

# Détermination automatique des paramètres d'un modèle déformable de Fourier

F. Dufrenois <sup>(1)</sup>, V. Devlaminck <sup>(2)</sup>

(1) LASL, 195 rue Pasteur M.L. King, BP 649, 62 228 Calais Cedex, France  
e-mail : duf@lisir2.univ-littoral.fr

(2) LMA, Bat. P3, UST de LILLE, 59 655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France.  
e-mail : devlam@lma-dec01.univ-lille1.fr

## RESUME

Nous présentons dans cet article une étude sur un modèle déformable paramétrique de Fourier. Tout d'abord nous établissons, à partir du principe de moindre action de Hamilton les équations d'évolution des paramètres du modèle. Un lissage multi-échelle de l'image ainsi qu'un choix approprié des facteurs d'amortissement et d'inertie assurent la convergence du processus. Pour le suivi de primitives, la nature hiérarchique de la base de Fourier fournit un cadre original pour caractériser les composantes principales du mouvement. En dernier lieu, des résultats sont présentés sur des images synthétiques et sur des images réelles.

## 1 Introduction.

L'étude des formes et de leurs déformations au cours du mouvement constitue un thème important en vision par ordinateur. Dans ce cadre, les chercheurs se sont beaucoup intéressés depuis quelques années à la modélisation dynamique des objets, basée sur les lois physiques du mouvement et de la déformation. Ce sont les modèles déformables, introduits en vision par Kass, Witkin et Terzopoulos [1]. Depuis, un grand nombre de méthodes basées sur ce principe, ont vu le jour. On peut les classer principalement en quatre groupes : Les modèles déformables dits *physiques*, *paramétriques*, *statistiques*, et *géométriques*. Ils trouvent un grand nombre d'applications dans des domaines très variés [1,2,5,6,7].

Nous avons choisi d'utiliser un modèle déformable paramétrique car il présente plusieurs avantages : le modèle se déforme de manière globale à chaque itération et non point par point. Ce type de représentation est donc plus robuste au bruit et aux occlusions partielles que les modèles physiques composés de chaîne de points. Cette représentation permet d'extraire des contours courbes des images, au lieu d'approximations polygonales et permet également, grâce à son aspect paramétrique, de réduire le nombre de degrés de libertés du modèle.

## 2 Intérêt d'une représentation par série de Fourier.

Le choix d'une paramétrisation de Fourier [2] permet de décrire une grande variété de formes 2D complexes,

## ABSTRACT

This paper describe a study of a parametric deformable Fourier model. At first, we establish from the less action principle of Hamilton, the Lagrange equations of motion of the Fourier parameters. A multiscale smoothing and an adapted choice of the mass and damping densities ensure the process convergence. For primitives tracking, the hierarchical nature of the Fourier basis provide the original framework to characterize the main components of motion. Results of the method applied to synthetic and real images are presented, including an evaluation of the dependence of the method on initialisation and image quality.

contrairement aux représentations de type superellipse dont l'espace de représentation est limité aux familles de courbes comprises entre le carré et l'ellipse. Cette représentation s'est également imposée par rapport au modèle B-spline [7] dont la régularité par rapport au contour à approximer dépend fortement du nombre de points de contrôle définis initialement. Le choix du nombre de segments de contrôle est donc un problème crucial de l'approximation B-spline. Il est résolu généralement interactivement. A l'inverse, la régularité du modèle de Fourier par rapport au contour dépend du nombre d'harmoniques. Ce nombre peut être déterminé automatiquement à partir du contour de la forme à représenter. On recherche itérativement par une technique de résolution de moindres carrés dans un voisinage d'erreur fixé, le nombre d'harmoniques le plus significatif pour décrire cette forme. Cette représentation est donc plus souple à l'initialisation. Cependant, cette technique nécessite tout de même une succession de traitements pour obtenir le résultat escompté. Nous proposons, dans cet article, une méthode plus directe pour estimer ces harmoniques.

