

# Modèle Harmonique de Surface Déformable Périodiquement Application à l'échocardiographie

Roger Lédée, Sylvie Treuillet et Denis Rose

Laboratoire d'Electronique, Signaux, Images  
ESPEO - Université d'Orléans - BP 6744 - 45067 Orléans Cedex 2  
Email : ledee@lesi.univ-orleans.fr

## RÉSUMÉ

L'étude décrit une technique de reconstruction spatio-temporelle d'un objet périodiquement déformable à partir d'un ensemble de coupes planes. L'échantillonnage de la surface de l'objet est représentée par un ensemble de surfaces périodiques discrètes. Lorsque le capteur est en mouvement, les données sont localisées sur des droites particulières de ces surfaces. L'analyse harmonique conjointe des données 1D et des surfaces 2D a conduit à l'élaboration d'un modèle spatio-temporel (MHSDP). Les paramètres du modèle sont calculés de façon analytique et permettent la restitution complète des surfaces. Cette approche est notamment appliquée à la restitution du ventricule gauche (VG) du cœur en échocardiographie.

## 1 Introduction

La reconstruction d'un objet est souvent formulée comme la mise en correspondance des éléments d'un modèle avec des données 3D, généralement acquises par un système de vision. Le problème se complique quand l'objet évolue au cours du temps. En règle générale, la mise en correspondance s'effectue en deux étapes successives de manière globale puis locale.

Un modèle précurseur en reconstruction d'objet est celui proposé par Kass, Within et Terzopoulos [1] qui introduisent la notion de snakes en 2D, étendue par la suite en 3D [2]. Ce sont des modèles déformables non paramétriques, régis par une énergie composée d'un terme d'attachement aux données et d'un terme de régularisation interne.

Afin d'obtenir un modèle global plus compact, l'emploi de modèles paramétriques s'est avéré plus intéressant. Les plus courants et les plus utilisés sont les modèles algébriques comme les superquadriques proposées par Solina et Bajcsy [3] ou ceux basés sur les harmoniques de Fourier proposés par Staib et Duncan [4]. Pour une surface présentant un point interne à partir duquel toute la surface est visible (surface étoilée), il est pratique de la représenter en coordonnées sphériques et de la décomposer sur la base des harmoniques sphériques [5]. L'avantage de ces modèles est le petit nombre de paramètres nécessaire à la description des surfaces dans les images tridimensionnelles.

Quoique bien adaptés à la représentation d'objets de forme simple, ces modèles globaux ne sont pas satisfaisants pour la reconstruction d'objets de forme plus complexe.

## ABSTRACT

This study describes an approach for reconstructing periodic deformations of an object from only limited slices taken as a function of time through the volume. A set of bi-periodic discrete surfaces is introduced for representing the sampling of the volume. The data collected by moving the sensor are localized on specific straight lines on these surfaces. An harmonic analysis of this unidimensional data together with the discrete surfaces leads to a spatio-temporal model (MHSDP). The model parameters are analytically calculated and then used to completely reconstitute the volume at each point in time. This concept is applied to the reconstruction of the left ventricle by 3D echocardiography.

L'idée est alors d'associer, dans une deuxième étape, un modèle de déformations. Le modèle proposé par Terzopoulos et Metaxas [6] utilise un formalisme issu de la mécanique et repose sur les équations du mouvement de Lagrange. Solina et Bajcsy [3] proposent des déformations globales pour augmenter le nombre de formes possibles à reconstruire. Staib et Duncan introduisent une notion de probabilité sur les paramètres et formulent la mise en correspondance du modèle avec les données comme un problème d'optimisation [4][7]. Ces modèles paramétriques par décomposition harmonique [4][5][7] offrent l'avantage d'être hiérarchiques avec une régularisation implicite.

Toutes ces approches estiment un modèle à partir d'un nuage de points 3D à un instant donné. Pour intégrer le temps, deux approches sont alors possibles. La première est d'utiliser le modèle défini à l'instant  $t$  pour initialiser les paramètres du modèle à l'instant  $t+1$ , puis poursuivre une étape d'optimisation [8]. La deuxième est de considérer la variable temps comme une coordonnée supplémentaire. Les paramètres du modèle sont alors des fonctions continues du temps. Dans le cas où les déformations sont périodiques (hypothèse retenue pour la reconstruction du cœur par exemple), ces paramètres 4D sont les premiers coefficients du développement en série de Fourier de chaque paramètre 3D [9].

