

# Une technique de rectification sans contrainte

Brigitte Géraud, Gilles Foulon

ONERA

29 Avenue de la division Leclerc  
92322 Châtillon cedex

## RÉSUMÉ

Dans le cadre de la stéréovision, les images disponibles sont d'une grande diversité (images aériennes, scènes d'intérieur en robotique, scène urbaine...). En pratique, beaucoup ne sont pas renseignées ce qui rend impossible l'application d'une technique classique de rectification. L'objet de cet article est de présenter une nouvelle méthode de rectification fondée uniquement sur les informations issues du couple d'images stéréo. Le principe de cette méthode est d'exploiter la géométrie épipolaire liée au couple d'images afin de retrouver les opérations géométriques nécessaires à la rectification. Cette technique ne requiert aucune connaissance a priori sur les conditions de prises de vue ; par conséquent, son domaine d'application est général.

## 1 Introduction

En stéréovision, la rectification des images est une opération couramment effectuée car elle simplifie considérablement l'étape de mise en correspondance de points.

La rectification consiste à projeter les plans-images gauche et droit sur un plan parallèle à la droite passant par les centres optiques  $C_g$  et  $C_d$ . C'est une opération simple lorsque la position des caméras dans le repère-monde est connue. La transformation à appliquer est alors une rotation définie pour rendre l'axe des abscisses du repère de chaque caméra parallèle à la droite ( $C_g C_d$ ). Par contre, la rectification devient un exercice difficile lorsque la position des caméras est inconnue et que l'unique source d'information est le couple d'images stéréo.

Pour surmonter cette difficulté, de nouvelles techniques de rectification fondées sur la géométrie épipolaire sont apparues. En effet, la géométrie épipolaire est la seule information géométrique qu'on puisse extraire des images par le biais d'appariements de points. Or, cette information peut être plus ou moins bruitée selon la précision des appariements et de plus, elle ne permet pas de déterminer entièrement les transformations de rectification. Dans la littérature consultée, la plupart des méthodes proposent de compléter cette information avec des renseignements sur la scène ou de se placer dans des cas particuliers comme un mouvement simple de la caméra (voir [2], [6], [7], [9]).

## ABSTRACT

In stereovision, different types of images exist (aerial images, indoor scenes, urban scenes ...). In practice, many of them are not provided with the camera calibration parameters. Thus, classical techniques of rectification can not be applied. In this paper, we present a new method of rectification based only on the information present in the couple of images. It consists in exploiting epipolar geometry linked to stereo images in order to estimate the geometric transformation required in the rectification theory. This method does not need any information about acquisition. Therefore its application field is general.

L'objet de cet article est de présenter une technique de rectification latérale dont le champ d'application n'est pas limité à des cas particuliers ; il est entendu que les conditions minimales requises pour une rectification latérale (épipole hors de l'image) doivent être respectées. Cette technique ne nécessite aucune connaissance a priori de la scène et elle est fondée uniquement sur les données issues du couple d'images stéréo. Cela permet de rectifier des images dont les conditions de prise de vue sont inconnues.

L'idée est de déterminer par le biais de la contrainte épipolaire les transformations de la rectification qui sont dans le repère de la caméra des rotations. Cette démarche nécessite de connaître la géométrie épipolaire liée au couple d'images stéréo et les paramètres intrinsèques de la caméra.

## Notations

Le modèle choisi de la caméra est le modèle sténopé. Trois repères seront utilisés : le *repère-monde* associé à la scène observée. Pour chaque caméra on définit le *repère-caméra* qui a pour origine le centre optique de la caméra et qui prend l'axe optique pour axe (oz), et le *repère-image* qui est un système de coordonnées pixel.

Les paramètres intrinsèques de la caméra sont réunis dans la matrice  $A$ , matrice 3x3 appelée matrice des paramètres intrinsèques de la caméra :

$$A = \begin{pmatrix} fx & 0 & Cx \\ 0 & fy & Cy \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

où  $(f_x, f_y)$  sont les facteurs d'échelle selon les axes horizontaux et verticaux et  $(C_x, C_y)$  sont les coordonnées dans le repère-image du point principal.

La matrice  $A$  permet de réaliser le changement de repère du repère-caméra ( $m_c$ ) au repère-image ( $m$ ) par la relation :

$$m = A m_c.$$

Les notions de géométrie épipolaire qui seront utilisées par la suite sont détaillées dans [5] et [1].

