

# Mesure de corrélation partielle pour le choix d'un voisinage adapté en modélisation autorégressive bidimensionnelle de textures

Isabelle Claude et André Smolarz

Laboratoire de Modélisation et Sûreté des Systèmes  
 Université de Technologie de Troyes  
 12, rue Marie Curie - BP 2060 - 10010 Troyes  
 e-mail : claude@univ-troyes.fr

## RÉSUMÉ

L'utilisation de la modélisation autorégressive en analyse de textures sous-entend le choix préalable de l'ensemble des voisins constituant le support de prédiction du modèle. Ce choix est souvent arbitraire; dans ce papier, nous proposons 2 méthodes de choix d'un voisinage adapté à chaque texture, fondées respectivement sur une mesure de corrélation et sur une mesure de corrélation partielle. Nous montrons que, comparés aux modèles NSHP (Non Symetric Half Plane) classiques, les modèles obtenus permettent une meilleure représentation de la texture et une meilleure discrimination inter-texturale.

## ABSTRACT

In texture analysis, a preliminary stage of autoregressive modelling use, is the choice of the set of dependant neighbours, i.e the prediction support of the model. This choice is often arbitrary; in this paper, we propose 2 methods of adapted neighbourhood identification respectively based on a correlation measure and a partial correlation coefficient. Compared to the basis NSHP (Non Symetric Half Plane) models, we show that these adapted models improve the texture representation and the discrimination between textures.

## 1. Introduction

Dans le domaine du traitement d'images et depuis plusieurs décennies, l'analyse de texture suscite un intérêt marqué de la part de nombreux chercheurs. La difficulté majeure réside dans le fait qu'aucune représentation valide et universelle de la notion de texture n'a pu être proposée. De nombreuses approches ont été développées en caractérisation, classification et segmentation de textures, parmi lesquelles on peut citer :

- les méthodes statistiques ( paramètres des matrices de cooccurrences [1], des matrices de longueurs de plages [2], paramètres spectraux [3], fractals [4], ...),
- les méthodes probabilistes (modélisation markovienne [5-6], par exemple) qui considèrent une image de texture comme la réalisation d'un processus stochastique,
- de nouveaux outils comme les réseaux de neurones [7] en apprentissage et classification, les ondelettes pour le débruitage de certaines images et la classification de textures [8], les approches multirésolution [9] ou les méthodes multiéchelles [10], la modélisation floue [11]...
- les méthodes venant du traitement de signal, comme les modèles autorégressifs bidimensionnels (AR-2D) [12-17], et, plus récemment, l'émergence du temps-fréquence [18] et temps-échelle [19] en analyse d'images.

Dans cette étude, nous nous intéressons justement aux modèles AR-2D, et, plus précisément, au choix d'un voisinage adapté pour ces modèles de textures; ce choix ne se situe pas seulement au niveau de l'ordre du modèle (comme pour les signaux en 1 dimension) mais, aussi, au niveau de la disposition spatiale des éléments du voisinage, avec nécessité de définir la notion de causalité du modèle AR-2D [20]. Dans la littérature, ce problème est peu abordé et les utilisateurs de modèles AR-2D choisissent délibérément une étendue spatiale du voisinage du modèle, identique pour chaque texture. On

peut, cependant, citer quelques méthodes qui permettent de choisir l'ordre du modèle [21-22], d'autres qui permettent de choisir un modèle parmi un ensemble de modèles potentiels [23-24] et une approche répondant au problème complet de choix automatique de voisinages, mais difficile à mettre en oeuvre et peu réaliste pour une utilisation en segmentation de textures [25]. Ces quelques travaux montrent que, d'une texture à l'autre, les voisins apportant une information pertinente pour la prédiction de la valeur d'un pixel, ne sont pas nécessairement les mêmes.

Nous présentons donc, 2 procédures automatiques de choix d'un voisinage qui s'appuient sur des mesures de corrélations [26] et de corrélations partielles [27]. Pour chaque voisin considéré, on calcule, soit son coefficient de corrélation avec le pixel courant, soit un coefficient de corrélation partielle qui permet de ne pas prendre en compte l'influence des voisins d'ordre inférieur. Ces procédures conduisent à l'élaboration d'une carte des corrélations, spécifique à chaque texture, puis, à la détermination d'un voisinage adapté. Nous évaluons, ensuite, les modèles obtenus par comparaison avec les modèles classiques NSHP (Non Symetric Half Plane) en synthèse et classification de textures. Les modèles adaptés proposés améliorent la représentation de la texture et la discrimination entre textures.

