

Transformation Mojette: Corrélation et Qualité de Service

O. Philippé, JP. Guédon et D. Barba

Images et VidéoCommunications
Laboratoire Système Électroniques et Informatiques,
EP CNRS-63 IRESTE, Rue Christian Pauc,
BP 60601, 44306 Nantes Cedex 03, FRANCE.

RÉSUMÉ

Sur les réseaux à qualité de service comme ATM ou IPv6, le contrôle d'intégrité de l'information est relaxé aux extrémités: il est donc nécessaire d'adapter le codage de l'information (ici des images) au réseau. Pour ce faire, nous utilisons les différentes propriétés de la Transformation Mojette, dont nous rappelons les principes. Dans ce papier, les corrélations des signaux de l'espace transformée sont mis en avant pour étayer l'utilisation d'analyse ondelette permettant d'obtenir une plus grande souplesse quant à la transmission et une possible reconstruction partielle. De ce fait, la Transformation Mojette devient un outil permettant d'obtenir un Codeur/Décodeur possédant de bonnes qualités en terme de codage (grâce aux propriétés de corrélation) et en terme de transmission (grâce à sa capacité d'adaptation à une Qualité de Service déterminée).

ABSTRACT

Network protocols with quality of service (QoS) like ATM or IPv6 relax data integrity to network extremities: it is thus imperative to adapt the image coding to the network. In this respect, we recall and use here the main properties of the Mojette Transform. In the paper, signal correlation in the Mojette Space are pushed forward in order to justify the use of a 1D wavelet decomposition onto the projection. This leads to more flexibility with regard to the transmission and to eventual partial reconstructions. Then, the Mojette Transform is a tool giving to the Codec good coding qualities (because of the correlations) and good transmission properties (because of the scalability of the obtained QoS).

1 Introduction

Les transformées utilisées pour représenter les images utilisent le plus souvent un produit tensoriel sur chaque dimension. D'autres représentations utilisent une décomposition radiale et angulaire de l'image. L'objectif de ce papier est d'expliquer une représentation exacte qui combine ces deux points de vue souvent complémentaires par le calcul d'un ensemble de projections (1D). Dans la section 2, on rappelle les fondements de la transformation linéaire Mojette et spécifiquement son comportement en terme de corrélation des données initiales. La section 3 présente la décomposition multirésolution dans l'espace Mojette, ce qui permet d'effectuer des reconstructions avec soit pertes de hautes fréquences soit perte d'une série de projections. L'application de cette représentation à un schéma de codage permettant de sécuriser les données codées à la fois en fonction de la résolution et en fonction de la redondance calculée dans la représentation est présentée dans la section 5.

2 Transformation Mojette

2.1 Définition

La transformation Mojette peut être vue comme une transformée de Radon discrète exacte. A partir d'une image de taille $N \times N$ on obtient un ensemble de M_N projections calculé par

$Mf(m, n) = proj(p, q, b)$, ou encore :

$$Mf(m, n) = \sum_m \sum_n f(m, n) \delta(mp + nq - b) \quad (1)$$

où δ est la fonction de Kronecker.

Chaque couple d'entiers (p, q) représente une projection dont l'angle est $\theta = \arctan(\frac{q}{p})$. Chaque point sur la projection indexé par b est appelé bin. Les conditions nécessaires pour reconstruire une image (ou plus généralement une région convexe) sont explicitées dans [1] dans le cadre de la morphologie mathématique en utilisant une suite de dilatations d'éléments structurant à deux pixels. L'index de redondance de la transformée (rapport du nombre de bins sur le nombre de pixels) vaut $1 + \frac{M_N - 1}{N}$ pour un nombre optimal de projections. Dans ce cas, l'ordre de complexité des Transformées directe et inverse est celui de la Transformée de Fourier Rapide (TFR) lorsque l'on choisit $M = \log_2(N)$. Par construction, le nombre de pixels sommés dans chaque bin dépend de p, q et b comme le montre la figure 1. A chaque correspondance univoque on peut reconstruire un pixel et soustraire sa valeur des autres projections. La répétition de ce procédé pour tout pixel de l'image permet la reconstruction de l'image.