Ce modèle est défini par sa variable de parcours  $\theta$  ( $\in [0, 2\pi]$ ) et un vecteur de paramètres  $\mathbf{q} = (x_0, y_0, a_1, b_1, \alpha_1, \phi_1, \dots, a_N, b_N, \alpha_N, \phi_N)$  représentatif de sa forme et de son orientation. L'expression générale du modèle, dans un repère de référence  $(o, i, j)$  est donné par :

$$\begin{pmatrix} x(\theta) \\ y(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \sum_k \begin{pmatrix} \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k \\ \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_k & 0 \\ 0 & b_k \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \phi_k & -\sin \phi_k \\ \sin \phi_k & \cos \phi_k \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos k\theta \\ \sin k\theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

Chaque terme dans la sommation représente l'expression générale de la forme paramétrique d'une ellipse ayant subi une rotation  $\alpha$  et un déphasage  $\phi$ . L'expression matricielle de la courbe paramétrique devient alors :

$$C(\theta) = C_0 + \sum_k R_{\alpha_k} F_k R_{\phi_k} P_k(\theta) \quad (2)$$

Du point de vue du traitement de signal, la courbe ainsi définie peut avoir une représentation en fréquence ou le premier terme  $C_0$  définit la valeur moyenne et le second terme les harmoniques ( $k \in [1, N]$ ). Du point de vue de la mécanique, ces  $4N+2$  paramètres caractérisent les degrés de liberté du système et constituent, dans la représentation de Lagrange, les *coordonnées généralisées du modèle*. Le but est de déterminer à partir des lois de la mécanique analytique, ces paramètres de façon à connaître la configuration du modèle à chaque instant.

### 3 Equations dynamiques du système.

Selon le principe de moindre action d'Hamilton, l'évolution d'un système physique dissipatif entre les temps  $t_1$  et  $t_2$  correspond au mouvement de moindre action  $I$  tenant compte des travaux des forces dissipatives  $W$  et du Lagrangien  $L$  du système. La condition nécessaire et suffisante pour que l'action  $I$  soit extrémale est que pour tout déplacement infinitésimal quelconque du système on ait :

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2} (\delta L + \delta W) dt = 0 \quad (3)$$

Pour établir les équations dynamiques d'Euler Lagrange du modèle, on utilise le calcul des variations : pour toute perturbation infinitésimal  $\delta \mathbf{q}$  du vecteur paramètre  $\mathbf{q}$  on en déduit les équations d'évolution des paramètres  $q_i$  du modèle :

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial f}{\partial q_i} d\theta - \int_0^{2\pi} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} \right) d\theta - \int_0^{2\pi} g C_t \frac{\partial C}{\partial q_i} d\theta = 0 \quad (4)$$

avec la fonction  $f$  qui représente le Lagrangien associé à la courbe de Fourier qui s'exprime dans la représentation des coordonnées généralisées  $\mathbf{q}$  par :

$$f(\theta, t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \mu |C_t|^2 - \frac{1}{2} \lambda_t \omega_t(\theta) |C_\theta|^2 - \frac{1}{2} \lambda_c \omega_c(\theta) |C_{\theta\theta}|^2 + |\nabla I(C)| \quad (5)$$

Le premier terme représente l'énergie cinétique de la courbe, les deux termes qui suivent, représentent l'énergie régularisante et enfin le dernier terme désigne l'énergie photométrique. La courbe étant linéaire en ses paramètres  $q_i$ , les équations d'évolution peuvent se mettre sous la forme linéaire suivante :

$$M \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} + D \frac{\partial q_i}{\partial t} + K q_i = \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial |\nabla I(C(\theta))|}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial q_i} + \frac{\partial |\nabla I(C(\theta))|}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial q_i} \right) d\theta \quad (6)$$

Les matrices  $M=[\mu_{ij}]$ ,  $D=[\gamma_{ij}]$  et  $K=[k_{ij}]$  sont appelées respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système.