Une solution alternative pour obtenir des informations 3D est d'utiliser le mouvement du capteur. La localisation des données peut alors être reportée dans un système de coordonnées intégrant le temps. L'approche proposée ici introduit un modèle qui inclut dès le départ la variable temporelle.

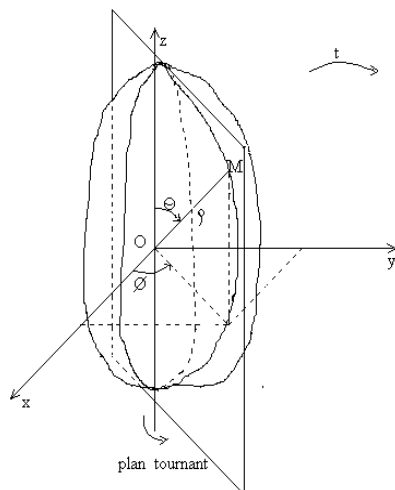
Dans les sections qui suivent, après avoir défini le système de coordonnées et l'espace de représentation des données, le principe de base du modèle et la méthode de détermination des paramètres sont décrits. Enfin cette approche est mise en oeuvre pour la reconstruction spatio-temporelle du ventricule gauche (VG) du coeur en échocardiographie.

## 2 Un modèle déformable spatio-temporel

Cette section présente un modèle déformable spatio-temporel pour des objets ayant au moins un point interne à partir duquel toute la surface est visible et dont les déformations sont périodiques.

### 2.1 Description du problème

Selon la figure 1, la surface de l'objet est représentée dans un repère centré en coordonnées sphériques par la fonction à deux variables  $\rho(\theta, \phi)$  avec  $\theta \in [0, 2\pi]$  et  $\phi \in [0, \pi]$ . Une généralisation de cette représentation aux objets déformables conduit à définir une fonction dépendant également du temps  $\rho(\theta, \phi, t)$  avec  $t \in [0, T]$ , où  $T$  est la période des déformations.



**Fig.1** Représentation de l'objet en coordonnées sphériques.

Un échantillonnage régulier de cette fonction est représentée par un ensemble de surfaces discrètes  $S_\theta[k, l]$  qui donnent la variation de chaque rayon  $\rho_\theta$  en fonction des variables  $\phi$  et  $t$ . Une représentation de l'ensemble de ces surfaces est proposée sur la figure 2 et peut être formulée comme suit :

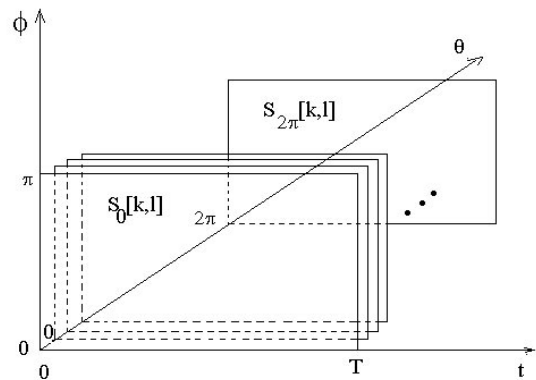
$$S_\theta[k, l] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \rho_\theta(\phi, t) \cdot \delta(\phi - k\Delta\phi, t - l\Delta t) \quad (1)$$

où  $\delta(\phi - k\Delta\phi, t - l\Delta t)$  représente un opérateur d'échantillonnage bidimensionnel, avec  $\Delta\phi = \frac{\pi}{N}$  et  $\Delta t = \frac{T}{N}$  les pas d'échantillonnage respectifs en angles et en temps.  $\theta$  varie de

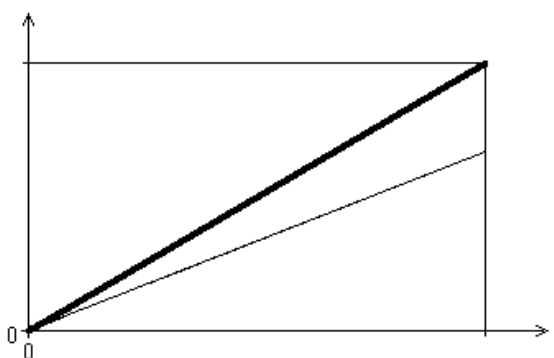
0 à  $2\pi$  avec un pas  $\Delta\theta = 2\pi/N$ . Il est à noter que chaque surface  $S_\theta[k, l]$  présente une double périodicité en  $t$  et  $\phi$ .

