

Réduction du Bruit Impulsionnel par Filtrage de Kalman Rapide Non Linéaire

S. Nasser Eldin, M. Najim et H. Abdel Nour^(*)

Equipe Signal et Image, ENSERB et GDR-ISIS, CNRS
BP.99, F33402 Talence Cedex, FRANCE
email : safa@goelette.tsi.u-bordeaux.fr

^(*) Electronic Engineering Department, Alquds University, Jerusalem

RÉSUMÉ

Cet article traite du développement d'un filtre adaptatif d'ordre statistique pour la réduction de bruit impulsionnel dans des signaux réels et synthétiques. Les algorithmes adaptatifs d'ordre statistique développés jusqu'à présent [1,2] réduisent l'effet du bruit impulsionnel sur les paramètres estimés du modèle du signal, mais ne présentent pas de bonnes performances pour le rehaussement du signal. Ceci est dû aux nouveaux échantillons bruités qui seront introduits dans le signal de sortie estimé. Les deux méthodes proposées dans cet article sont basées sur l'exploitation de l'erreur de prédiction de Kalman rapide médian en mode prédiction. On peut ainsi restaurer le signal entaché de bruit impulsionnel et estimer les paramètres du modèle.

ABSTRACT

This paper deals with the derivation of an adaptive order statistic filter for the reduction of impulsive noise embedded in synthesized and real signals. The adaptive order statistic algorithms developed until now [1,2] reduce the effect of impulsive noise in the estimated parameters of the signal model. But for signal enhancement, they do not operate properly because they introduce more noise samples in the estimated output signal. The two methods proposed in this paper are based on exploiting the prediction error of the adaptive algorithm of median fast Kalman in the prediction mode. Using these methods we could restore the signal disturbed by impulsive noise and estimate the model parameters.

1 Introduction

Lorsqu'un signal est entaché d'une séquence de bruit impulsionnel (cas d'un enregistrement archivé de gramophone) [4,7], la restauration doit permettre la détection et le remplacement des échantillons bruités. Le bruit impulsionnel produit souvent une augmentation significative de l'erreur résiduelle et une perte de stabilité des algorithmes LMS et LMS normalisé (NLMS). Dans le cas de l'estimation de paramètres [1, 2] l'effet du bruit impulsionnel est réduit mais les interférences persistent sur le signal de sortie estimé et le nombre d'échantillons bruités augmente (Fig. 3). L'approche proposée dans [5] réduit les impulsions avant l'application d'un filtrage adaptatif. Elle présente l'inconvénient de nécessiter deux capteurs. Cette dernière méthode ne donne pas une estimation du début et de la fin de la position de dégradation du bruit due à l'effet "smearing" du filtre inverse[8]. Dans les méthodes que nous préposons, un seul capteur est nécessaire. On applique d'abord le filtrage adaptatif sur le signal bruité puis on utilise l'erreur de prédiction pour la restauration du signal. Cet article est organisé comme suit : Dans les parties 2 et 3, on rappelle l'algorithme du LMS médian et l'algorithme du filtre de Kalman rapide médian. La partie 4 présente deux nouvelles méthodes de restauration du signal. Des résultats de simulations sont fournies dans la partie 5, en utilisant plusieurs types de signaux : une sinusoïde simple, un signal généré par un modèle autoregressif AR, un signal de parole et un enregistrement musical.

2 Filtre d'ordre statistique LMS

Il est bien connu que l'algorithme du LMS est vulnérable au bruit impulsionnel. Haweel et Clarkson ont proposé dans [2] l'utilisation du filtre médian LMS (MLMS) qui protège les coefficients du filtre des impulsions et lisse l'estimation du gradient.