## 2. Définition du modèle AR-2D

Soit l'ensemble  $\Omega$  des sites de l'image  $Y$  :

$$\Omega = \{s = (i, j); 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J\} \quad (1)$$

$Y$  est la réalisation d'un modèle AR 2D si :

$$y_s = y(i, j) = \sum_{(m,n) \in D} a(m, n, i, j) y(i-m, j-n) + b e(i, j) \quad (2)$$

avec

$e$  : variable aléatoire qui définit le type du modèle; si  $e$  est

		$X_{t_i}^{(s)}$		
	$X_{t_5}^{(s)}$	$X_{t_1}^{(s)}$	$X_{t_7}^{(s)}$	
$X_{t_{10}}^{(s)}$	$X_{t_3}^{(s)}$	$X_s$	$X_{t_4}^{(s)}$	$X_{t_{11}}^{(s)}$
	$X_{t_8}^{(s)}$	$X_{t_2}^{(s)}$	$X_{t_6}^{(s)}$	
		$X_{t_9}^{(s)}$		

Figure 1 : Example of  $\vartheta_s^{(t_i)}$  set

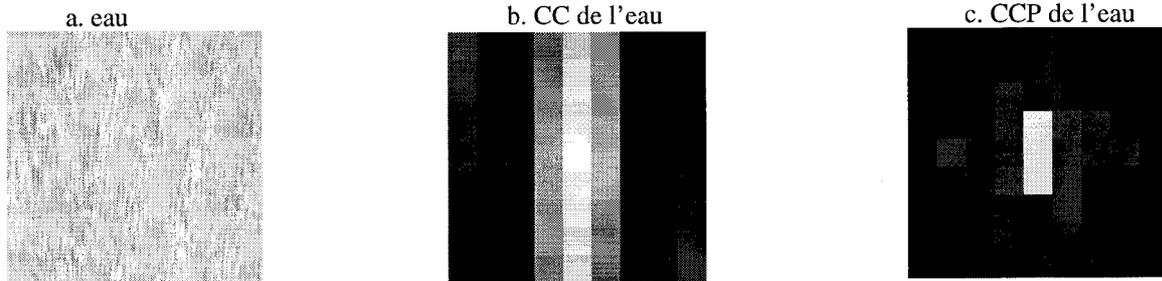


Figure 2 : carte des corrélations pour l'eau

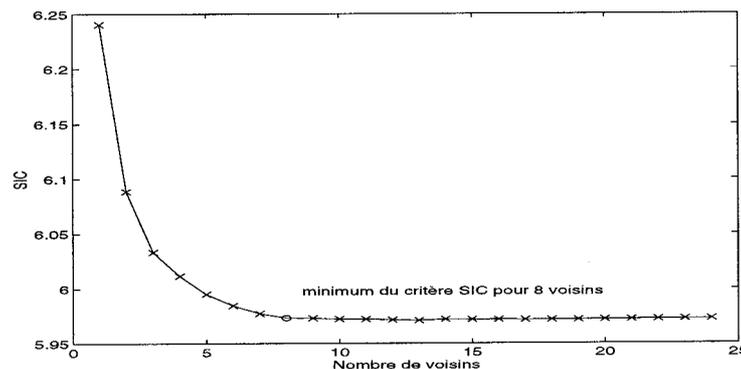


Figure 3 : Critère SIC en fonction du nombre de voisins

un bruit blanc, le modèle est un modèle AR et si  $e$  est un bruit corrélé, le modèle est un modèle ARMA

$b$  : écart-type de  $e$

$D$  : ensemble de prédiction du modèle dont la forme dépend du type de causalité choisie

$a$  : paramètres du modèle; si  $a(m,n,i,j)=a(m,n)$ , le modèle est stationnaire

On se placera dans le cas d'un modèle AR stationnaire.

### 3. Méthodes proposées pour le choix de l'ensemble de prédiction $D$

#### 3.1. Méthode de la corrélation maximale

On part du principe que l'information pertinente pour prédire la valeur d'un pixel d'une texture est contenue dans quelques uns de ses voisins et que la corrélation de ce pixel avec ces voisins est plus grande qu'avec d'autres pixels.

