

Utilisation de la transformée en ondelettes non décimée pour le débruitage du signal électrohystérographique utérin

Leman Hélène⁽¹⁾, Carré Philippe⁽²⁾ et Marque Catherine⁽¹⁾

⁽¹⁾Biomécanique et Instrumentation médicale, UMR CNRS 6600,
Université de Technologie de Compiègne
60200 Compiègne, France

⁽²⁾Heudiasyc, UMR CNRS 6599
Université de Technologie de Compiègne
60200 Compiègne, France

RÉSUMÉ

Le signal électrohystérographique (EHG) représente l'activité utérine de la femme pendant la grossesse. La théorie des ondelettes est bien adaptée au débruitage de ce signal non stationnaire, corrompu par des bruits électroniques, électromagnétiques et physiologiques (par exemple l'électrocardiogramme maternel). A cause de la décimation, la traditionnelle décomposition orthogonale ne conserve que les coefficients nécessaires et suffisants pour une reconstruction parfaite. Cependant, la redondance d'information issue d'une transformée non décimée apparaît aujourd'hui précieuse pour le débruitage. Nous proposons une technique de débruitage, appliquée à l'EHG, utilisant l'algorithme à trous, avec des filtres miroirs en quadrature. Dans cette méthode, nous prenons en compte la redondance d'information dans l'estimation du seuil de débruitage.

ABSTRACT

The electrohystero-graphic signal (EHG) represents woman's uterine activity during pregnancy. Wavelet's shrinkage is well adapted to the denoising of this non stationary signal, corrupted by electronic and electromagnetic noises and electrophysiological signals (for example maternal electrocardiogram). Because of decimation, the traditional orthogonal decomposition keeps only the coefficients necessary and sufficient for a perfect reconstruction. Nevertheless, the redundancy of information stemming from an undecimated wavelet transform is very precious for the denoising. We propose a denoising technique, applied to the uterine EHG, using the "algorithme à trous" with quadrature mirror filters. In this method, we take into account the redundancy of information for the threshold estimation.

1 Introduction

L'électrohystérographie abdominale est une technique récente destinée à l'enregistrement des contractions utérines chez la femme enceinte [10]. Bien qu'elle n'ait pas encore d'applications médicales, elle devrait permettre la détection des accouchements prématurés à un stade précoce de la grossesse [8].

Le signal EHG est recueilli au moyen d'électrodes bipolaires posées sur le ventre de la femme enceinte. Ce signal est de très faible amplitude, et en dépit du filtrage analogique effectué pendant l'acquisition, il subsiste certains bruits (bruit électromagnétique, bruit électronique, électrocardiogramme maternel restant, ...). Un filtrage classique est inapproprié car les fréquences du bruit sont communes à celles de l'EHG. En conséquence, la théorie des ondelettes semble particulièrement bien adaptée à ce signal non stationnaire.

Dans cet article, nous proposons une méthode pour le débruitage de l'EHG, basée sur la transformation en ondelettes non décimée (algorithme à trous [6]), à l'aide de filtres miroirs en quadrature. Nous comparons les résultats aux autres méthodes de débruitage présentées dans la littérature.

2 Principe de l'algorithme *uwt_mean*

2.1 L'algorithme à trous

Les techniques de débruitage proposées dans la littérature utilisent en majorité un seuillage de la transformée en ondelettes décimée, transformée qui rejoint la théorie des bancs de filtre et l'analyse multi-résolution [9]. L'estimation du seuil pour le débruitage est un problème majeur et la littérature abonde dans ce domaine [1] [5] [7]. La décomposition est orthogonale si les filtres utilisés sont miroirs en quadrature. Cependant, elle possède l'inconvénient de ne pas être invariante par translation à cause de la décimation.

