbf{b}_{n+L}^*] t_{im} t_{in} \\ &= \sum_{n=1}^{N-L} E[|\mathbf{b}_{n+L} \mathbf{b}_{n+L}^*|] |t_{in}|^2 = |t_{in}|^2 \mathbf{R}_b \end{aligned} \quad (6)$$

On peut donc modéliser l'erreur d'estimation comme un vecteur gaussien, centré, circulaire, de covariance  $\mu \mathbf{R}_b$ .

## 4 Estimation des directions et puissances d'arrivée des trajets

### 4.1 Formulation du problème

On cherche à exprimer chaque terme  $\{\mathbf{h}_n\}_{n=0 \dots L}$  de la réponse impulsionnelle du canal comme une combinaison linéaire de vecteurs directionnels de l'antenne. Par souci de simplicité on omettra  $n$  par la suite. On dispose donc du modèle de données suivant :

$$\mathbf{h} = \mathbf{D}(\Theta)\Gamma \quad (7)$$

où  $\Theta = [\theta_1 \dots \theta_{N_{traj}}]^T$  est le vecteur des directions d'arrivée des trajets, de dimension  $N_{traj} \times 1$ ,  $\mathbf{D}(\Theta) = [\mathbf{d}(\theta_1) \dots \mathbf{d}(\theta_{N_{traj}})]$  la matrice des vecteurs directionnels correspondants, rangés en colonnes, de

dimension  $N_{cap} \times N_{traj}$ ,  $\mathbf{\Gamma} = [\gamma_1 \dots \gamma_{N_{traj}}]^T$  est le vecteur des coefficients complexes associés à chacun des trajets, de dimension  $N_{traj} \times 1$ .

## 4.2 Unicité de la solution

Rappelons les conditions qui garantissent l'unicité de la solution  $(\mathbf{\Theta}, \mathbf{\Gamma})$  pour un  $\mathbf{h}$  donné. On suppose vérifiées les deux hypothèses suivantes :

- *hypothèse 1* : on connaît la table de calibration de l'antenne.
- *hypothèse 2* : toute sous famille de  $N_{cap}$  vecteurs directionnels distincts est libre.

Alors, la décomposition (3) est unique lorsque  $N_{traj}$  vérifie :

$$N_{traj} < (N_{cap} + 1)/2 \quad (8)$$

La preuve est donnée dans [5].

## 4.3 Résolution du problème

Soit  $\hat{\mathbf{h}}$  l'estimée de  $\mathbf{h}$  obtenue au paragraphe 3. On a :

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{D}(\mathbf{\Theta})\mathbf{\Gamma} + \mathbf{e} \quad (9),$$

où  $\mathbf{e}$  est le vecteur d'erreur d'estimation, gaussien, centré, circulaire, de covariance proportionnelle à la covariance du bruit en sortie de l'antenne. Nous supposons par la suite le bruit spatialement blanc, et on notera  $\sigma^2 \mathbf{I}$  la covariance de  $\mathbf{e}$ . Dans ces conditions, la maximisation de la vraisemblance de  $\hat{\mathbf{h}}$  est un problème classique dont nous rappelons simplement les points essentiels. La log-vraisemblance changée de signe s'écrit :

$$l(\mathbf{\Theta}, \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) = N_{cap} \log(\pi\sigma^2) + \frac{1}{\sigma^2} (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{D}(\mathbf{\Theta})\mathbf{\Gamma})^* (\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{D}(\mathbf{\Theta})\mathbf{\Gamma})$$

A  $\mathbf{\Theta}$  fixé, la minimisation de  $l(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Theta}, \sigma^2)$  par rapport à  $\mathbf{\Gamma}$  et  $\sigma^2$  conduit à :

$$\hat{\mathbf{\Gamma}} = [\mathbf{D}^*(\mathbf{\Theta})\mathbf{D}(\mathbf{\Theta})]^{-1} \mathbf{D}^*(\mathbf{\Theta})\hat{\mathbf{h}} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\|\hat{\mathbf{h}}\|^2 - \hat{\mathbf{h}}^* \mathbf{\Pi}_s \hat{\mathbf{h}}}{N_{cap}} \quad (11)$$

où :  $\mathbf{\Pi}_s = \mathbf{D}(\mathbf{\Theta})[\mathbf{D}^*(\mathbf{\Theta})\mathbf{D}(\mathbf{\Theta})]^{-1} \mathbf{D}^*(\mathbf{\Theta})$

La maximisation de la vraisemblance se réduit donc à la minimisation de la fonction des seules directions d'arrivée  $l(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Theta}, \hat{\sigma}^2)$ . On montre que ceci revient à maximiser  $Tr(\mathbf{\Pi}_s(\mathbf{\Theta})\mathbf{R})$ , où  $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{h}}\hat{\mathbf{h}}^*$ . Cette maximisation est réalisée par une méthode de relaxation [6], qui consiste à optimiser successivement par rapport aux différentes composantes du vecteur  $\mathbf{\Theta}$ .