L'équation d'adaptation de l'algorithme LMS standard donnée par :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e(n) \mathbf{x}_N(n) \quad (1)$$

devient dans le cas de l'algorithme du MLMS :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \text{med} \{ e(n) \mathbf{x}_N(n) \}_M \quad (2)$$

ou $\mathbf{x}_N(n) = [x(n), \dots, x(n-N+1)]^T$ et $x(n)$ est le signal d'entrée. La fonction $\text{med} \{ \cdot \}_M$ fournit un vecteur dont les composantes sont les valeurs médianes des éléments respectifs des M vecteurs précédents d'estimation du gradient $\{ e(n) \mathbf{x}_N(n), \dots, e(n-M+1) \mathbf{x}_N(n-M+1) \}$.

Pour un signal identiquement et indépendamment distribué (i.i.d.), l'algorithme du LMS médian converge exponentiellement de la même façon que l'algorithme du LMS mais de manière plus lissée. Comme cela a été établi dans [3], la condition de convergence en moyenne du LMS médian est donnée par :

$$0 < \mu < 2 / \lambda_{\max}$$

où λ_{\max} est la plus grande valeur propre de la matrice d'autocorrélation de l'entrée $x(n)$.

3 Filtre de Kalman rapide médian

On a proposé une alternative à l'algorithme LMS médian donnée par une combinaison du filtre d'ordre statistique avec le filtre de Kalman rapide qui conduit au filtre de Kalman rapide médian [1] (MFKF). L'algorithme du filtre de Kalman rapide [6] réactualise l'inverse de la matrice d'autocorrélation en utilisant deux prédicteurs : un prédicteur avant $F(n)$ et un prédicteur arrière $B(n)$. En effet, il existe plusieurs versions du filtre de Kalman rapide. Il est connu que l'algorithme de Kalman rapide présente une instabilité. On utilisera dans cet article une version stabilisé [6].

Lorsque l'opérateur médian est appliqué aux deux filtres de prédiction, avant et arrière, on se trouve confronté à une instabilité et par la suite à la divergence de l'algorithme. On propose, pour éviter le problème d'instabilité, l'application exclusive de l'opérateur médian sur les coefficients du filtre w :

$$w(n+1) = w(n) + \text{med}\{G(n+1)e(n+1)\}_M \quad (3)$$

L'algorithme Fast Kalman Médian

Quantités disponibles à l'instant n :

- Coefficients du filtre adaptatif : $w(n)$
- Prédicteur avant : $F(n)$
- Prédicteur arrière : $B(n)$
- Vecteur des données : $x(n)$
- Gain D'adaptation : $G(n)$
- Energie d'erreur de prédication avant : $E_a(n)$
- Facteur d'oubli : λ

Nouvelles données à l'instant n :

signal d'entrée : $x(n+1)$; Référence : $d(n+1)$

Calcul du gain d'adaptation

$$e_a(n+1) = x(n+1) - F^t(n)x(n)$$

$$F(n+1) = F(n) + G(n)e_a(n+1)$$

$$\varepsilon_a(n+1) = x(n+1) - F^t(n+1)x(n)$$

$$E_a(n+1) = \lambda E_a(n) + e_a(n+1) \varepsilon_a(n+1)$$

$$G_1(n+1) = \begin{bmatrix} 0 \\ G(n) \end{bmatrix} + \frac{\varepsilon_a(n+1)}{E_a(n+1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -F(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(n+1) \\ m(n+1) \end{bmatrix}$$

$$e_b(n+1) = 2[x(n+1-N) - B^t(n)x(n+1)] - \lambda^{-N} E_a(n+1) m(n+1)$$

$$G(n+1) = \frac{1}{1 - m(n+1)e_b(n+1)} (M(n+1) + m(n+1)B(n))$$

$$B(n+1) = B(n) + G(n+1)e_b(n+1)$$

* e_a et ε_a sont les erreurs à priori et à posteriori

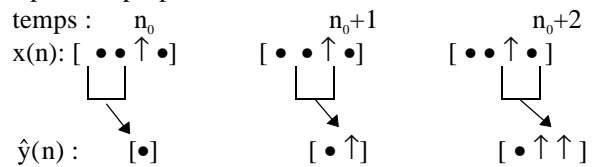
Adaptation des coefficients :