L'algorithme à trous [12] permet une décomposition invariante par translation. Les filtres employés possèdent une fonction de transfert définie par :

$$G_i(z) = G(z^{2^{i-1}}) \prod_{k=0}^{i-2} H(z^{2^k}) \text{ pour } i \geq 2 \quad (1)$$

$$G_1(z) = G(z) \text{ pour } i = 1 \quad (2)$$

à l'échelle i , avec $G(z)$ filtre passe-haut et $H(z)$ filtre passe-bas.

Entre chaque projection sur une échelle, les filtres sont

dilatés [12]. Chaque échelle comprend ainsi N points, N étant le nombre de points du signal. A chaque échelle i , ces N points comprennent, entrelacés, les $N/2^i$ points issus des 2^i décompositions possibles obtenues par transformation décimée (par permutation circulaire du signal).

Cet algorithme présente l'avantage d'un choix de filtres plus simple que pour une transformée décimée puisque la condition

$$H\left(\zeta + \frac{\pi}{2}\right)\tilde{H}(\zeta) + G\left(\zeta + \frac{\pi}{2}\right)\tilde{G}(\zeta) = 0$$

qui représente la compensation des effets de recouvrement introduite par la décimation, n'est plus nécessaire.

En outre, l'absence de décimation, permet une connaissance de tous les coefficients d'ondelettes, qui ne sont certes pas nécessaires pour une reconstruction parfaite, mais qui contiennent des informations intéressantes pour le débruitage. Elle présente ainsi l'intérêt de conserver toutes les projections orthogonales, si les filtres employés sont associés à une analyse multirésolution orthogonale.

Afin de conserver ces projections orthogonales, l'algorithme que nous proposons, appelé *uwt_mean*, utilise la décomposition "à trous" avec des filtres miroirs en quadrature. Si w_i représentent les coefficients, à l'échelle i , issus de la transformée en ondelettes non décimée, nous pouvons montrer qu'ils s'écrivent [2] :

$$w_i = \bigcup_{k=0..2^i-1} d_i^k$$

avec d_i^k , les coefficients décimés à l'échelle i issus d'une décomposition traditionnelle en ondelettes du signal translaté de k points. Le symbole \bigcup exprime une union entre deux vecteurs avec un entrelacement des coordonnées.

Chaque sous-ensemble d_i^k de $N/2^i$ points, est élément d'une décomposition orthogonale et peut-être étudié indépendamment des autres sous-ensembles de la même échelle.

2.2 Débruitage des coefficients décimés

Les techniques traditionnelles de débruitage réalisent un seuillage des coefficients d'ondelettes. Donoho et Johnstone ont proposé deux types de fonctions [5]. Le "Soft thresholding" est défini par :

$$T_\lambda^{Soft}(d_j) = \text{sgn}(d_j)(|d_j| - \lambda)_+$$

avec d_j les coefficients d'ondelettes décimés

Le "Hard thresholding" est défini par :

$$T_\lambda^{Hard}(d_j) = d_j \cdot 1_{|d_j| \geq \lambda}$$

L'estimation du seuil de débruitage fait l'objet de nombreux articles dans la littérature. Dans le cas d'un bruit blanc additif gaussien, Donoho et Johnstone ont proposé un seuillage universel λ défini comme suit :

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log(N)}$$

$$\text{avec } \sigma = MAD/0,6745$$

où σ est le niveau de bruit estimé. MAD représente la médiane absolue, estimée sur la première échelle.

Johnstone et Silverman [7] ont étudié le cas d'un bruit corrélé et proposent un seuillage "level-dependent" :

$$\lambda_i = \sigma_i \sqrt{2 \log(N_i)}$$

$$\sigma_i = MAD_i/0,6745$$

où i est l'échelle comportant N_i points.

Nous avons constaté que le modèle du bruit corrélé proposé par Johnstone convient mieux à l'EHG utérin que le modèle du bruit blanc gaussien [2]. Dans la suite de cet article, nous n'étudierons donc le cas du bruit corrélé.