## 2 Principe de la rectification

La rectification est une transformation homographique de l'image décrite pour chaque image par :

$$H_g = AR_g A^{-1} \text{ et } H_d = AR_d A^{-1}$$

où  $A$  est la matrice des paramètres intrinsèques de la caméra.  $R_g$  et  $R_d$  sont les rotations à appliquer dans le repère-caméra pour aboutir à la situation de référence de la rectification dans laquelle le mouvement inter-caméra est ramené à une translation selon l'axe des abscisses. Cette situation de référence peut se caractériser autrement :

-les lignes de l'image sont parallèles à la droite passant par les centres optiques.

-les points homologues se situent sur la même ligne.

La technique de rectification classique (voir [4]) détermine directement les rotations  $R_g$  et  $R_d$  en se basant sur la connaissance des coordonnées des centres optiques dans le repère-monde.

Le système de référence de la rectification est également caractérisé par une géométrie épipolaire particulière, à savoir :

-les épipoles sont à l'infini sur l'axe des abscisses ce qui rend les droites épipolaires parallèles et horizontales.

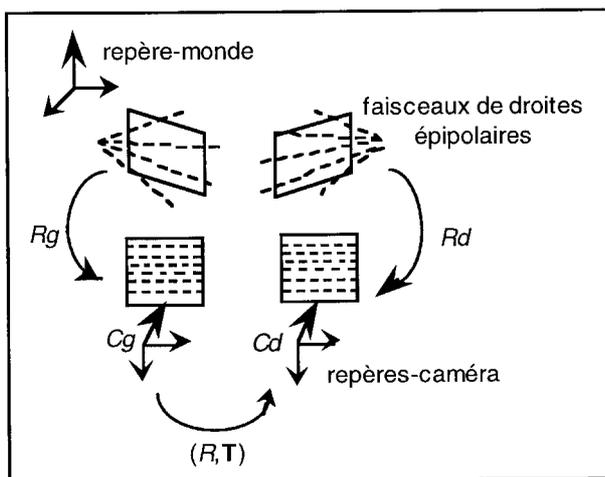


fig.1 : processus de la rectification

## 3 Description de la méthode proposée

La méthode de rectification proposée consiste à retrouver les rotations  $R_g$  et  $R_d$  grâce aux propriétés de la géométrie épipolaire en situation rectifiée. Pour cela, il convient de retrouver la géométrie épipolaire liée au couple d'images à traiter ainsi que les paramètres intrinsèques de la caméra afin de définir la matrice  $A$ .

-la matrice fondamentale  $F$  représentative de la géométrie épipolaire, est estimée par la méthode de Zhang à partir d'appariements ([10]).

-la focale est estimée à partir de l'estimation de la matrice fondamentale  $F$  selon la méthode d'Hartley ([3]) et on suppose que le point principal est situé au centre de l'image.

### 3.1 Calcul des transformations

Pour calculer les transformations homographiques de la rectification, il convient de définir dans les repères-caméra les rotations  $R_g$  et  $R_d$ . Pour cela, la contrainte épipolaire est exploitée. Celle-ci représente le lien existant entre deux points homologues  $m_g$  et  $m_d$  et se traduit par la relation (dans le repère-caméra) :

$$m_d^T E m_g = 0.$$

$E$  est appelée matrice essentielle et elle comporte l'information du mouvement inter-caméra  $(T, R)$  :  $E = T \wedge R$ . Par conséquent, son expression est particulière dans le cas de la situation de référence de la rectification :

$$E_{rectif} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix} \text{ avec } x \text{ quelconque.}$$

Pour un couple de points homologues  $(m_{grectif}, m_{drectif})$  appartenant au couple d'images rectifiées, la contrainte épipolaire s'écrit dans le repère-caméra :

$$m_{drectif}^T E_{rectif} m_{grectif} = m_{drectif}^T R_d^{-T} E R_g^{-1} m_{grectif} = 0$$

où  $E_{rectif}$  est la matrice essentielle liée à la situation rectifiée.  $R_g$  et  $R_d$  sont alors construits pour passer de la géométrie épipolaire caractérisée par  $E$  à la géométrie épipolaire représentée par  $E_{rectif}$ . Pour cela, une première étape consiste à décomposer  $E$  en valeurs singulières ( $E = USV^T$ ), ce qui nous fournit les rotations notées  $U$  et  $V$  permettant de passer de  $E$  à la matrice diagonale :

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

où  $\beta$  est la valeur singulière non nulle de  $E$ .