2.2 Transformée de Fourier des projections

Une projection (p, q) issue de la transformation Mojette possède des caractéristiques directionnelles se retrouvant dans

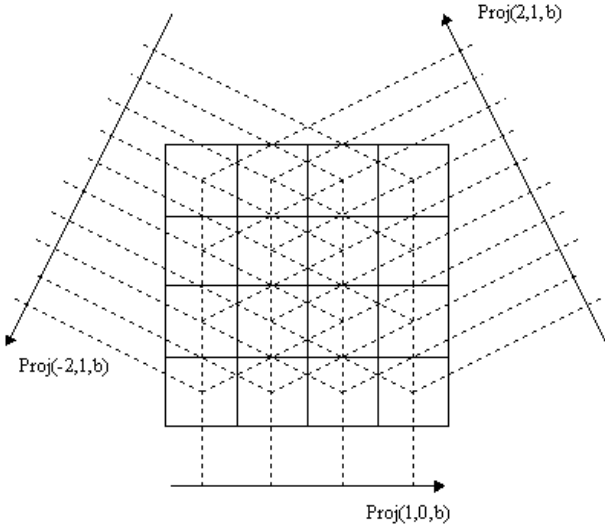


FIG. 1 — Représentation Mojette

le plan de Fourier. Cependant l'échantillonnage de cette projection dépend de l'angle et vaut $\frac{1}{\sqrt{p^2+q^2}}$. Pour $p \times q \neq 0$, la longueur du support de la projection dans le domaine fréquentiel est plus grande que les limites du carré représentant le spectre fréquentiel 2D de l'image. La figure 2 montre les positions des points échantillonnés dans le domaine de Fourier pour les projections calculées figure 1.

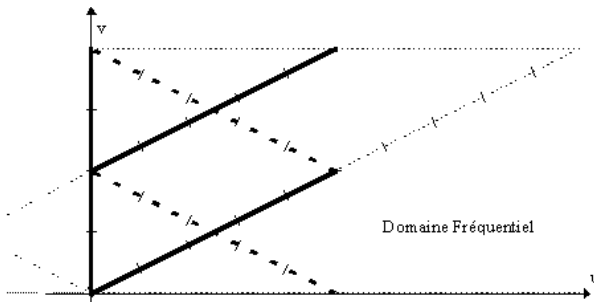


FIG. 2 — Superposition spectrale 1D 2D

Ces considérations mettent en évidence la non correspondance entre les analyses multirésolutions d'une part sur l'image et d'autre part sur les projections. Il est néanmoins possible d'effectuer une reconstruction partielle à partir des bandes basses fréquences des projections (voir section 4.2). Ces résultats expérimentaux trouvent leurs pendant théoriques dans le calcul des fonctions d'autocorrélation de l'image et des projections associées. Pour profiter pleinement de la corrélation des zones de l'image, celle-ci sera découpée en régions de taille fixe (blocs 16×16 dans notre cas) ou bien convexes (pour permettre la reconstruction) correspondant au résultat d'une segmentation.

2.3 Fonctions d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation de l'image $f(m, n)$ est :

$$\psi_{f,f}(k, l) = \sum_m \sum_n f(m, n) f(m+k, n+l). \quad (2)$$

La fonction d'autocorrélation d'une projection d'angle (p, q) s'écrit :

$$\psi_{proj,proj}(i) = \sum_b proj(p, q, b) proj(p, q, b+i) \quad (3)$$

soit après manipulation

$$\psi_{proj,proj}(i) = \sum_{m, \frac{b-mp}{q}} \sum_{m', \frac{b-m'p}{q}} [\sum_b f(m, \frac{b-mp}{q}) f(m', \frac{b-m'p}{q})] \quad (4)$$

On met ainsi en évidence que la fonction d'autocorrélation dans le domaine des projections est à la fois dépendante de l'angle de projection et non-stationnaire sur cette projection.

3 Transformations ondelettes sur les projections

Compte tenu du mappage des points échantillonnés dans le domaine de Fourier, il n'est pas possible de reconstruire exactement la représentation multirésolution de l'image à partir de la décomposition en résolution des projections.

La transformation Mojette est un intégrateur : l'opération principale est une sommation suivant une direction privilégiée. Chaque projection étant considérée comme un signal 1-D peut être décomposée en ondelettes dyadiques. Dans notre cas, nous avons utilisé sur chaque projection la transformée de Haar pour plus de simplicité (opérations + et -). Cette décomposition permet de découper chaque projection en bandes de basse fréquence (BF) représentant le signal lissé d'origine et Haute Fréquence (HF) possédant très peu de dynamique compte tenu de l'intégrateur Mojette. La figure 4 montre pour l'image Clown (figure 3), les projections d'angle $\{(1,1), (2,1), (5,1)\}$ des blocs 16×16 de l'image ainsi que la décomposition des projections selon les deux parties BF et HF. La nature de la corrélation intra-projection est donc bien représentée.