Après avoir centré les données, on calcule la corrélation entre un pixel et un large groupe de voisins (voisinage carré de  $m \times m$  pixels).

Ces corrélations sont estimées sur une image  $M \times N$  et on obtient la "carte des corrélations" (CC) sur le voisinage initial par moyennage.

#### 3.2. Méthode des coefficients de corrélation partielle

Le problème relatif à la méthode de corrélation maximale est qu'elle conduit à une certaine redondance des informations contenues dans les voisins sélectionnés.

Nous proposons donc une autre approche qui permet d'éviter cette redondance. Pour cela, nous calculons un coefficient de corrélation partiel pour chaque voisin considéré.

Soit  $s$  le pixel courant et  $\vartheta_s = \{t_i, i = 1 \dots N\}$ , l'ensemble des voisins de  $s$ , avec  $N = m^2 - 1$ . Nous associons les variables aléatoire  $X_s$  au pixel  $s$  et  $X_{t_i}^{(s)}$  au voisin  $t_i$ .

Supposons que nous voulons évaluer la corrélation partielle entre  $X_s$  et  $X_{t_i}^{(s)}$ . Nous définissons alors le sous-ensemble  $\vartheta_s^{(t_i)} \subset \vartheta_s$  qui contient les voisins situés à une distance inférieure ou égale à la distance de  $s$  à  $t_i$ .

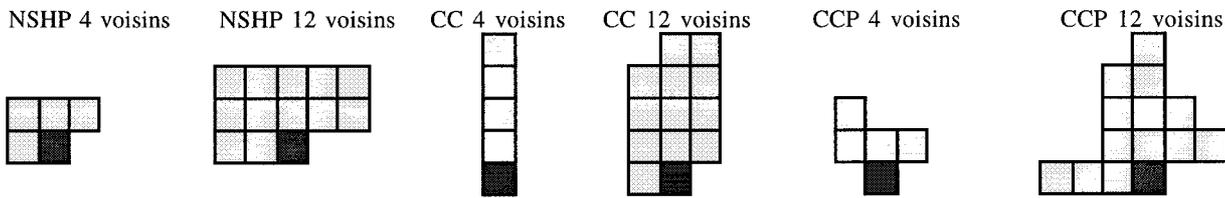


Figure 4 : Les différents modèles pour la texture d'eau

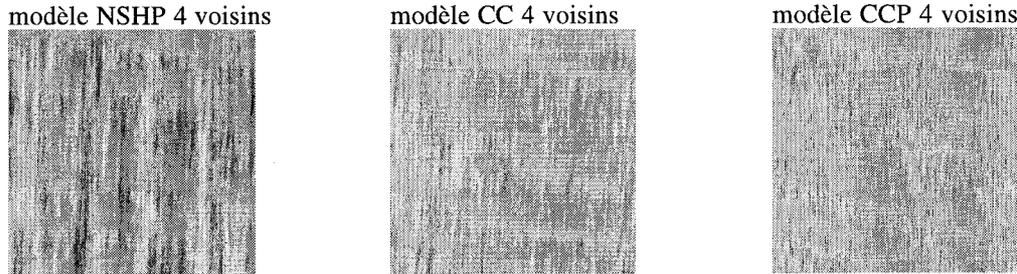


Figure 5 : Synthèse de l'eau avec différents modèles

Table 1 : Pourcentage de bonne classification en fonction des modèles utilisés et de la taille des échantillons classés

Taille des échantillons	modèles NSHP	modèles adaptés (CC)	modèles adaptés (CCP)
64x64	98%	98,9%	100%
32x32	98,2%	99,5%	99,7%
21x21	93,2%	94,4%	96,2%
16x16	82,3%	83,3%	86,0%

La figure 1 donne un exemple de ce sous-ensemble. Nous construisons, alors, le vecteur suivant :

$$\underline{X} = [X_s, X_{t_i}^{(s)}, \{X_{t_j}^{(s)}, t_j \in \mathcal{V}_s^{(t_i)}\}] = [X^{(1)}, X^{(2)}] \tag{3}$$

avec  $X^{(1)} = [X_s, X_{t_i}^{(s)}]$  et  $X^{(2)} = [X_{t_j}^{(s)}, t_j \in \mathcal{V}_s^{(t_i)}]$  (4)

La matrice estimée de covariance partielle est donnée par [30] :

$$V(X^{(1)} / X^{(2)}) = \frac{1}{n} \left( X^{(1)'} X^{(1)} - X^{(1)'} X^{(2)} \left( X^{(2)'} X^{(2)} \right)^{-1} X^{(2)'} X^{(1)} \right) \tag{5}$$

où n est le nombre d'observations.