Supposons que le capteur fournisse un ensemble de données localisées dans un plan de coupe : à un instant  $t$ , un seul plan de coupe  $\phi$  est obtenu. La mise en rotation du capteur permet d'introduire la relation  $\Delta\phi = \alpha\Delta t$ , où  $\alpha$  traduit sa vitesse angulaire. Sur les surfaces  $S_\theta[k, l]$ , une seule droite de données est donc disponible au cours d'une période  $T$ . Un exemple est proposé sur la figure 3. Pour une direction  $\theta$  fixée, les variations du rayon  $\rho_\theta$  sont reportées sur une droite d'équation  $S_\theta[\alpha, l]$ , dont la valeur de la pente dépend de la vitesse angulaire du capteur  $\alpha$ .

Or, pour une reconstruction spatio-temporelle (4D), il faudrait disposer de la totalité de ces surfaces. Le problème consiste donc à restituer les surfaces  $S_\theta[k, l]$  à partir des seules données  $S_\theta[\alpha, l]$  disponibles. Pour palier ce manque de données, on introduit un Modèle Harmonique de Surfaces Déformables Périodiquement (MHSDP).



**Fig.2** Représentation de la fonction  $\rho(\theta, \phi, t)$  en surfaces discrètes  $S_\theta[k, l]$ .



**Fig.3** Localisation des données : en trait gras, lorsque la vitesse  $\alpha$  est synchronisée sur la période  $T$  des déformations, en trait fin, lorsque la vitesse est quelconque.

## 2.2 MHSDP

Toute surface  $S_\theta[k,l]$  est doublement périodique ; elle peut donc être restituée par transformée de Fourier bidimensionnelle inverse à partir de ces  $N^2/2$  coefficients de Fourier complexes  $C_\theta[m,n]$  :

$$S_\theta[k,l] = \frac{1}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} C_\theta[m,n] e^{i2\pi \frac{km+ln}{N}} \quad (2)$$

avec  $0 \leq k \leq N-1$  et  $0 \leq l \leq N-1$ , et

$$C_\theta[m,n] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} S_\theta[k,l] e^{-i2\pi \frac{km+ln}{N}} \quad (3)$$

avec  $0 \leq m \leq N-1$  et  $0 \leq n \leq N-1$ .

Cette série de coefficients  $C_\theta[m,n]$  peut être tronquée en fonction du degré de lissage que l'on veut appliquer à cette surface, fixant ainsi la quantité de détails conservée. Cette série tronquée définit le modèle harmonique de la surface  $S_\theta[k,l]$ .

Il en est de même pour toutes les surfaces quand  $\theta$  varie de 0 à  $2\pi$ . L'ensemble des coefficients  $C_\theta[m,n]$  forme le modèle MHSDP.

## 2.3 Détermination des paramètres

En introduisant la vitesse de rotation  $\alpha$  dans l'équation 2, une relation est établie entre les données et les coefficients du modèle :

$$S_\theta[\alpha l, l] = \frac{1}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} C_\theta[m,n] e^{i2\pi \frac{(\alpha m+n)l}{N}} \quad (4)$$

Lorsque la vitesse de rotation est synchronisée sur la période des déformations (pour les valeurs entières de  $\alpha$ ), les données acquises présentent une périodicité. Pour  $\alpha=1$ , par exemple, on retrouve l'expression de la diagonale de la surface  $S_\theta[k,l]$ , quand le plan de coupe a effectué un demi tour, soit  $\pi$  radians pour un cycle des déformations. Les paramètres  $C_\theta[m,n]$  du modèle sont alors directement calculés à partir de l'analyse harmonique unidimensionnelle des données  $S_\theta[\alpha l, l]$ . En effet,

$$S_\theta[\alpha l, l] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} D_\alpha[k] e^{i2\pi \frac{kl}{N}} \quad (5)$$

avec  $0 \leq l \leq N-1$ .

Par identification des équations (4) et (5), les coefficients  $D_\alpha[k]$  sont exprimés comme des combinaisons linéaires des coefficients  $C_\theta[m,n]$ .

La Transformée de Fourier Discrète (TFD) d'un signal de  $N$  échantillons situé sur une droite d'acquisition  $S_\theta[\alpha l, l]$  engendre  $N/2+1$  équations complexes qui sont des combinaisons linéaires des coefficients  $C_\theta[m,n]$ . Chaque coefficient n'est présent que dans une seule équation de ce système. Ceci entraîne qu'il sera impossible de déterminer certains coefficients  $C_\theta[m,n]$  sauf si la surface est très simple

et donc possède peu de coefficients dans le domaine de Fourier 2D. En effet, seulement  $N/2+1$  coefficients  $C_\theta[m,n]$  pourront au plus être déterminés. Néanmoins, ce nombre est augmenté en utilisant plusieurs périodes consécutives, au cours desquelles le paramètre  $\alpha$  est modifié. Les TFDs des signaux obtenus fournissent des équations qui sont des combinaisons différentes des mêmes coefficients  $C_\theta[m,n]$ .