Une simple rotation de  $-\Pi/2$  autour de l'axe  $(ox)$  permet ensuite de passer de cette matrice diagonale à une matrice conforme à une matrice essentielle liée à une situation rectifiée ( $E_{rectif}$ ) ; finalement,  $E$  est factorisée ainsi :

$$E = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix} V^T = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \\ 0 & \beta & 0 \end{pmatrix} R^{ox} V^T = R_d^T E_{rectif} R_g$$

ce qui définit les rotations recherchées  $R_g$  et  $R_d$  :

$$R_g = R^{ox} V^T \text{ et } R_d = U^T.$$

Ces rotations s'écrivent également en fonction de  $(R, T)$ , ce qui permet d'expliquer clairement les opérations géométriques contenues dans les rotations  $R_g$  et  $R_d$ .

### 3.2 interprétation des transformations $R_g$ et $R_d$

La matrice essentielle  $E$  a pour expressions :

$$E = [\mathbf{t}]_{\wedge} R \quad \text{et} \quad E = USV^T$$

$$\text{avec } [\mathbf{t}]_{\wedge} = \begin{pmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{pmatrix}.$$

On en déduit que  $E^T \mathbf{t} = 0 \Leftrightarrow VSU^T \mathbf{t} = 0$ .

Ce qui entraîne que la translation inter-caméra  $\mathbf{t}$  est proportionnelle à  $U \cdot (1, 0, 0)^T$ . La notion de proportionnalité sera notée par la suite :

$$\mathbf{t} \propto U \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

On utilise la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} U \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\wedge} = \det(U) \cdot U^{-T} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\wedge} U^{-1}$$

on en déduit l'expression de  $[\mathbf{t}]_{\wedge}$  :

$$[\mathbf{t}]_{\wedge} \propto U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} U^T$$

$$\text{et } E = [\mathbf{t}]_{\wedge} R = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} U^T R = USV^T.$$

$$\text{or } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \propto S \cdot R_{\Pi}^{\text{ox}}, \text{ ce qui permet d'identifier } R \text{ en}$$

$$\text{fonction de } U \text{ et } V : R = U \cdot R_{\Pi}^{\text{ox}} \cdot V^T$$

L'expression de  $R$  et  $T$  en fonction de  $U$  et  $V$ , va permettre de donner une interprétation géométrique aux transformations  $R_g$  et  $R_d$  ; en effet,

$$R_g = R_{\Pi}^{\text{ox}} \cdot V^T.$$

ce qui peut s'écrire compte tenu de l'équation précédente :

$$R_g = U^T R \text{ et de même : } R_d = U^T.$$

Les transformations de rectification se décomposent ainsi :

Dans un premier temps, l'application de  $R_g$  sur le plan image gauche consiste à donner à ce plan la même orientation que celle du plan image droit par l'intermédiaire de la rotation inter-caméra  $R$ . Ensuite, l'application de  $U^T$  à chacun des plans image permet d'après la relation (1), d'exprimer la translation inter-caméra après rectification (dans les repères-images) :

$$\mathbf{t} = (1, 0, 0)^T$$

Ainsi, l'interprétation de la décomposition SVD de la matrice  $E$  nous a permis de vérifier que les transformations  $R_g$  et  $R_d$  réalisent parfaitement les opérations géométriques nécessaires pour la rectification (voir figure 2).

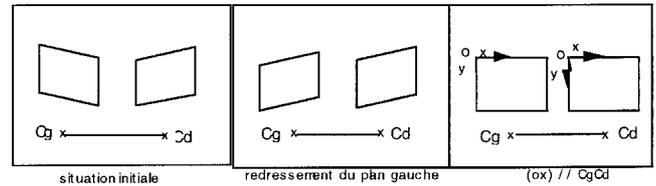


Fig. 2 - interprétation des transformations  $R_g$  et  $R_d$

### 3.3 compensation de l'effet d'une estimation bruitée de $E$

Le bruit sur l'estimation de  $E$  se traduit par deux valeurs singulières différentes :  $\beta$  et  $\beta'$ . Par suite, la correspondance ligne à ligne n'est plus vérifiée ; en effet, pour un couple de points homologues d'ordonnées  $y_g$  et  $y_d$  on a l'homothétie suivante :