4 Reconstruction inexacte de l'image

4.1 Ensemble insuffisant de projections

L'algorithme de la Mojette inverse explicité plus haut permet de débiter la reconstruction d'un bloc ou région d'image dès que l'on reçoit une projection. Lorsqu'on dispose d'un ensemble non-suffisant de projections (pour une reconstruction exacte), l'algorithme est utilisé dans un premier temps jusqu'à ne plus avoir de correspondance univoque pixel-bin. A ce stade, l'algorithme est modifié.

Une première solution consiste donc à chercher un bin ayant le minimum de contribution en terme de pixels sommés (en général 2 pixels). Une fois ce bin déterminé, une simple moyenne est rétroprojetée sur les pixels considérés et l'algorithme de Mojette inverse se poursuit jusqu'à la fin si cela est possible, sinon le même procédé de moyennage est réutilisé. La figure 5 montre le résultat d'une reconstruction partielle



FIG. 3 — Image originale Clown

de l'image bateau où la transformation Mojette a été calculée sur des blocs 16×16 avec l'ensemble des projections $\{(6,1),(4,1),(-4,1),(2,1)\}$ et reconstruite sans la projection $(-4,1)$. Cette technique de moyennage est trop primaire pour obtenir de bons résultats. En effet, on ne prend pas en compte les hautes fréquences directionnelles non représentées sur les projections utilisées : cela explique les artéfacts visuels.

Une seconde solution est l'interpolation angulaire d'une projection à partir de deux autres d'angles voisins. Ici encore on tire profit de la corrélation des données dans le domaine Mojette mais dans la direction inter-projections. L'avantage de cette méthode est la robustesse qu'elle procure lors de la perte de paquets sur un réseau haut-débit (dont les protocoles ne font plus de vérification d'intégrité de données qu'entre les extrémités) en évitant les retransmissions (source->destination) impossibles pour des services temps réel. Il faut toutefois noter que cette solution n'est effective que lorsque le contenu directionnel varie peu (ce qui limite en pratique la taille des blocs).

4.2 Pertes de haute-fréquence.

Dans le cadre d'une transmission progressive, les basses fréquences sont supposées arriver d'abord et en nombre suffisant. Dans le cas où les hautes fréquences n'arrivent pas, il faut pouvoir reconstruire une version visuellement proche du bloc origine.

Nous avons simulé ce problème en effectuant des reconstructions Mojette dans le pire cas où seule la partie basse fréquence est disponible. La figure 6 montre un tel exemple de reconstruction utilisant une transformée de Haar 1-D sur l'ensemble de projections $\{(8,1),(4,1),(-4,1)\}$ correspondant à des blocs 16×16 . Le résultat est excellent comme prévu par les équations de la fonction d'autocorrélation des projections. En effet le lissage produit par la sommation des pixels dans l'équation (1) concentre l'énergie dans la partie basse fréquence. Ces premiers résultats permettent de confirmer l'adé-