2.3 Débruitage par *uwt_mean*

Dans une décomposition invariante par translation, chaque décomposition orthogonale, entrelacée, peut être étudiée indépendamment. Par conséquent, le seuil proposé par Johnstone dans le cas du bruit corrélé, peut être appliqué sur chaque sous-ensemble d_i^k . λ_i^k , le seuil à l'échelle i sur la décomposition du $k^{ième}$ translaté s'écrit donc :

$$\lambda_i^k = \sigma_i^k \sqrt{2 \log\left(\frac{N}{2^i}\right)}$$

Le niveau de bruit peut être estimé par :

$$\sigma_i^k = MAD(d_i^k)/0,6745$$

Cependant, l'estimation d'un seuil sur chaque sous-ensemble d_i^k soulève un problème de complexité algorithmique lorsque la dimension du signal de départ est importante. Empiriquement, nous avons remarqué que, pour un nombre limité et raisonnable d'échelles de décomposition (c'est à dire si le nombre $\frac{N}{2^i}$ est suffisamment grand), le niveau estimé du bruit est à peu près constant sur chaque sous-ensemble, du fait de la redondance d'information. Ainsi,

$$MAD(d_i^0) \simeq MAD(d_i^1) \simeq \dots \simeq MAD(d_i^{2^i-1})$$

$$\Rightarrow \sigma_i^0 = \sigma_i^1 = \dots = \sigma_i^{2^i-1}$$

En conséquence, nous généralisons, dans *uwt_mean*, le seuil proposé par Johnstone, en tenant compte de la redondance d'information. Le seuil λ_i s'écrit donc :

$$\lambda_i = \sqrt{2 \log(N/2^i)} * MAD(w_i)/0.6745$$

Il est possible de montrer que cet algorithme réalise une moyenne de toutes les permutations circulaires du signal débruitées par une transformée en ondelettes décimée, améliorant ainsi les résultats issus des techniques proposées dans la littérature [3]. En effet, le seuillage d'une décomposition décimée fait apparaître, lors de la reconstruction, des oscillations parasites "pseudo-Gibbs" [4]. Ces oscillations disparaissent grâce à la moyenne réalisée par l'algorithme *uwt_mean*.

Le signal \tilde{f} reconstruit après débruitage sur L échelles, peut ainsi s'écrire :

$$\tilde{f} = \frac{1}{2^L} [\tilde{f}_0 + \tilde{f}_1 + \dots + \tilde{f}_b + \dots + \tilde{f}_{2^L-1}] \quad (3)$$

avec \tilde{f}_b , l'une des permutations circulaires débruitées par application du seuil de Johnstone aux coefficients d'ondelettes décimés.

Chaque fonction \tilde{f}_b possède les deux propriétés théoriques suivantes [5] :

- le bruit est presque entièrement supprimé
 - les structures sont conservées.
- Le résultat moyen \tilde{f} possède donc les mêmes propriétés. Nous utilisons le "Hard thresholding" qui optimise l'erreur l^2 de reconstruction.

3 Résultats

3.1 Résultat de `uwt_mean`

L'algorithme est implanté en utilisant l'ondelette Symmlet, avec 8 moments nuls. La figure 1 représente une contraction utérine de grossesse bruitée, puis débruitée par `uwt_mean`. Nous constatons que le bruit est supprimé, donnant ainsi une ligne de base plus faible, tandis que la contraction est préservée.

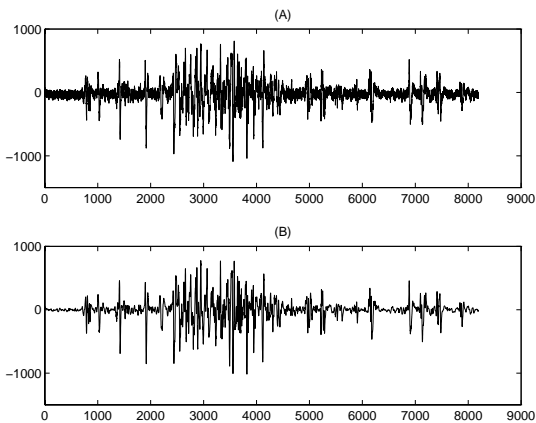


FIG. 1 — Débruitage d'un signal EHG par `uwt_mean` : (A) Signal Original (B) Signal débruité

3.2 Comparaison de différentes méthodes

Le signal est décomposé en trois niveaux d'ondelettes, ce qui correspond à un débruitage sur une plage de fréquences allant de 1 à 8 Hz (la fréquence d'échantillonnage est de 16 Hz). En utilisant la connaissance a priori que nous avons de l'EHG, nous choisissons de conserver l'intégralité du signal situé en dessous de 1 Hz [10].