## 4 Convergence.

### 4.1 Choix des matrices M, D et K.

L'initialisation d'un modèle paramétrique permet de choisir  $K=0$ , car la limitation de l'espace des solutions induite par le modèle, tend à régulariser le problème. On prend généralement  $D$  et  $M$  diagonale, de telle sorte que les densités d'amortissements  $\gamma_{qi}$  et les densités d'inertie  $\mu_{qi}$  sur les différents paramètres soient découplées. On prend également  $M=0$  pour simplifier le problème. Le système est alors considéré sans inertie et il atteint son état d'équilibre dès que les forces appliquées s'annulent. Ainsi les équations du mouvement font intervenir des dérivées temporelles d'ordre moins élevé et correspondent alors à réaliser une descente du gradient. La convergence dans les zones non stationnaire est alors assurée si l'on prend les coefficients  $\gamma_{qi}$  de  $D$  suffisamment grands. Les équations d'évolution des paramètres du modèle de Fourier sont données par les relations générales suivantes :

$$\begin{aligned} \gamma \dot{C}_0(i) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(i) d\theta = f_{c_0} \quad i=[1,2] \\ \gamma \dot{a}_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G \cdot R_{\alpha_k} \cdot \frac{\partial F_k}{\partial a_k} \cdot R_{\phi_k} \cdot P_k(\theta) d\theta = f_{a_k} \\ \gamma \dot{b}_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G \cdot R_{\alpha_k} \cdot \frac{\partial F_k}{\partial b_k} \cdot R_{\phi_k} \cdot P_k(\theta) d\theta = f_{b_k} \\ \gamma (a_k^2 + b_k^2) \dot{\alpha}_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G \cdot \frac{\partial R_{\alpha_k}}{\partial \alpha_k} \cdot F_k \cdot R_{\phi_k} \cdot P_k(\theta) d\theta = f_{\alpha_k} \\ \gamma (a_k^2 + b_k^2) \dot{\phi}_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G \cdot R_{\alpha_k} \cdot F_k \cdot \frac{\partial R_{\phi_k}}{\partial \phi_k} \cdot P_k(\theta) d\theta = f_{\phi_k} \end{aligned} \quad (7)$$

avec le vecteur  $G = \left[ \frac{\partial |\nabla I|}{\partial x} \quad \frac{\partial |\nabla I|}{\partial y} \right]$ , ayant comme

composantes les dérivées en  $x$  et  $y$  du gradient de l'image  $I$  et  $k$  appartenant à l'intervalle  $[1 \dots N]$ .

### 4.2 Lissage

Afin d'augmenter le degré de convergence du système, on procède à un lissage multi - échelle de l'image. Pour effectuer cette opération, on se sert des filtres exponentiels de Deriche [3]. Ces filtres comportent un terme de lissage  $\alpha$  atténuant les effets du bruit dans les images. Ce terme fournit également, par une approche multi - échelle, la possibilité d'optimiser la convergence du modèle. En effet, pour une forte valeur de  $\alpha$  la convexité du paysage énergétique est améliorée et permet au modèle paramétrique de trouver un minimum local plus proche du minimum global. La zone d'influence des contours s'accroît également ce qui permet de limiter l'influence de l'initialisation du modèle. Une détection plus précise du contour est obtenue ensuite en réoptimisant la position du modèle déformable obtenue à partir du résultat précédent, sur l'image faiblement lissée.

## 5 Résultats

Nous avons appliqué cette méthode à la détection de formes complexes. Dans un premier temps, afin de valider le modèle, nous générons des formes synthétiques bruitées et nous fixons la dimension du vecteur paramètre représentatif du modèle et de la forme à détecter à la même valeur. Nous positionnons notre modèle initial à proximité de la forme.