$$e(n+1) = d(n+1) - w^t(n)x(n+1)$$

$$w(n+1) = w(n) + \text{med}\{G(n+1)e(n+1)\}_M$$

4 Restauration du signal

La Fig. 1 représente le schéma d'une structure de prédiction adaptative utilisée pour la restauration. L'interférence due au bruit impulsionnel persiste dans le signal de sortie estimé lorsqu'on utilise le MLMS proposé dans [2]. Dans cette optique, le signal estimé est calculé en multipliant le vecteur des coefficients par le transposé du vecteur d'entrée de dimension N (ordre du filtre). Lorsqu'un échantillon de bruit impulsionnel apparaît dans le signal d'entrée, il persiste pendant la durée de N itérations et apparaît dans le signal estimé N fois. Ceci est représenté dans la Fig. 3 pour le cas d'un signal sinusoïdal entaché de bruit impulsionnel pour $N=2$. Par prédiction, lorsque les impulsions de bruit apparaissent à l'instant $(n=n_0)$, l'estimation de l'échantillon filtré est faite en utilisant les deux itérations précédentes. Les deux échantillons suivants seront calculés avec l'effet du bruit impulsionnel qui introduit deux impulsions d'amplitudes proportionnelles aux coefficients du filtre.



Le signal est représenté ici par des points et le bruit impulsionnel par des flèches. Ainsi, par exemple, pour un filtre d'ordre 2, on obtient deux impulsions dans $\hat{y}(n)$ pour une seule impulsion dans $x(n)$. Ceci va augmenter l'erreur de prédiction. Lorsque l'erreur de prédiction est plus grande qu'un certain seuil, on adoptera la valeur estimée pour former $y_N(n)$ comme suit :

$$y_N(n) = [\hat{y}(n_0 - N + 1), \dots, \hat{y}(n_0)]^t \quad (4)$$

où $\hat{y}(n_0)$ est la valeur prédite du signal d'entrée à l'instant $n=n_0$. Dans une première méthode, on remplace le vecteur d'entrée $x_N(n)$ utilisé dans l'algorithme adaptatif par $y_N(n)$. A cet instant-là, la prochaine valeur de $\hat{y}(n)$ va être calculée comme suit :

$$\hat{y}(n+1) = w^t(n)y_N(n) \quad (5)$$

et on remplace chaque $x_N(n)$ par $y_N(n)$ dans l'algorithme. Dans une deuxième méthode, on propose d'utiliser la valeur de l'échantillon estimé pour obtenir un autre signal restauré $y_{rest}(n)$ qui a la même valeur que le signal d'entrée sauf dans le cas où l'erreur de prédiction est plus grande que le seuil. Dans ce cas, on remplace cet échantillon par l'échantillon prédit. Cette méthode donne de bons résultats dans le cas où le bruit impulsionnel a la durée d'une seule itération et lorsqu'une seule impulsion se trouve dans une fenêtre d'ordre N (Ordre du filtre). Dans le cas des signaux réels, où les impulsions du bruit tendent à affecter plusieurs échantillons voisins, cette approche ne donne pas de bonnes performances. Ainsi, la 1^{ère} méthode permet de remplacer le signal d'entrée par le signal prédit lorsque l'erreur de prédiction est plus grande qu'un certain seuil. Le seuil utilisé pour la valeur de l'erreur de prédiction peut être une fonction de la variance du signal d'entrée bruité :

$$e(n) > \text{SQRT}(\text{var}(x)) \quad (6)$$

5 Résultats de simulations

Nous avons effectué plusieurs simulations sur différents types de signaux d'entrée : une sinusoïde, une séquence générée par un modèle AR entaché de bruit impulsionnel synthétique, un signal réel de parole ou de musique entaché aussi de bruit impulsionnel réel.

