

Classification d'images satellitaires basée sur l'estimation des intensités liées à l'hypothèse du processus de Poisson

¹Nadia Ouarab, ¹Youcef Smara & ²Jean-Paul Rasson

1 Laboratoire de Traitement d'Images, Institut d'Electronique, USTHB BP 32 El-Alia
Bab-Ezzouar 16111 Alger ALGERIE

2 Laboratoire GEOSATEL, FUNDP, 8 Rempart de la vierge
Namur 5000 BELGIQUE

RÉSUMÉ

Une méthode originale de classification supervisée d'images satellitaires est proposée. Celle-ci suppose que l'échantillon à classer est une réalisation du processus de Poisson homogène dans l'union C de g domaines convexes. Le modèle cité ne permet pas de classer les points appartenant à l'intersection des supports convexes. D'autres recherches, ont été effectuées. Celles-ci permettent le passage des estimateurs paramétriques aux estimateurs non-paramétriques, abandonnant ainsi l'hypothèse d'uniformité des points. Il arrive que pour certains points de l'image, les fonctions de densités estimées sont nulles, une extension homothétique est alors réalisée sur les enveloppes convexes des classes. Par ailleurs, Un algorithme EM est étudié et implémenté, dans le but de réajuster les proportions des thèmes de l'image classifiée

1 Introduction

Les modèles statistiques classiques, sont basés sur la supposition de la distribution normale (image a), qui n'est pas toujours valide en pratique. Le processus de Poisson homogène basé sur la distribution uniforme et le processus de Poisson non homogène basé sur l'estimation des densités, sont proposés et développés. Les méthodes sont appliquées sur une image composée de 6 canaux de 400 x 400 pixels correspondant à la zone de Laghouat dans le sud algérien.

Les échantillons d'entraînement représentés, par $C=10$ classes sont générés à partir d'une classification non supervisée et de photographies aériennes. Le nombre d'échantillons est limité au nombre de 100 pour chaque classe.

2 Processus de Poisson homogène

La nouvelle méthode [1] suppose que l'échantillon à classer est une réalisation d'un processus de poisson homogène dans l'union C de g domaines convexes $C_i (i = 1, \dots, g)$ où chaque domaine correspond à une classe. Le modèle utilisé en classification supervisée suppose que :

- tout individu de la i -ème classe est uniformément distribué dans le domaine convexe C_i , dont la fonction de densité s'exprime par :

ABSTRACT

A new model of classification is proposed. The algorithm based on the uniform density associated with the Poisson process hypothesis, does not classify pixels belonging to more than one convex hull. We propose then the following classification process based on the non-stationary Poisson process (non-parametric model) using estimates of the densities, the EM like algorithm in order to fit the true proportion of classes in the image, and the homothetic expansion of each class, because it is possible that all the densities can be equal to zero for some points of the classified image.

The results of proposed methods for the classification of Remote Sensing data are compared in terms of precision with classification algorithms based on the normal density.

$$f_i(x) = \frac{1}{m(C_i)} I_{C_i}(x) \quad (2.1)$$

où :

- $m(C_i)$ est la mesure de Lebesgue du domaine C_i ,
- $I_{C_i}(x)$ est la fonction indicatrice du domaine C_i au point x par :

$$I_{C_i}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in C_i \\ 0 & \text{si } x \notin C_i \end{cases}$$

la probabilité P_i que ce pixel appartienne à cette classe C_i , est proportionnelle à sa mesure de Lebesgue, tel que :

$$P_i = \frac{m(C_i)}{m(C)} \quad (2.2)$$

où :

$$C = \bigcup_{j=1}^g C_j$$

La mesure de Lebesgue $m(C)$ du domaine C est une mesure qui est liée directement à la dimension de l'espace de travail, à savoir :

sur la droite réelle, \mathfrak{R} : c'est la distance usuelle,

dans l'espace de dimension supérieure , \mathfrak{R}^n : c'est l'hypervolume.