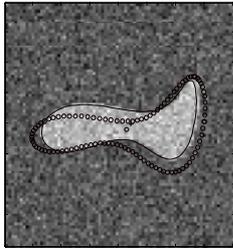


Fig. 1 : 3 harmoniques

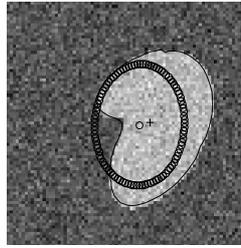


Fig 2: modèle de départ : 1 harmonique  
modèle d'arrivée : 5 harmoniques

Nous montrons les résultats obtenus avec des modèles de Fourier définis par 3 harmoniques (fig 1). Comme on peut le constater le modèle est assez robuste au bruit et converge vers la forme. Dans un second temps, afin d'étudier l'influence de l'initialisation sur la qualité du résultat, le modèle de départ est réduit à une harmonique et les autres harmoniques sont mises à zéro. La figure 2 montre que le modèle converge tout à fait correctement vers la solution.

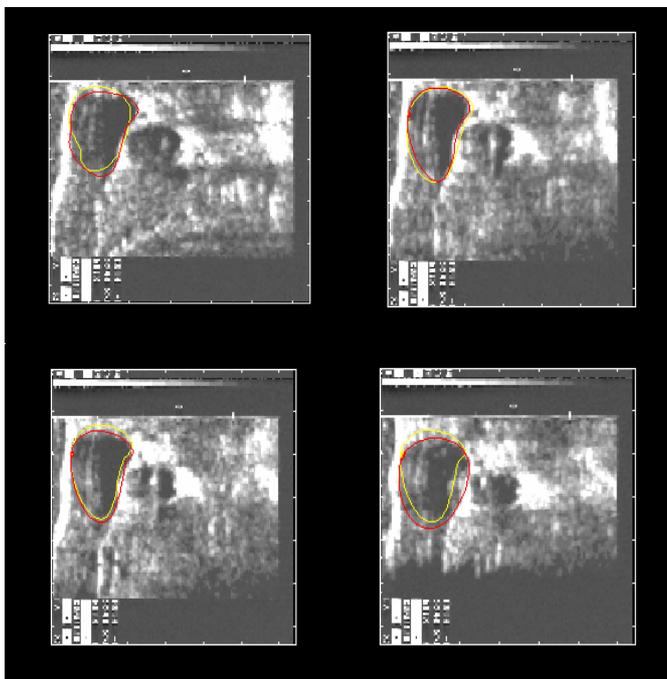


fig. 3 : suivi du mouvement d'images écho-doppler de la paroi carotidienne à l'aide d'un modèle déformable de Fourier ( 3 harmoniques).

Nous avons également appliqué notre technique de détection à des images réelles. Le modèle composé de 3 harmoniques s'avère très efficace pour segmenter des images écho - doppler de carotides. En effet, la nature paramétrique et hiérarchique du modèle permet de réduire notablement l'influence des imperfections ( bruit et discontinuité des contours) caractéristiques de ces images (fig. 3).

## 6 Suivi de primitives images et estimation du mouvement.

Les modèles déformables, de quelques natures qu'ils soient, constituent un outil de suivi de contours assez puissant. En effet, ceux - ci effectuent simultanément l'extraction et la mise en correspondance d'un objet d'une image à l'autre. Ils sont donc plus efficaces et plus rapides pour le suivi de primitives que les opérateurs usuels d'extraction de contours [4] qui opèrent en plusieurs étapes.