$$y_g = \frac{\beta}{\beta'} y_d$$

Afin de rétablir la correspondance ligne à ligne des droites épipolaires, il suffit d'appliquer à une des deux images l'homothétie de rapport inverse sur les ordonnées ce qui se traduit par l'application de la matrice suivante :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta/\beta' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les transformations de rectification s'écrivent alors :

$$H_g = C R_{\Pi}^{\text{ox}} \cdot V^T \quad \text{et} \quad H_d = U^T$$

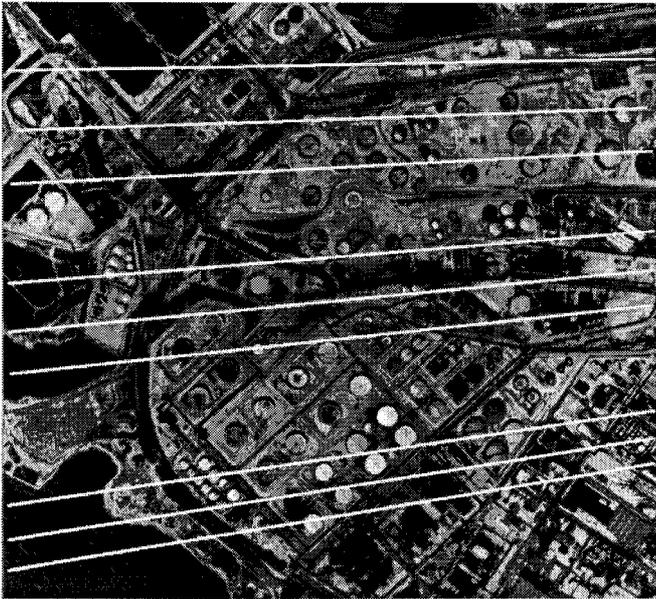
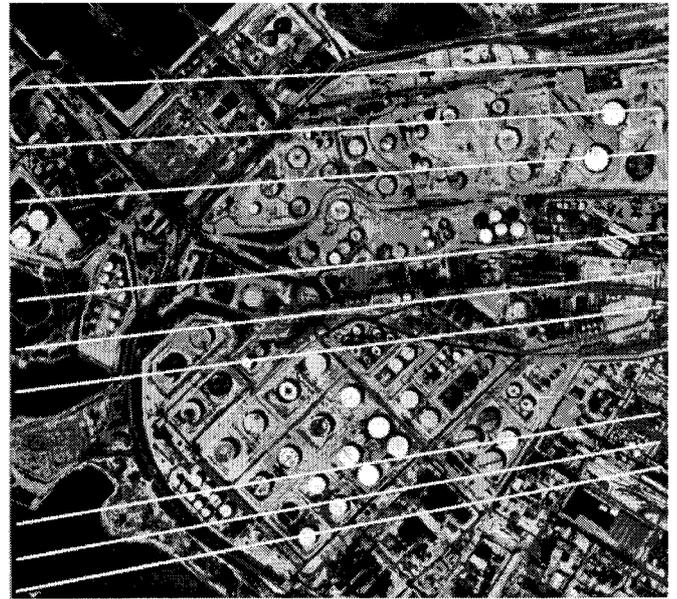
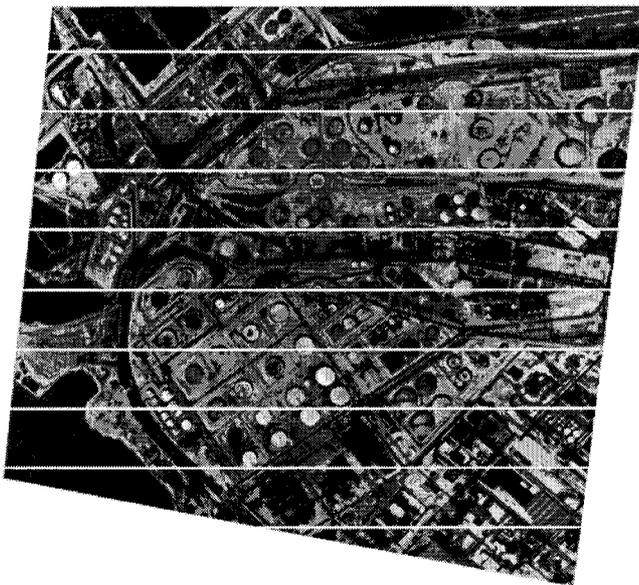
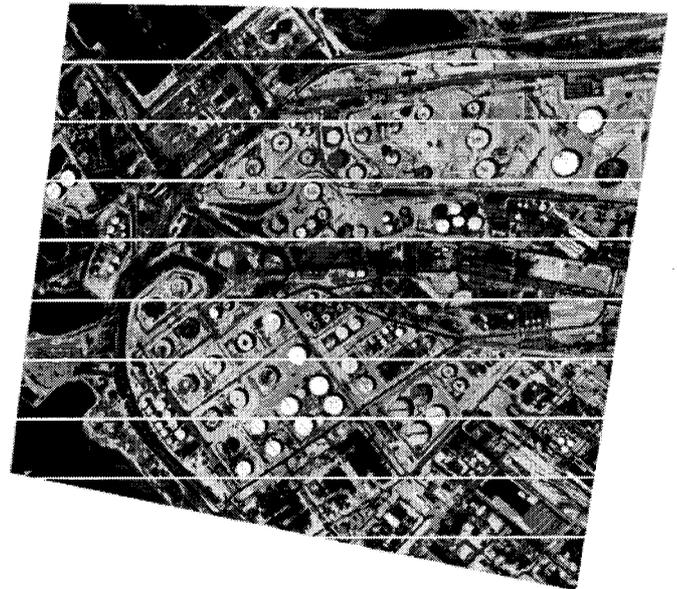
Notons que cette homothétie entraîne une modification de la résolution d'une des images ; cette modification ne gêne pas dans la mesure où elle est parfaitement connue. De plus, le processus de rectification entraîne également un changement de résolution du fait de la distorsion des images ; par conséquent il est entendu que les images rectifiées auront une résolution différente des images de départ.