On suppose que les enveloppes convexes [2] des différentes g classes ont été déterminées dans un espace de dimension connue d. Deux cas se présentent :

2.1 Domaines disjoints

La règle de classement associée à ce modèle, ne peut s'appliquer que lorsque les enveloppes convexes $H(X_1), \dots, H(X_g)$ des différentes classes sont disjointes. La fonction de densité de la population i est donnée par :

$$P_i f_i(x) = \frac{I}{m(C)} I_{C_i}(x) = \frac{I}{m\left(\sum_{k=1}^g C_k\right)} I_{C_i}(x) \quad (2.3)$$

Si le pixel est affecté au groupe i, l'estimateur de $p_i f_i(x_0)$ est donné par :

$$p_i f_i(x_0) = \frac{I}{\sum_{k=1}^g m(H(X_k)) + m(H(X_i \cup \{x_0\})) - m(H(X_i))} \quad (2.4)$$

On a supposé les domaines disjoints, on ne peut donc pas allouer le point x_0 au i-ème groupe, si $H(X_i \cup \{x_0\})$ possède une intersection non vide avec au moins un ensemble $H(X_j)$, parmi les g domaines avec $i, j = 1, \dots, g ; i \neq j$.

Le domaine d'affectation P_i associé à la population i, sachant que $S_i(x_0)$ représente la mesure de Lebesgue ajoutée par convexité par x_0 à l'enveloppe convexe de l'échantillon étiqueté du groupe i

$$S_i(x_0) = \begin{cases} m(H(X_i \cup \{x_0\})) - m(H(X_i)) & \text{si } H(X_i \cup \{x_0\}) \cap H(X_j) = \emptyset \\ +\infty & \forall j \neq i \quad j = 1, \dots, g \\ & \text{sinon} \end{cases}$$

La règle de classement bayésienne devient simplement :

$$P_i = \{x / S_i(x_0) < S_j(x_0) \quad j = 1, \dots, g \} \quad i = 1, \dots, g$$

Il est à noter qu'à la fin de l'affectation de chaque pixel, les groupes obtenus sont disjoints et convexes. De plus, si un pixel est à l'intérieur d'une enveloppe convexe, il est affecté dans la classe correspondante.

2.2 Domaines non disjoints

La règle de classement associée à ce modèle, lorsque les enveloppes convexes $H(X_1), \dots, H(X_g)$ des domaines $(C_k)_{(k=1, \dots, g)}$ ne sont pas disjointes, est donnée par :

- Le point x_0 à classer n'appartient à aucune enveloppe convexe. Dans ce cas, on applique la règle d'affectation Bayésienne :

- x_0 est affecté à la classe pour laquelle $S_i(x_0) = m(H(X_i \cup \{x_0\})) - m(H(X_i))$ est minimal.
- Le point x_0 à classer appartient à une seule enveloppe convexe $H(X_i)$.

D'après la règle d'affectation Bayésienne, on affecte x à la classe correspondante.

On suppose que le point x_0 à classer appartient à plusieurs enveloppes convexes. Dans ce cas, aucune décision n'est prise. Cette règle étend la procédure de Kendall qui alloue un individu appartenant à l'enveloppe convexe du groupe correspondant et ne prend aucune décision dans les autres cas. La démarche décrite, basée sur le processus de Poisson homogène ne permet pas de classer les points appartenant à l'intersection des enveloppes convexes de plusieurs bases d'entraînement. Une nouvelle hypothèse est alors envisagée : le processus de Poisson non homogène.

3 Processus de Poisson non homogène

La généralisation de l'hypothèse du processus de Poisson homogène en un processus de Poisson non homogène [3] consiste en l'abandon de l'hypothèse de la distribution uniforme, cela implique que les distributions conditionnelles au fait que n points aléatoires engendrés par ce processus appartiennent au domaine C n'obéissent plus à cette loi. Donc, les densités f_k où $k = 1, \dots, g$; peuvent être quelconques sur les domaines convexes C_1, \dots, C_g de sorte que les données peuvent correspondre à une distribution non paramétrique. Le critère de classement ne dépend plus de la mesure de Lebesgue mais des différentes intensités des classes du processus classé .