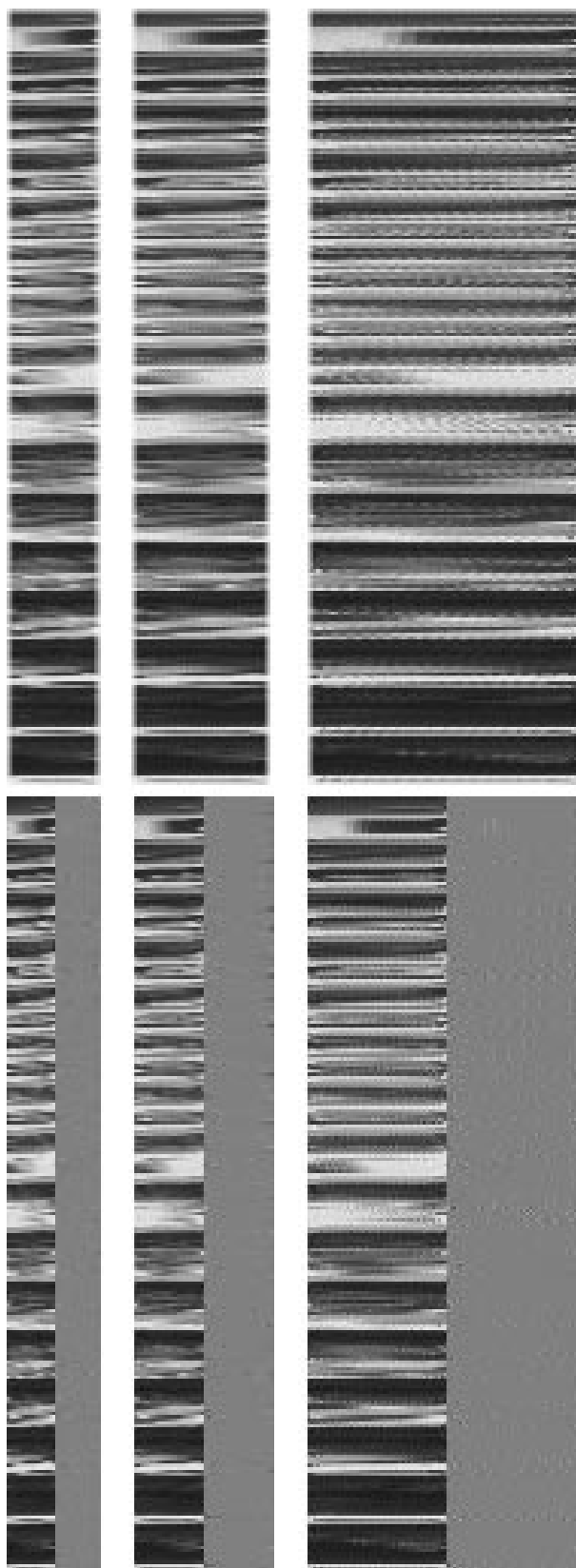
FIG. 4 — Découpage des projections de l'image Clown sur des blocs 16×16 par la transformée de Haar



FIG. 5 — Reconstruction sans $(-4,1)$



FIG. 6 — Reconstruction avec la BF de chaque projection

quation d'un schéma de codage utilisant cette décomposition ondelette sur les projections pour faire à la fois une quantification et une transmission adaptée à chaque résolution.

On a mis en évidence la richesse du domaine de représentation Mojette via la double corrélation que cet espace induit : intra-projection et inter-projection pour un même bloc. La figure 4 montre la corrélation inter-bloc qui apparaîtra encore plus forte si un parcours de Péano sur les blocs est appliqué.

5 Scalabilité de codage sur réseau haut-débit

La reconstruction progressive correspond à un codage hiérarchique en bandes de fréquences. Le modèle le plus classique utilise 2 canaux [3] possédant des qualités de transmission différentes en termes de débit et de contrôle de flux. Dans ce cas, il est possible de sécuriser la partie basse-fréquence (cas de la qualité de service CBR ou VBR en ATM) et de relaxer cette contrainte pour les hautes-fréquences (exemple de l'ABR en ATM). La redondance introduite par la transformée Mojette et sa complexité opératoire réduite permettent la mise en oeuvre de schéma de codage ne nécessitant pas de retransmission pour des protocoles de réseaux à Qualité de Service tel que ATM et IPv6.

La scalabilité du codage doit être spatiale (par l'adjonction de l'analyse multirésolution à la transformée Mojette) et doit profiter des différentes qualités de service offertes par ces nouveaux protocoles [3]. La façon de procéder pour éviter au mieux les pertes de paquets par congestion est de découper l'image en régions (blocs par exemple), de calculer le même jeu de projections sur chaque région, et de grouper les projections ayant la même direction pour la transmission (interlavage direct des données). Nous effectuons les essais sur notre plate-forme ATM composée de deux commutateurs ATM WAN et trois stations avec des liens à 155 Mbit/s.

Références

- [1] N. Normand, JP Guédon. *La transformée Mojette : une représentation redondante pour l'image*. soumis aux Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, accepté avec modifications, Décembre 1996
- [2] N. Normand, JP Guédon, O. Philippé, D. Barba. *Controlled Redundancy for image coding and high-speed transmission*. VCIP'96, Proc. SPIE Vol.2727, pp. 1070-1081. Mars 1996
- [3] JP Guédon, O. Philippé, N. Normand. *Image coding scheme using two ATM channels*. IEEE ATM workshop'96, San Francisco, Aout 1996.