Le principe du suivi par modèle déformable est que le contour extrait à l'instant  $t-1$  constitue une initialisation appropriée pour l'extraction à l'instant  $t$ . Evidemment, l'hypothèse implicite de cette méthode est que le déplacement et la déformation entre deux images consécutives soient assez faibles. Par ailleurs, le suivi effectué par un modèle déformable est global, car il met en correspondance les contours extraits sur deux images successives. En effet, si l'on observe la mise en correspondance des points de contour effectuée par un modèle déformable, celle ci ne correspond pas au mouvement réel (physique) des points du contour, mais résulte de la dynamique du modèle. En particulier, les forces dues à l'image et subies par le modèle sont perpendiculaires aux contours réels observés dans les images car elles sont fonctions des dérivées de la norme du gradient d'intensité. Comme le modèle déformable a un comportement semi local, la courbe se dilate ou se rétracte localement sous l'influence des forces exercées par les contours des images, suivant la géométrie du problème. Les points du modèle glissent alors le long des contours réels. Or ces effets, s'ils sont négligeables pour un faible déplacement du contour de l'image, deviennent gênants si le mouvement est grand. Cette méthodologie présentée sous cette forme est donc inefficace pour estimer le mouvement réel du contour. Certains auteurs [5] ont proposé, pour stabiliser le modèle, l'utilisation de « Kalman snakes », pour lesquels les équations dynamiques des modèles déformables sont intégrées dans un filtre de Kalman. Il s'agit en fait d'une généralisation de la prise en compte de l'accélération dans les équations dynamiques du modèle, puisque cela permet de donner une mémoire cinématique quasi infinie au snake. D'autres [6] utilisent un modèle de mouvement a priori pour contraindre le mouvement d'un modèle déformable décrit sur une base B-spline. Seulement, cette estimation est réalisée en deux étapes indépendantes. Nous proposons d'estimer à travers l'analyse hiérarchique des paramètres du modèle de Fourier et, indépendamment d'un modèle de mouvement prédéfini, les composantes principales du mouvement de la primitive étudiée.

### 1 Estimation du mouvement par modèle de Fourier

La représentation de Fourier est très intéressante pour étudier la nature du mouvement qui, contrairement aux représentations de type superellipse ou B-spline, est implicite dans ce modèle. Sa nature hiérarchique facilite l'analyse en localisant la ou les harmoniques impliquées dans ce mouvement. Il se rapproche ainsi des méthodes d'analyse modales proposées par Nastar et Ayache [7]. Par exemple, tout mouvement affine ou homographique résulte d'une composition de transformations élémentaires (translation, rotation, échelle) identifiées par la valeur moyenne et la

fondamentale du descripteur de Fourier, par contre un mouvement déformable, pour qu'il puisse être défini, nécessite l'ajout d'harmoniques. Pour illustrer ce principe, nous avons estimé le mouvement effectué par des modèles de Fourier dans une séquence d'images.

## 2 Résultats

La figure 5 montre un exemple de suivi de contours d'un œuf et de sa tâche par deux modèles déformables de Fourier composés de 6 harmoniques. L'œuf est animé d'un mouvement de rotation dans le plan et de rotation sur lui-même.

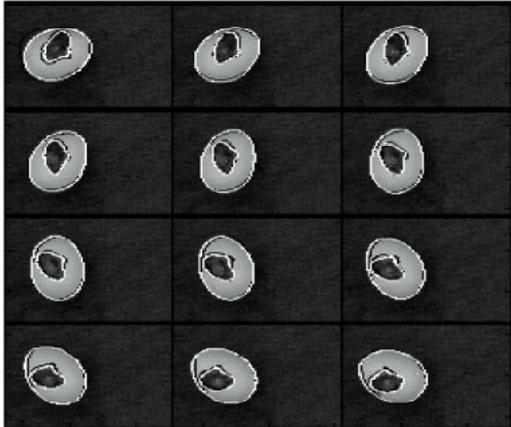


Fig. 5 : suivi de deux objets par deux modèles déformables de Fourier (6 harmoniques).