3.1 Modèle

Soit $q_k(x)$ l'intensité inconnue associée au groupe C_i satisfaisant la double implication :

$$q_i(x) > 0 \iff x \in C_i$$

Du processus de poisson homogène, on déduit les expressions de la fonction de densité de la population i ainsi que sa probabilité :

$$f_i(x) = \frac{q_i(x)}{\int_{C_i} q_i(y) dy} \quad (3.1)$$

et

$$p_i = \frac{\int_{C_i} q_i(y) dy}{\sum_{k=1}^g \int_{C_k} q_k(y) dy} \quad (3.2)$$

Il suffit d'appliquer la règle d'affectation Bayésienne : x sera affecté à la classe i si et seulement si :

$$p_i f_i(x) > p_k f_k(x) \quad \forall k \neq i$$

Il suffit d'estimer les valeurs des intensités $q_i(x) \quad i = 1, \dots, g$.

3.2 Estimation des densités

Pour la classification d'images satellitaires, sous l'hypothèse du processus de Poisson non homogène, on opte pour l'utilisation du noyau uniforme [4] donné par :

$$K(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } \|u\|_\infty < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Estimer $q_i(x)$ revient donc à un problème d'estimation de densité. On obtient pour l'estimation des densités $\hat{f}_i(x)$:

$$\hat{f}_i(x) = \frac{1}{n_i(2h_i + 1)^d} \sum_{k=1}^{n_i} K\left[\frac{x - x_{ik}}{h_i}\right] \quad (3.3)$$

où:

- x_{i1}, \dots, x_{in_i} sont les points de la base d'entraînement relatifs à la $i^{\text{ème}}$ population,
- d est la dimension de l'espace spectral.

3.3 Détermination de la fenêtre commune

Il est à noter que le choix de la fenêtre h_i de chaque classe est étroitement lié au taux d'erreur de la classification qui est estimé par la méthode du LEAVING-ONE-OUT (LOO).

On se base sur l'ensemble d'entraînement pour estimer les largeurs de fenêtres des classes (Fig.1). On introduit pour cela trois paramètres :

Si un pixel x de l'ensemble d'entraînement appartient à la classe i et si $\hat{f}_i(x)$ est la plus grande fonction alors le pixel est dit bien BC,

Si pour un pixel x de l'ensemble d'entraînement, toutes les fonctions sont nulles, le pixel est non classé NC.

La valeur de BC la plus grande correspondra à notre largeur de fenêtre commune optimale.

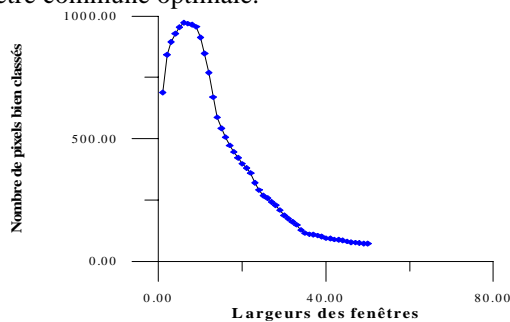


Figure 1 : Détermination de la largeur commune des fenêtres des classes.

3.4 Détermination des fenêtres des classes

On suppose que la valeur de la largeur commune des classes est déterminée, il reste à retrouver les différentes fenêtres de chaque classe de l'ensemble d'entraînement. Pour cela on définit une matrice d'erreur de $(C+1)$ colonnes et de C lignes où C est le nombre de classes.

Un procédé mathématique en utilisant l'analyse combinatoire, nous permet de retrouver les différentes fenêtres des différentes classes.

4 Classification d'images par l'estimation des densités

Les classes sont supposées équiprobables : $p_i = 1/g$ où g est le nombre de classes. Les fonctions de densité f_i , ainsi que les intensités q_i sont estimées et la classification (image b) est réalisée pour tous les points dans l'espace multispectral sur cette base, C fonctions de densités sont associées à chaque pixel de l'image et la règle de décision est telle que $x \in C_i$ si et seulement si $f_i(x) > f_j(x)$ pour tout $i \neq j$.