Le bruit impulsionnel synthétique est généré comme suit : $b(n)=a(n)A(n)$, où $a(n)$ est une séquence i.i.d. de distribution :

$$\left. \begin{array}{l} \text{prob}\{a(n) = 1\} = c \\ \text{prob}\{a(n) = 0\} = 1 - c \end{array} \right\} \quad (7)$$

c est la probabilité d'apparition d'une impulsion. $A(n)$ est l'amplitude de la séquence d'impulsions (i.i.d.) respectant la condition $\text{var}\{A(n)\} \gg \text{var}\{x(n)\}$.

On représente dans la Fig. 2(a,b), l'erreur du modèle $J(n)$, définie par :

$$J(n) = (\mathbf{w}_{opt} - \mathbf{w}(n))^t (\mathbf{w}_{opt} - \mathbf{w}(n)) \quad (8)$$

calculée en utilisant un signal sinusoïdal Fig. 2a et un signal généré par un modèle AR Fig. 2.b. On constate que les algorithmes LMS et NLMS (Fig. 2a) sont tous les deux sensibles au bruit impulsionnel alors que les algorithmes du MLMS et du MFKF (Fig. 2.b) sont insensibles au bruit impulsionnel. On peut dire que le filtrage utilisant l'opérateur médian a pu éliminer le bruit impulsionnel qui a affecté les coefficients. La Fig. 2b montre aussi que la vitesse de convergence du MFKF est supérieure à celle du MLMS. En régime permanent, le MFKF présente une erreur de modèle $J(n)=-18\text{dB}$ alors que, pour le MLMS $J(n)=-5\text{dB}$. Sur la Fig. 3, on superpose le signal d'entrée $x(n)$ et le signal de sortie $\hat{y}(n)$ estimé par l'algorithme MFKF proposé dans[1]. On voit qu'à l'instant n_0 , lorsqu'une impulsion apparaît dans l'entrée, on a déjà prédit la valeur de $\hat{y}(n_0)$ mais les échantillons $\hat{y}(n_0 + 1)$ et $\hat{y}(n_0 + 2)$ deviennent bruités. Ceci représente l'inconvénient de l'utilisation directe des algorithmes MLMS [2] et MFKF [1].

En utilisant l'erreur de prédiction pour la restauration du signal, on représente respectivement dans les Fig. 4(a) et 4(b), le signal réel de musique bruité et le signal estimé correspondant en utilisant la 1^{ère} méthode. La Fig. 5 montre l'évolution de l'erreur de prédiction qui peut être considérée comme une estimation de la séquence du bruit impulsionnel.

La Fig.6 montre le résultat de l'application de la 2^{ème} méthode dans le cas d'un signal AR entaché de bruit impulsionnel synthétique. Le signal d'entrée $x(n)$ (Fig. 6a) a un SNR égal à 3dB, alors que le signal $\hat{y}(n)$ (Fig. 6c) estimé par l'algorithme du MFKF [1] a un SNR égal à 2dB. Par contre, la Fig. 6d montre que le bruit impulsionnel disparaît du signal restauré $y_{rest}(n)$ où le SNR égal à 27dB. On note que la diminution due SNR de la sortie estimée par rapport à celui de l'entrée est dû à l'apparition de deux impulsions dans la sortie estimée chaque fois qu'une impulsion apparaît dans le signal d'entrée.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons montré le point faible du filtre adaptatif médian (Fig. 3) dans le cas de l'élimination du bruit impulsionnel d'un signal estimé lui-même. Une version stabilisée du filtre de Kalman rapide médian est proposée. Comparée à la famille du LMS (LMS, NLMS et MLMS), cette version présente une convergence plus rapide et permet d'obtenir un meilleur rapport signal à bruit. Les méthodes proposées utilisent l'erreur de prédiction pour la restauration d'un signal pour plusieurs types d'entrées (modèle AR, signal réel de parole ou de musique), entachées de bruit impulsionnel.