## 5 Résultats

On considère une antenne circulaire, constituée de  $N_{cap} = 10$  capteurs, dont le rayon  $R$  vérifie  $R/\lambda = 0.7$ , sachant que l'on travaille à une fréquence de 810 MHz. On valide d'abord l'estimateur sur un échantillon type assimilable à une réponse impulsionnelle de longueur  $L=0$ , sous deux hypothèses différentes, avant de passer à la caractérisation spatio-temporelle d'une réponse impulsionnelle d'un canal de type GSM.

### 5.1 Validation de l'estimateur

On simule une combinaison linéaire de vecteurs directionnels de l'antenne correspondant à  $N_{traj} = 4$  directions d'arrivée, que l'on fait évoluer d'un instant à l'autre, la puissance des trajets étant supposée constante (10 dB) par rapport à une puissance de bruit unitaire. Leur phase est tirée aléatoirement, uniformément répartie entre 0 et  $2\pi$ .

Typiquement, deux échantillons successifs de cette combinaison linéaire symbolisent deux estimées de la réponse impulsionnelle réalisées sur des bursts successifs, avec une variation aléatoire de la phase des trajets et une évolution progressive des directions d'arrivées.

Cette évolution est intéressante en termes de poursuite, car on initialise l'optimisation par relaxation aux directions précédemment obtenues, ce qui minimise le nombre d'itérations nécessaires pour converger.

Les résultats obtenus en termes de directions d'arrivée et de puissance des trajets sont présentés sur la figure 2.

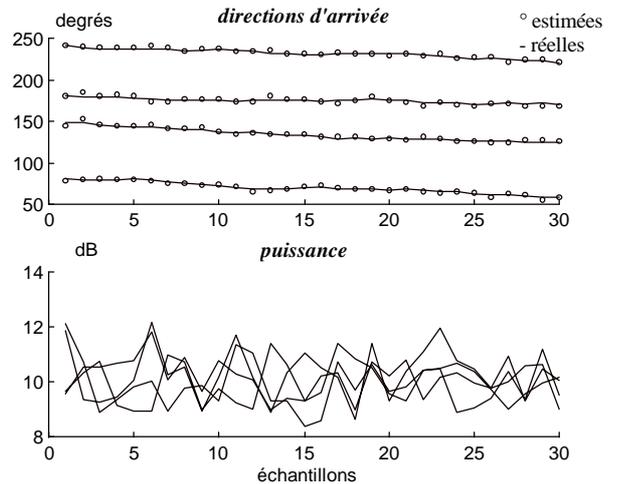


Figure 2 : Estimation de directions d'arrivée et puissances pour un canal de longueur unitaire en présence de 4 trajets de puissance 10 dB, avec bruit.

### 5.2 Introduction d'une erreur de modèle

En pratique, les trajets qui constituent le canal de propagation ne sont pas discrets, mais plus ou moins diffus, constitués d'un certain nombre de trajets élémentaires arrivant dans un faisceau angulaire, dont les recombinaisons déterminent l'état de fading, ce qui peut décaler la direction perçue vers les bords du faisceau, mais aussi empêcher de

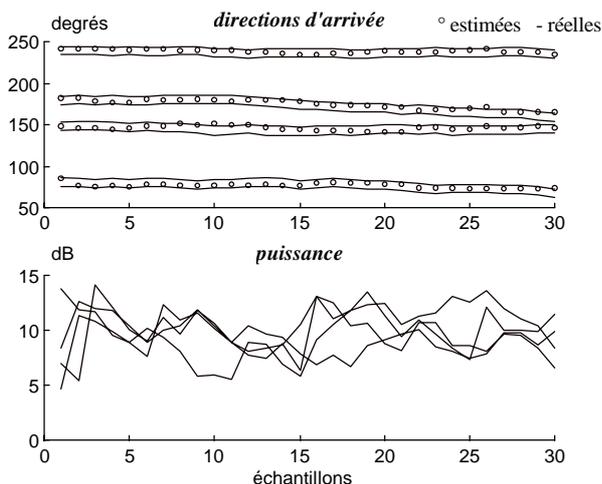
percevoir cette direction à un instant donné si la puissance associée est trop faible.

On doit donc moyenniser plusieurs estimées du terme considéré de la réponse impulsionnelle, obtenues sur un certain nombre de bursts successifs, en espérant que sur la durée correspondante les directions d'arrivée sont relativement constantes.