Comme les données sont normalisées, nous obtenons directement la carte des corrélations partielles (CCP).

La figure 1.a représente une image de texture d'eau. La figure 1.b représente la CC et la figure 1.c. la CCP pour cette image d'eau, sur une fenêtre initiale de 9x9.

### 3.3. Identification du voisinage adapté

Pour choisir le voisinage adapté à partir de CC ou CCP, 3 méthodes sont possibles :

- on fixe un nombre de voisins  $nb < mxn$ ; on classe par ordre décroissant les mesures de corrélation et on prend comme voisinage adapté les  $nb$  voisins correspondant aux  $nb$  premières mesures de corrélation ordonnées.

- on fixe un seuil  $C^*$  et on prend tous les voisins  $X_i$  tels que leur mesure de corrélation est supérieure à  $C^*$ .

- on utilise un des critères SIC (Schwarz Information Criterion) [22] ou AIC (Akaike Information Criterion) [21] en prenant comme ensemble de modèles potentiels ceux construits en incluant les voisins, un par un, dans l'ordre décroissant de leur coefficient de corrélation. La figure 2 illustre le comportement du critère SIC en fonction du nombre de voisins inclus pour la carte CCP du lierre. La figure 3 représente les voisinages NSHP et les voisinages obtenus par les 2 méthodes proposées pour la texture d'eau, en sélectionnant 4 puis 12 voisins.

## 4. Comparaison avec les modèles classiques NSHP

### 4.1. Synthèse de textures

On génère des images de synthèse avec plusieurs modèles AR d'une même texture afin de les comparer visuellement. Pour cela, on utilise en entrée du processus générateur ligne par ligne, un bruit blanc gaussien. La figure 4 illustre l'amélioration apportée par les voisinages adaptés en terme de représentation de textures.

### 4.2. Classification de textures

Le tableau 1 montre les résultats obtenus en classification d'échantillons de 6 types de textures de taille 64x64 (6x16 échantillons), 32x32 (6x64 échantillons), 21x21 (6x144 échantillons) et 16x16 (6x256 échantillons), lorsque l'on utilise les modèles NSHP, les modèles adaptés résultant des

mesures de corrélations et des mesures de corrélations partielles. L'amélioration moyenne apportée par l'utilisation des modèles adaptés par rapport aux modèles NSHP est d'environ 3%.

Le critère de classification utilisé est fonction de l'erreur de prédiction moyenne sur l'échantillon et s'exprime comme suit :

$$C(k) = \frac{1}{b_k} \exp \left\{ -\frac{(\bar{e}^{(k)})^2}{2b_k^2} \right\} \quad \text{avec} \quad \bar{e}^{(k)} = \frac{1}{IJ} \sum_i^I \sum_j^J (y_{ij} - \hat{y}_{ij}^{(k)})^2 \quad (6)$$

## 5. Conclusion

Nous avons proposé 2 méthodes de choix d'un voisinage adapté pour les modèles AR-2D. Nous avons montré que ces modèles adaptés, en comparaison avec les modèles NSHP classiques, améliorent la représentation des textures, mais également, le pouvoir discriminant entre les textures.

Les travaux en cours portent sur l'utilisation de ces modèles en segmentation d'images texturées.