7 Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Mr. J. C. Valière pour les enregistrements qu'il a bien voulu mettre à leur disposition, le MNE SR (Paris) et le Consulat Général de France à Jérusalem pour le soutien apporté à la coopération ENSERB-Université Alquds.

8 Références

- [1] D. Ottaviani R. Settineri, et M. Najim, "Order Statistic Fast Kalman Filter", *IEEE Proc. ISCAS*, pp. 116-119, Mai 1996, Atlanta
- [2] T.I. Haweel et P.M. Clarkson, "A Class of Order Statistic LMS", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no.1, Jan. 1992, pp. 44-53.
- [3] G. A. Williamson, P.M. Clarkson et W.A. Sethares, "Performance characteristics of the median LMS adaptive filters", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.41, no.2, pp. 667-680, Févr. 1993
- [4] M. Niedzwiecki et K. Cisowski, "Adaptive Scheme for Elimination of Broadband Noise and Impulsive Disturbances from AR and ARMA Signals", *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, pp. 528-537.
- [5] S. Vaseghi et P. Rayner, "A New Application of Adaptive Filters for Restoration of Archived Gramophone Recordings", *IEEE Proc. ICASSP 1988*, pp. 2548-2551.
- [6] M. Bellanger, *Adaptive Digital filters and Signal Analysis*, Marcel Dekker, New York, 1988.
- [7] O. Cappé, "Techniques de Réduction de Bruit pour la Restauration d'Enregistrement Musicaux", Thèse de Doctorat, Sept. 1993, ENST Paris.
- [8] S. J. Godsill et P. Rayner, "A Bayesian Approach to the Restoration of Degraded Audio Signals", *IEEE Trans. On Speech and Audio Processing*, vol. 3, No. 4, July 1995.

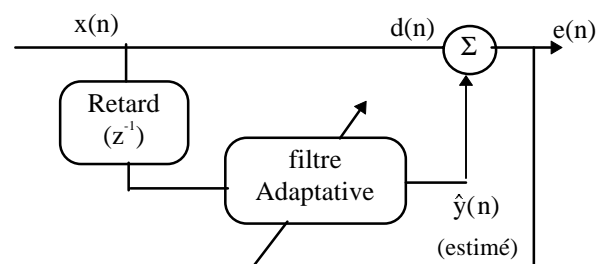


Fig.1: Structure de base d'un filtre adaptatif

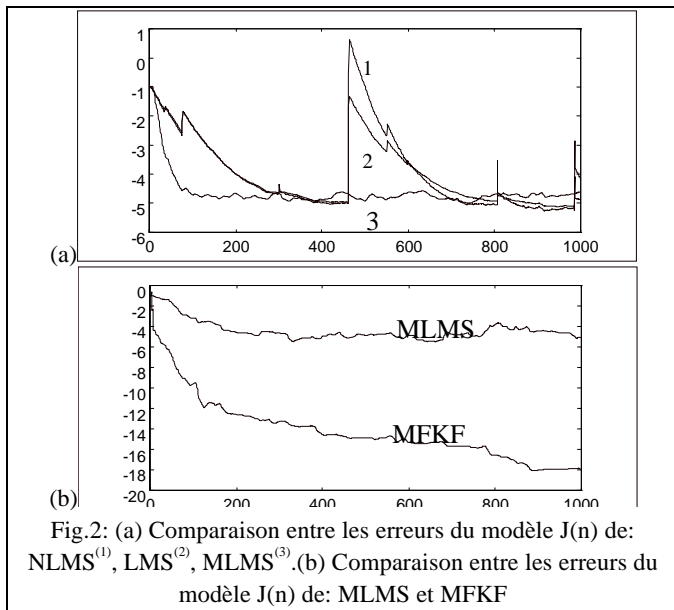


Fig.2: (a) Comparaison entre les erreurs du modèle $J(n)$ de: $NLMS^{(1)}$, $LMS^{(2)}$, $MLMS^{(3)}$. (b) Comparaison entre les erreurs du modèle $J(n)$ de: $MLMS$ et $MFKF$