5 Classification d'images par l'algorithme EM

Une estimation des fonctions de probabilité est nécessaire pour ajuster au mieux les proportions des thèmes des images par l'utilisation de l'algorithme EM (Expectation Maximization), dont le résultat est donné par l'image d . Le principe consiste à choisir le vecteur suivant $\hat{p} = \{\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_g\}$ qui maximise la vraisemblance

$$\mathfrak{S}(p) = \prod_y \sum_{k=1}^g p_k \hat{f}_k(y) \quad (5.1)$$

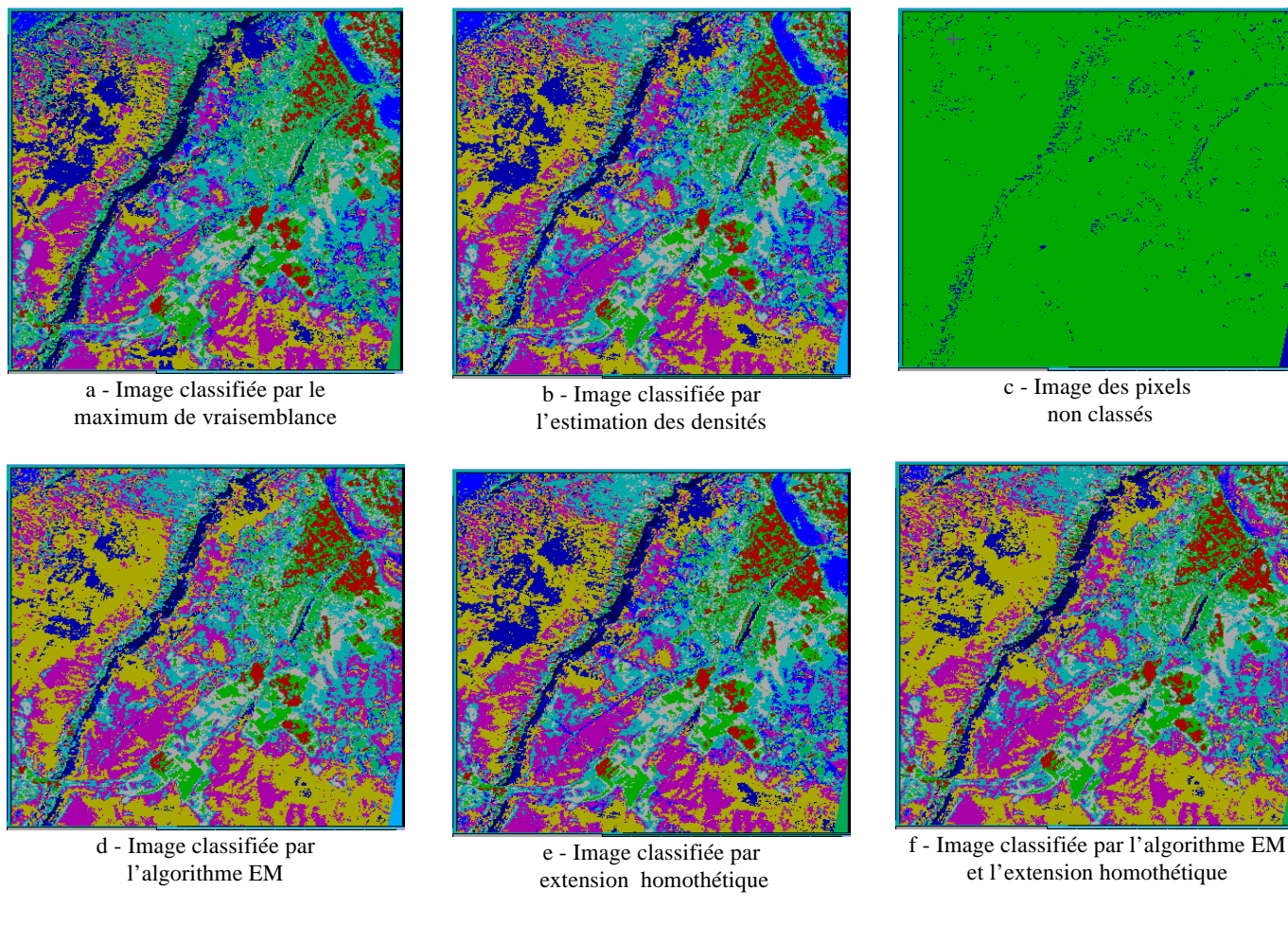
où le produit est pris sur tous les points de l'image. L'algorithme EM calcule itérativement l'optimum en utilisant la récurrence suivante :