Ce système d'équations peut alors s'écrire sous forme matricielle

$$A.X = Y \quad (6)$$

où  $X$  est le vecteur des coefficients  $C_\theta[m,n]$  recherchés,  $Y$  le vecteur des coefficients  $D_\alpha[k]$ , et  $A$  la matrice des combinaisons linéaires. Une solution analytique ne peut s'obtenir qu'à partir d'un système d'équations linéairement indépendantes.

## 2.4 Mise en œuvre

Le choix d'un modèle de surface fixe l'ensemble des paramètres  $C_\theta[m,n]$  recherchés.

A partir des données acquises sur une ou plusieurs périodes, les combinaisons linéaires sont formulées selon l'équation (4) et déterminent les valeurs de la matrice  $A$ .

Pour vérifier et corriger l'indépendance de ces équations, la matrice est décomposée en valeurs singulières (SVD) [10]. Quand toutes les valeurs singulières sont non nulles, le système est résolu par la matrice pseudo-inverse de  $A$ .

Les surfaces  $S_\theta[k,l]$  sont restituées par TFD-2D inverse selon l'équation (2).

Disposant de la totalité des échantillons discrets de la fonction  $\rho(\theta, \phi, t)$ , la séquence périodique des volumes de l'objet déformable est ensuite représentée en 3D dans un repère  $(x,y,z)$ .