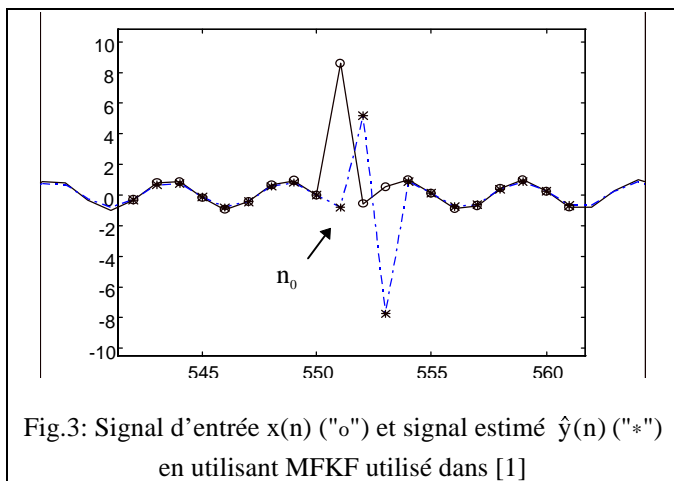


Fig.3: Signal d'entrée $x(n)$ ("o") et signal estimé $\hat{y}(n)$ ("*") en utilisant MFKF utilisé dans [1]

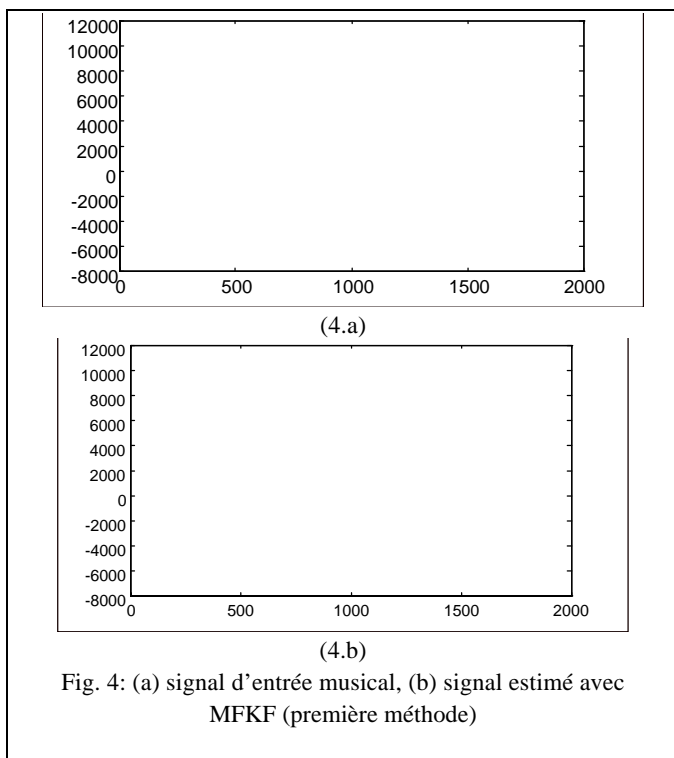


Fig. 4: (a) signal d'entrée musical, (b) signal estimé avec MFKF (première méthode)