$$\hat{p}(t+1) = \frac{1}{n} \sum_y \frac{\hat{p}_k(t) \hat{f}_k(y)}{\sum_{j=1}^g \hat{p}_j(t) \hat{f}_j(y)} \quad (5.2)$$

6 Classification d'images par extension homothétique

Il arrive que pour quelques pixels de l'image classifiée, les densités sont nulles. Aucune décision n'est prise dans ce cas, ils restent non classés (Image c). Une classification d'image est réalisée à base d'extension homothétique des enveloppes des classes, pour une réaffectation aux différents thèmes de l'image (image e et f) dont la légende est la suivante:

- Classe 1 : Formations Eoliennes fournies par l'oued M'zi
- Classe 2 : Végétation dense naturelle et cultivée,
- Classe 3 : Sols sableux,
- Classe 4 : Végétation typiquement urbaine (palmiers),
- Classe 5 : Surfaces de Hamadas et glacis,
- Classe 6 : Surfaces de hamadas,
- Classe 7 : Végétation dense,
- Classe 8 : Sable,
- Classe 9 : Lit d'oued.
- Classe 10 : Surfaces urbaines.



	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	Pixels non classés
a	7.35	2.47	13.09	2.71	25.42	22.07	6.07	2.53	5.33	12.91	
b	6.62	3.79	13.99	2.73	24.47	28.03	7.00	1.08	5.95	3.66	2.63
d	3.80	3.74	12.72	2.69	24.00	37.30	6.64	1.07	1.71	3.67	
e	6.94	3.85	14.13	2.85	24.54	28.12	7.09	1.14	6.04	5.25	
f	4.19	3.79	12.91	2.78	23.98	37.34	6.72	1.13	1.83	5.29	

Figure 2 : Probabilités des différentes classes

6 Discussions et conclusion

Les résultats obtenus peuvent être estimés en terme de matrice de confusion des répartitions des pixels des différentes images classifiées (Fig.2). Les images obtenues semblent plus précises que celles obtenues à partir des algorithmes classiques, en comparaison avec les photographies aériennes disponibles au niveau de notre laboratoire.

7 Références

[1] Rasson J-P. and Dawagne J-M. and Delpere F. "The supervised classification problem : Wath happens with a new basic hypothesis (the poisson process hypothesis) ?", Proceedings of Meeting IV of the euro working group on locational analysis, Chios, GREECE, 3-6 July 1989.

[2] Rasson J-P. and Orban-Ferauge F. "The convex hull algorithm for classification : approximation or exact computations", Proceedings of Meeting V of the euro working group on locational analysis, Namur, BELGIQUE, 3-6 september 1990.

[3] Rasson J-P. and Granville V. and Orban-Ferauge F. "About improvement of a non parametric approach of discriminant analysis : The per field classification of a segmented image", Proceedings of Meeting VI of the euro working group on locational analysis, Puerto de la Cruz, SPAIN, April 20-25 1992.

[4] Rasson J-P. and Granville V. and Orban-Ferauge F. "How to match visual classification using nonparametric intensities ? a behavioral answer", Proceedings of IGARSS 93, Tokyo, Japan, p. 1521-1523, August 18-21 1993.