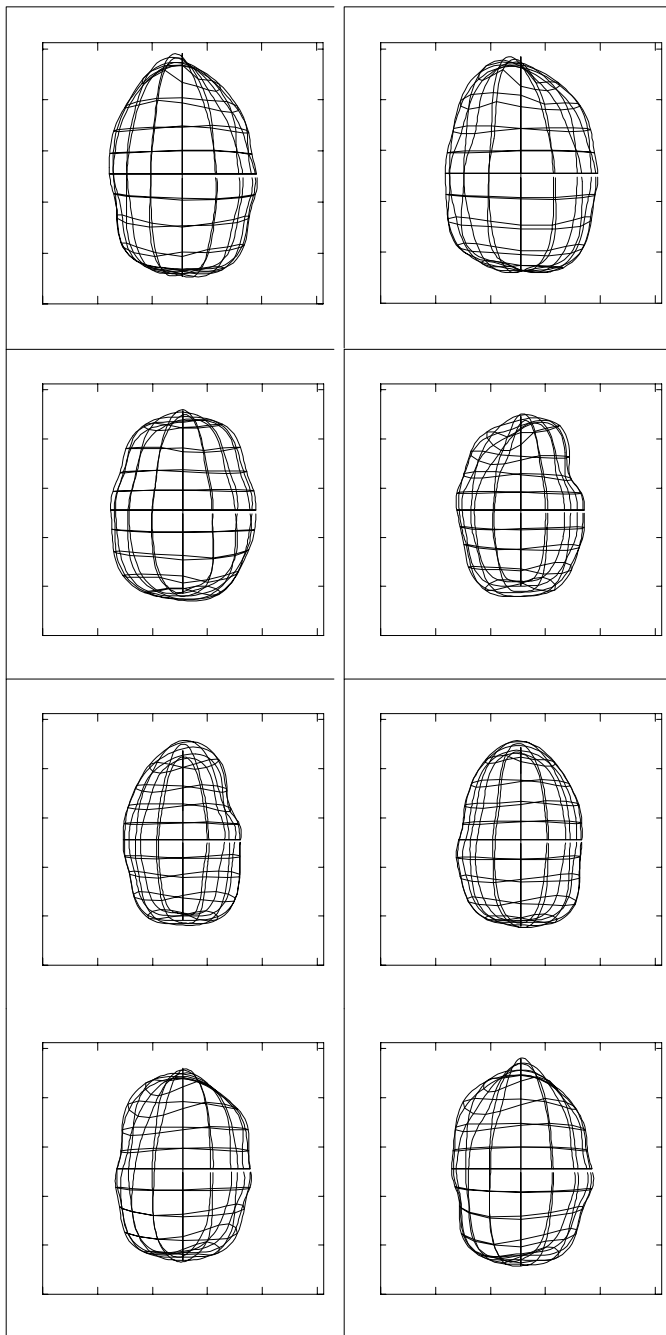
## 2.5 Discussion

Le modèle MHSDP présente l'avantage d'intégrer dans ces paramètres à la fois les informations spatiales et leur évolution dans le temps (informations temporelles) : c'est un modèle spatio-temporel. De plus, ce modèle est hiérarchique et comprend une régularisation implicite. Le nombre de coefficients est déterminé par la complexité de la forme à reconstruire et fixe ainsi la quantité de détails conservée. La représentation de l'objet dans un système de coordonnées sphériques offre des périodicités qui sont mises à profit lors d'une analyse harmonique. Un autre avantage du modèle est qu'il transforme un problème 4D en un problème 3D, que l'on décompose ensuite en une succession de problèmes 2D. La limitation actuelle est que ce modèle est dédié aux objets présentant une surface étoilée et des déformations périodiques.

## 3 Exemple d'application

L'application concerne la restitution du ventricule gauche du coeur en échocardiographie. Les coupes de l'organe ont été acquises à l'aide d'une sonde 2D tournante sur quatre cycles cardiaques consécutifs avec des vitesses aller et retour de un et deux tours par cycle ( $\alpha$  égal respectivement à 2 et 4). Ces données ramenées sur une période permettent d'établir un modèle MHSDP. Afin d'obtenir une forme

relativement lisse du VG, le modèle retenu comprend 11 paramètres par surface  $S_0[k,l]$  (un coefficient réel et 5 coefficients complexes). La figure 4 présente le VG reconstruit dans le repère (x,y,z) pour huit instants au cours du cycle cardiaque. L'évolution du volume du VG est cohérente avec le fonctionnement cardiaque : une phase diastolique, où le volume est maximum en début du cycle, suivie d'une phase systolique (volume minimum) et un retour à la phase diastolique en fin de cycle.



**Fig.4** Reconstruction du VG par un MHSDP à 11 paramètres.

## 4 Conclusion

Cette étude propose une technique de reconstruction d'objets périodiquement déformables directement à partir de coupes.

L'approche adoptée préconise l'introduction d'un modèle spatio-temporel, paramétrique et hiérarchique (MHSDP). La maîtrise du mouvement du capteur et l'exploitation des périodicités induites permettent de calculer les paramètres du modèle de façon analytique, à partir de l'analyse harmonique des données. Cette technique a été mise en oeuvre pour la restitution du VG à partir d'images échographiques.

**Remerciements :** Ces travaux ont bénéficié des discussions menées au sein du GT3 du GDR PRC ISIS.

## 5 Références

- [1] Kass M., Witkin A. and Terzopoulos D. "*Snakes : Active contour models*", International Journal of Computer Vision, vol. 1, pp. 321-331, 1988.
- [2] Cohen L. D. and Cohen I. "*Finite-Elements Methods for Active Contour Models and Balloons for 2-D and 3-D Images*", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 15 (1), pp. 1131-1147, 1993.
- [3] Solina F. and Bajcsy R. "*Recovery of Parametric Models from Range Images : The Case for Superquadrics with Global Deformations*", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12 (2), pp. 131-147, 1990.
- [4] Staib L. H. and Duncan J. S. "*Deformable Fourier models for surface finding in 3d images*", In R. Robb, editor, Proceedings of Visualization in Biomedical Computing (VCB'92), vol. 1808 of SPIE, pp. 90-104, Chapel Hill, N. C., 1992.
- [5] Chen C. W., Huang T. S. and Arrott M. "*Modelling, Analysis, and Visualization of left Ventricle Shape and Motion by Hierarchical Decomposition*", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 16 (4), pp. 342-356, 1994.
- [6] Terzopoulos D. and Metaxas D. "*Dynamic 3D Models with Local and Global Deformations : Deformable Superquadrics*", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13 (7), pp. 703-714, 1991.
- [7] Staib L. H. and Duncan J. S. "*Model-Based Deformable Surface Finding for Medical Images*", IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 15 (5), pp. 720-731, 1996.
- [8] Bardin E. "*Modèles déformables contraints : Applications à l'imagerie cardiaque*", Thèse de l'Université de Paris IX-Dauphine soutenue le 19 Décembre 1995.
- [9] Robert A. "*Etude de la forme et du mouvement du coeur à partir de données lacunaires*", Thèse de l'Université de Paris XII soutenue le 20 Février 1996.
- [10] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. and Flannery B.P. "*Numerical recipes in C. The art of scientific computing. Second edition*", Cambridge University Press, 1992.