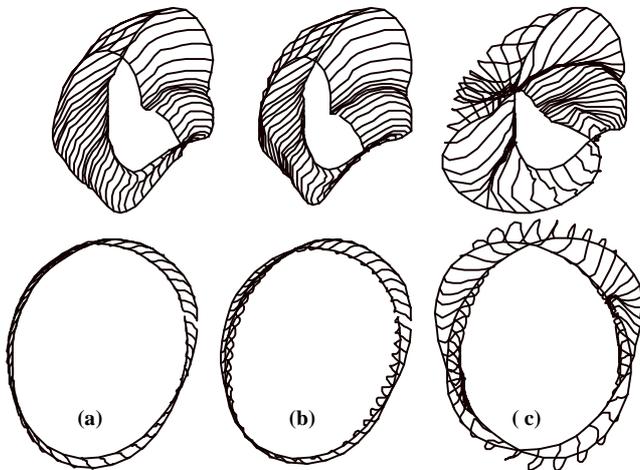


Fig 6 : (a) mouvement rigide. (b) mouvement affine. (c) mouvement non rigide

La figure 6 montre le mouvement estimé des points de l'œuf et de la tâche pour différentes harmoniques. La figure 6.a représente le mouvement rigide estimé correspondant aux composantes  $C_0$  et  $\alpha_1$  du vecteur  $\mathbf{q}$ . La figure 6.b illustre le mouvement affine estimé impliquant la moyenne  $C_0$  et la fondamentale ( $a_1, b_1, \alpha_1, \phi_1$ ). On remarque que le contour final n'est pas ajusté au contour réel. Ceci est dû au fait que l'utilisation du modèle de mouvement affine est liée à l'hypothèse que les objets sont plans. Or, comme l'œuf n'est pas plan, la moyenne et la fondamentale ne suffisent pas pour décrire complètement le mouvement. La figure 6.c montre le mouvement des points de l'œuf et de la tâche lorsque toutes les harmoniques sont impliquées. On prend ainsi en compte les déformations introduites par le mouvement non planaire de

l'œuf. Cette analyse hiérarchique est donc très intéressante pour estimer la composante principale du mouvement.

## 6 Conclusion

L'utilisation du formalisme des coordonnées généralisées et de la mécanique lagrangienne permet de déterminer automatiquement les paramètres du modèle de Fourier de manière à prendre en compte le mouvement non rigide qu'il effectue. Compte tenu de l'aspect paramétrique de la représentation, la méthode est peu sensible aux bruits et ne nécessite pas une initialisation géométrique proche du contour recherché. Par ailleurs cette méthode peut s'appliquer à tout type de modèle paramétrique. Quelques points constituent les étapes suivantes de ce travail, ils sont présentés ci dessous :

- Le problème de la détermination automatique des coefficients de pondération ( $\gamma, \mu$ ).
- Gérer les interactions possibles (occlusions, pénétrations,...) entre les modèles déformables.
- Intégrer la contrainte du flot optique pour affiner l'estimation du mouvement.
- Proposer un modèle 3D hiérarchique afin d'estimer le mouvement déformable 3D (approche multi capteurs).

## 7 Remerciements

Nous remercions le Conseil Régional du Nord - Pas - de - Calais pour avoir participé au financement de ce projet. Cette étude entre dans le cadre du groupe de travail n°1 du GRAYSIHM.

## 8 Bibliographie

- [1] W.Kass, A.Witkin, and D.Terzopoulos, « Snakes : active contour models ». In First International Conference on Computer Vision, pp 259-268, 1987.
- [2] L.H.Staib and J.S.Duncan., « Boundary Finding with Parametrically Deformable Models ». IEEE Trans. On Patt. Anal. And Mach. Intell., 14, 11, 1992.
- [3] R. Deriche. « Fast algorithms for low-level vision ». IEEE Transactions on Patt. Anal. And Mach. Intell., 1990.
- [4] R.Deriche and O.D. Faugeras, « Tracking line segments ». In First European Conference on Computer Vision, p 259-268, Antibes, France, April 1990.
- [5] R. Szeliski and D. Terzopoulos, « Physically - based and probabilistic modeling for computer vision ». In B.C. Vemuri, editor, Proc. 1570 of SPIE Conf. On Geometric Methods in Comp. Vis., San Diego, California, USA, p 140-152, 1991.
- [6] B. Basclé. « Contributions et applications des modèles déformables en vision par ordinateur ». Thèse de l'Université de Nice Sophia - Antipolis, 1994.
- [7] C. Nastar and N. Ayache. « Classification of Non\_rigid Motion in 3D Images using Physics-Based Vibrations analysis ». Proc. IEEE Workshop on Biomed. Image Anal., p 61-69, Seattle, Washington, USA.