### 3.4 minimisation de la distorsion

Enfin, la rectification admet un degré de liberté qu'il est intéressant d'exploiter. En effet, les plan-images peuvent subir une rotation quelconque autour de l'axe (ox) sans que cela nuise au processus de rectification. Cette particularité de la rectification est également exploitée dans notre méthode (voir [11]), notamment pour réduire les distorsions causées par la transformation de la rectification.

## 4 Application

Nous avons appliqué notre méthode de rectification sur des images aériennes de l'IGN (1992) dont les conditions de prise de vue sont inconnues. Le couple stéréo d'images rectifiées est représenté avec les faisceaux de droites épipolaires correspondants.

*image gauche**image droite**image gauche rectifiée**image droite rectifiée*

## 5 Références

- [1] Faugeras O. "Three dimensional computer vision", Mitpress, 1993
- [2] Gros P. "Outils géométriques pour la modélisation et la reconnaissance d'objets polyédriques", Thèse à l'institut national polytechnique de Grenoble, 1993.
- [3] Hartley R. "Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras", Procs. Second European Conférence on Computer Vision, 2nd ECCV , Santa Margherita Ligure, Italy, may 1992, p579.
- [4] Horaud R., "Vision par ordinateur : outils fondamentaux." éditions Hermès, 1993.
- [5] Luong Q-T. "Matrice fondamentale et calibration visuelle sur l'environnement", Thèse à l'université d'Orsay, 1992.
- [6] Mémier M, Chassery J.M., "Rééchantillonnage d'images stéréoscopiques ", AFCET 1989, tome 1, p 547.
- [7] Papadimitriou D. V, Dennis T.J., "Epipolar line estimation and rectification for stereo image pairs", IEEE Transactions on image processing, avril 1996, vol 5, n°4.
- [8] Tsai R., "An efficient and accurate camera calibration technique for 3d machine vision", IEEE conférence on computer Vision and Pattern recognition, CVPR 1986, p364.
- [9] Zeller C., Robert L., Faugeras O. Hébert M, "Applications of non-metric vision to some visually guided robotic tasks", Rapport INRIA n°2584, juin 1995.
- [10] Zhang Z., "A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown.", rapport de recherche INRIA n°2273, mai 1994.
- [11] Géraud B. "une technique de rectification sans contrainte", rapport ONERA 1997.