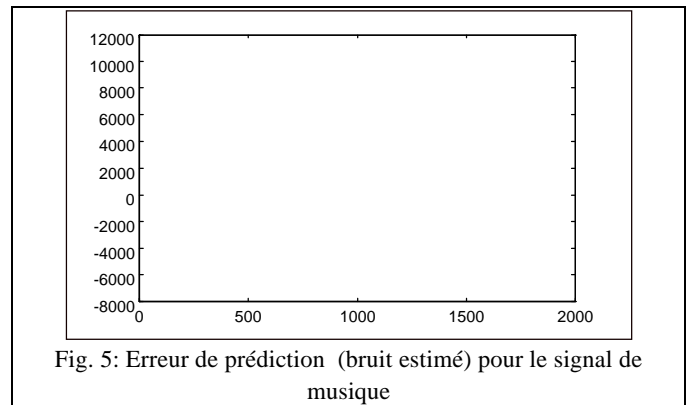


Fig. 5: Erreur de prédiction (bruit estimé) pour le signal de musique

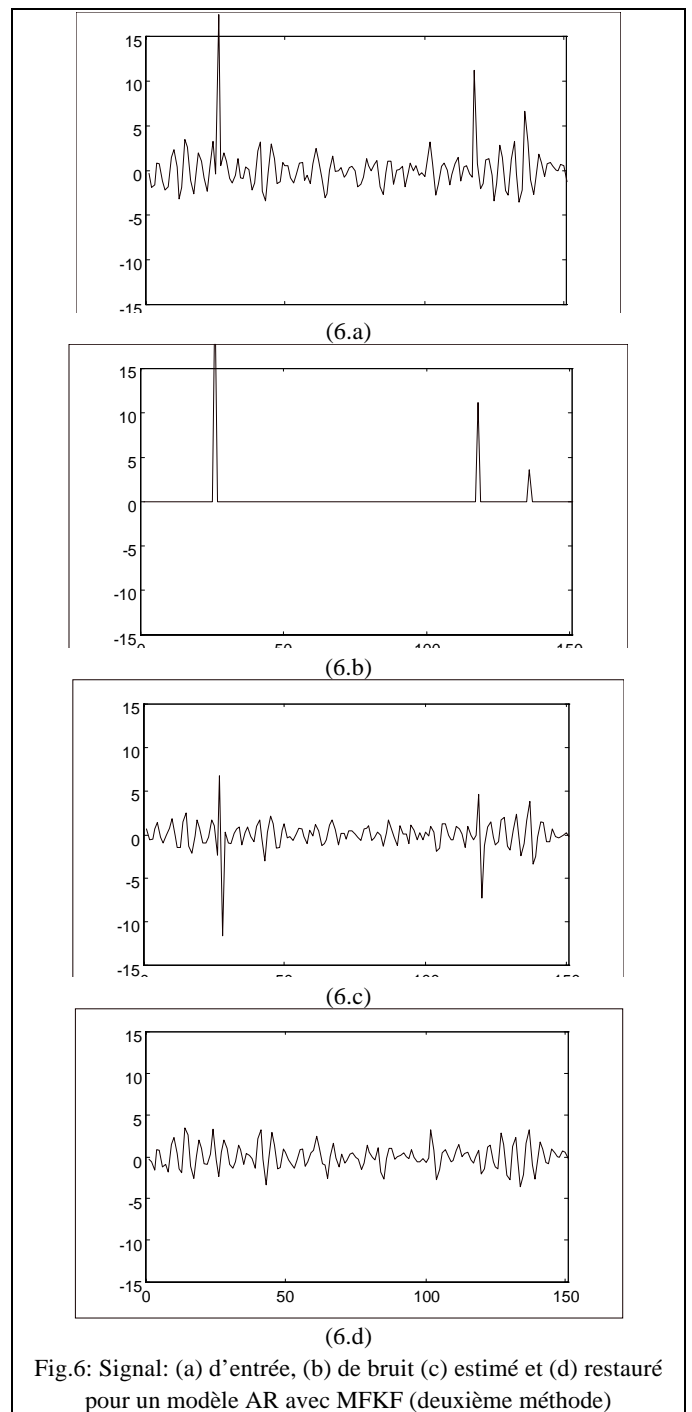


Fig.6: Signal: (a) d'entrée, (b) de bruit (c) estimé et (d) restauré pour un modèle AR avec MFKF (deuxième méthode)