## 6. Références

- [1] Park D.J., Nam K.M. & Park R-H., "Edge Detection in Noisy Images based on Cooccurrences Matrix", Pattern Recognition, vol.27, n°6, p.765-775, 1994.
- [2] Dasarathy B.V. & Holder E.B., "Image Characterization based on Joint Gray Level-Run Length Distributions", Pattern Recognition, vol.12, p.497-502, 1991.
- [3] He D.C. & Wang L., "Textural Features based on the Texture Spectrum", Pattern Recognition, vol.24, n°12, p.1187-1195, 1991.
- [4] Chaudhuri B.B. & Sarkar N., "Texture Segmentation Using Fractal Dimension", IEEE on PAMI, vol.17, n°1, jan. 1995.
- [5] Pieczynski W., "Champs de Markov Cachés et Estimation Conditionnelle Itérative", Traitement du Signal, vol.11, n°2, 1994.
- [6] Cocquerez J.P. & Philipp S., *Analyse d'images : Filtrage et Segmentation*, Masson, Paris, p.281-304, 1995.
- [7] Vinod V.V., Chaudhuri S., Mukuerjee J. & Ghose S., "A connexionist Approach for Clustering with Applications in Image Analysis", IEEE trans. on SMC, vol.24, n°3, 1994.
- [8] Loum G., Provent P., Lemoine J., Petit E., "A New Method for Texture Classification based on Wavelet Transform", Proceedings of Time Frequency and Time-Scale (TFTS), p.29-32, 1996.
- [9] Bouman C. & Liu B., "Multiple Resolution Segmentation of Textured Images", IEEE on PAMI, vol.13, n°2, feb. 1991.
- [10] Graffigne C., Heitz F., Préteux F., Sigelle M. & Zérubia J., *Modèles Markoviens Hiérarchiques pour l'analyse d'images*, Rapport du GdR-TdSI, nov. 1994.
- [11] Caillol, Hillion & Pieczynski, "Fuzzy Random Fields and Unsupervised Image Segmentation", IEEE Trans. on GRS, vol.31, n°4, p.801-810, 1993.
- [12] Kashyap R.L. & Khotanzad A., "A Model-Based Method for Rotation Invariant Texture Classification", IEEE on PAMI, vol.8, n°4, july 1986.
- [13] Mao J. & Jain A.K., "Texture Classification and Segmentation Using Multiresolution Simultaneous Autoregressive Models", Pattern Recognition, vol.25, n°2, 1992.
- [14] Lu S.W. & Xu W., "Textured Image Segmentation Using Autoregressive Model and Artificial Neural Network", Pattern Recognition, vol.28, n°12, 1995.
- [15] Gagalowicz A., *Vers un Modèle de Texture*, Thèse d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1983.
- [16] Oe S., "Texture Segmentation Method by Using two-dimensional Autoregressive Model and Kullback Information", Pattern Recognition, vol.26, n°2, p.237-244, 1993.
- [17] Khotanzad A. & Chen J-Y., "Unsupervised Segmentation of Textured Images by Edge Detection in Multidimensional Features", IEEE on PAMI, vol.11, n°4, april 1989.
- [18] Grassin S. & Garello R., "Applications of Wigner-Ville Distribution on ERS-1 SAR Images", Proceedings of TFTS'96, p.489-492, 1996.
- [19] Serir A., Sansal B. & Serir A., "Multiresolution Analysis Scheme for ERS-1 Image Segmentation", Proceedings of TFTS'96, p.489-492, 1996.
- [20] Youlal H., Janafi-Idrissi M. & Najim M., *Modélisation Paramétrique en Traitement d'Images*, Masson, Paris, 1994.
- [21] Akaike H., "On Entropy Maximization Principle", in Proc. Symposium on Applications on Statistics, Dayton, Ohio, p. 27-41, 1972.
- [22] Koehler A.B. & Murphree E.S., "A Comparison of Akaike and Schwarz Criterion for Selecting Model Order", Applied Statistics, n°37, p.187-195, 1988.
- [23] Khashyap R.L. & Chellapa R., "Estimation and Choice of Neighbors in Spatial Interaction Models of Images", IEEE on Information Theory, vol.29, p.60-72, 1983.
- [24] Cross G.R. & Jain A.K., "Markov Random Fields Texture Modelling", in Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. P. R. Image, Dallas, TX, p.597-601, aug. 1981.
- [25] Kartikeyan B. & Sarkar A., "An Identification Approach for 2D Autoregressive Models in Describing Textures", CVGIP : Graphical Models and Image Processing, vol.53, n°2, p.121-131, march 1991.
- [26] Claude I. & Smolarz A., "Choice of Neighbors for Autoregressive Modelling in Texture Analysis", Proceedings of ACS'96, Poland, nov. 1996.
- [27] Anderson T.W., *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, John Wiley & Sons, New-York, p.125-134, 1984.
- [28] Brodatz P., *Textures : A Photographic Album for Artists and Designers*, Dover, New York, 1966.