Dans un souci de comparaison, nous avons appliqué plusieurs méthodes de débruitage, dont nous présentons les résultats sur un zoom du signal (figure 2). Celle proposée par Donoho dans le cas d'un bruit blanc gaussien, ne débruite pas suffisamment le signal sur 3 échelles de décomposition. Il faut alors augmenter le nombre d'échelles, au risque de perdre de l'information importante sur la contraction.

La méthode proposée par Johnstone, pour le cas du bruit corrélé, est mieux adaptée à l'EHG mais, par comparaison avec les autres résultats, ne reconstruit pas avec exactitude l'amplitude relative des oscillations et crée des oscillations pseudo-Gibbs.

L'intérêt de l'algorithme `uwt_mean` est qu'il lisse les artefacts de reconstruction grâce au moyennage intrinsèque qu'il

effectue, tout en conservant les oscillations haute fréquence présentes dans le signal original. Cette conservation des hautes fréquences est capitale car il semble que leur présence est liée au risque d'accouchement prématuré [8].

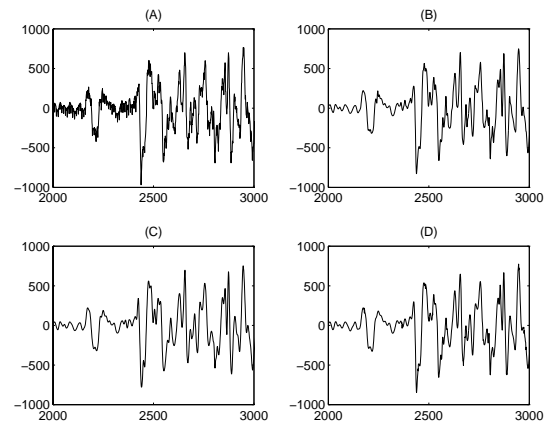


FIG. 2 — Portion de l'EHG débruité par différentes méthodes : (A) Signal original (B) Donoho (C) Johnstone (D) `Uwt_mean`

3.3 Influence du débruitage sur la fréquence instantanée du signal

La fréquence instantanée [11] est un paramètre utilisé dans une étude préliminaire pour la détection précoce des accouchements prématurés [8]. Cette courbe est continue et représente l'évolution temporelle de la fréquence moyenne.

Elle permet de mettre particulièrement en évidence l'importance du débruitage. La figure 3 représente l'évolution de la fréquence instantanée d'une portion d'un signal bruité, et celle du signal débruité par les trois méthodes. Celle du signal bruité est maximale pour la zone correspondant à la ligne de base et minimale pour la zone correspondant à la contraction. Celles des signaux débruités présentent un maximum pour la contraction et un minimum pour la ligne de base. Ceci démontre l'efficacité du débruitage. Puisque le bruit est composé de plus hautes fréquences que le signal, la fréquence instantanée est maximale pour la ligne de base. Après avoir enlevé le bruit du signal, cette ligne de base ne contient plus que de faibles oscillations, en relation avec l'utérus à l'état de relaxation. Elle comporte donc des fréquences plus basses que celles liées à la contraction.

La fréquence instantanée du signal débruité par la méthode de Donoho présente un maximum important (plus de 0.5 Hz), comparé aux deux autres méthodes. Ceci confirme le fait que cette méthode ne débruite pas suffisamment le signal sur trois échelles de décomposition.