On simule  $N_{traj} = 4$  trajets diffusant sur 10 degrés, constitués chacun de 21 trajets élémentaires de phase variable et d'amplitude  $10^{SB/20}/\sqrt{21}$ , le bruit étant toujours supposé unitaire.

On introduit un facteur d'oubli  $\xi$  égal à 0.6, de sorte qu'approximativement 4 échantillons temporels successifs de la réponse impulsionnelle (supposée de longueur unitaire) sont pris en compte. En indexant par  $m$  les différents bursts successifs considérés, on calcule  $\mathbf{R}_m = \xi \mathbf{R}_{m-1} + (1-\xi) \hat{\mathbf{h}}_m \hat{\mathbf{h}}_m^*$ , avant de maximiser  $Tr(\mathbf{\Pi}_s(\Theta) \mathbf{R}_m)$

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.

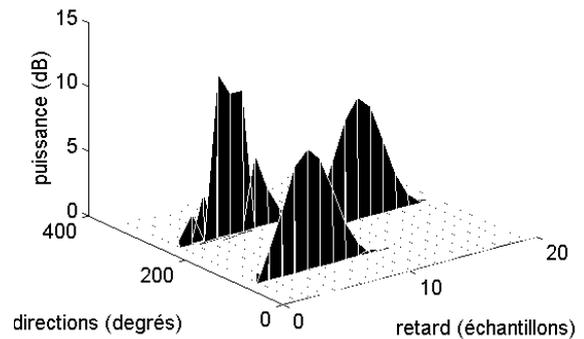


**Figure 3 :** Estimation de directions d'arrivée et de puissance pour un canal de longueur unitaire en présence de faisceaux et de fading, avec moyennage par un facteur d'oubli.

### 5.3 Application à une réponse impulsionnelle de type GSM

On simule les signaux capteurs reçus sur l'antenne après émission par un mobile GSM et propagation dans un canal dont on connaît les caractéristiques en termes de retards, ouverture angulaire, fading, et directions d'arrivée des trajets, en supposant l'existence d'un bruit gaussien complexe circulaire spatialement blanc sur les capteurs, de puissance unitaire. On estime la réponse impulsionnelle du canal par la méthode des moindres carrés sur chacune des voies [1], sachant que l'on dispose d'une séquence de référence. On traite ensuite chaque terme de la réponse impulsionnelle, de longueur  $L=20$  échantillons à 4 échantillons par symbole, soit 5 symboles, avec la méthode. On aboutit à une représentation spatio-temporelle du canal présentée sur la figure 4.

### caractérisation spatio-temporelle



**Figure 4 :** représentation spatio-temporelle à partir des signaux capteurs pour trois trajets de puissance 10 dB, dont deux parfaitement corrélés temporellement, sans fading. Directions d'arrivée [80°, 185°, 240°]:

## 6 Conclusion

Une méthode d'extraction des directions d'arrivée et puissance des trajets à partir de la réponse impulsionnelle du canal a été proposée, ainsi qu'un aperçu de ses performances. Cette méthode offre la possibilité d'avoir une représentation spatio-temporelle du canal, même en présence de trajets parfaitement corrélés.

Elle n'a cependant été validée qu'en l'absence de brouilleurs, lorsque l'estimation de la réponse impulsionnelle peut se faire avec une erreur relativement faible. En présence de brouilleurs, toute la problématique sera de conserver une bonne estimée de la réponse impulsionnelle du canal, auquel cas tout ce qui a été proposé concernant l'exploitation de cette estimée reste valable.

## 7 Références

- [1] F. Pipon, Pascal Chevalier, Pierre Vila, Didier Pirez . "Practical Implementation of a Multichannel Equalizer for a propagation with ISI and CCI - Application to a GSM Link", Proc. IEEE VTC 97, pp. 889-893.
- [2] Joël Grouffaud, Pascal Larzabal, Henri Clergeot, Anne Férréol. "Adaptive Maximum Likelihood Algorithm for the Tracking of Time-Varying Multipath Channels", IEEE SPAWC 1997, pp. 177-180.
- [3] Mati Wax, Amir Leshem. "Joint Estimation of Time Delays and Directions of Arrival of Multiple Reflections of a Known Signal", Proc. IEEE ICASSP 1996, pp. 2622-2625.
- [4] P. A. Laurent. "Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses", IEEE Trans. Commun., vol. 34, pp. 150-160, 1986.
- [5] M. Wax, I. Ziskind. "On Unique Localization of Multiple Sources by Passive Sensor Arrays", IEEE Trans. ASSP, vol.37, n°7, Juillet 1989.
- [6] I. Ziskind, M. Wax. "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection", IEEE Trans. ASSP, vol.36, n°10, Octobre 1988.