Les fréquences instantanées des signaux débruités par la méthode de Johnstone et `uwt_mean` possèdent un maximum fréquentiel similaire. Cependant, la fréquence instantanée issue du débruitage par `uwt_mean` présente une allure légèrement différente des deux méthodes précédentes, entre les points 3800 et 5000. En effet, cette différence provient du fait que notre méthode conserve les hautes fréquences plus que les

deux autres (notable sur la ligne de base). En conséquence, il semble logique que la fréquence instantanée possède des valeurs plus élevées à ces instants.

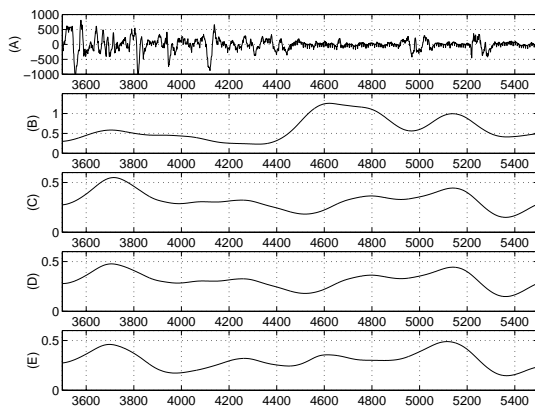


FIG. 3 — (A) Signal EHG original, (B) Fréquence instantanée de (A). Fréquence instantanée après débruitage par : (C) la méthode de Donoho, (D) la méthode de Johnstone, (E) l'algorithme *uwt_mean*

4 Conclusion

L'algorithme *uwt_mean* réalise un débruitage pertinent dans la mesure où il supprime le bruit, conserve l'amplitude relative des oscillations, restitue les hautes fréquences et supprime les pics parasites grâce à son moyennage intrinsèque. L'amélioration du rapport S/B après débruitage, facilite la segmentation des bouffées d'activité (mouvements actifs fœtaux ou contractions) et permet d'effectuer un paramétrage des contractions pour leur caractérisation, dans une optique de prévention des accouchements prématurés [8].

Références

- [1] Bijaoui A, Stark JL and Murtagh F, *Restauration des images multi-échelles par l'algorithme à trous*, Traitement du signal, 11 :232, 1994.
- [2] Carré P, Leman H, Marque C, *Denoising of the uterine EHG by an undecimated wavelet transform*, soumis à IEEE BME.
- [3] Carré P, Boichu D, Simard P, Fernandez C, *Débruitage par transformée en ondelettes non décimée. Extension aux acquisitions multiples*, soumis à traitement du signal.
- [4] Coifman R and Donoho D, *Translation-Invariant Denoising*, Technical Report, Dept. of Statistics, Stanford University, 1996.
- [5] Donoho D, *Wavelet shrinkage and WVD : a 10-minute tour*, Technical Report, Dept. of Statistics, Stanford University, 1992.
- [6] Holschneider M, Kronland-Martinet R, Morlet J, and Tchamitchian P. *A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform*. In Wavelet,

Time-Frequency Methods and Phase Space, pages 289–297. Springer, Berlin, 1989.

- [7] Johnstone I and Silverman W, *Wavelet threshold estimators for data with correlated noise*, Technical Report, Dept. of Statistics, Stanford University, 1996.
- [8] Leman H, Marque C, and Gondry J, *Use of the EHG signal for the early detection of preterm deliveries*, en cours de rédaction.
- [9] Mallat S, *A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation*, IEEE Trans. PAMI, 11 :674, 1989.
- [10] Marque C, Duchène J, Leclercq S, Panczer G and Chaumont J, *Uterine EHG Processing for Obstetrical Monitoring*, IEEE BME, 33 :1182, 1986.
- [11] Qiu L, Yang H, Koh SN, *Fundamental frequency determination based on instantaneous frequency estimation*, Signal Processing, 44 :223, 1995.
- [12] Shensa M, *Wedding the à trous and Mallat algorithms*, IEEE Trans. Signal Processing, 40 :2462, 1992.