

Séparation de sources adaptative et estimation des angles d'arrivée pour une antenne linéaire

Zied Malouche et Odile Macchi

Laboratoire des Signaux et Systèmes,
CNRS-Supélec, Plateau de Moulon,
91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

RÉSUMÉ

Une nouvelle application de la séparation adaptative de sources à bande étroite est présentée dans cet article. Elle est basée sur l'indépendance des sources, sur la connaissance a priori du modèle de propagation et sur l'hypothèse d'une antenne linéaire uniforme. En conséquence, une paramétrisation mettant en jeu les angles d'arrivée et les atténuations des sources est imposée à la matrice de séparation. La minimisation adaptative d'un critère par un algorithme du gradient stochastique opérant sur ces paramètres permet de restituer les angles d'arrivée, puis les atténuations et finalement les sources elles-mêmes.

ABSTRACT

A new application of adaptive narrow-band source separation is presented in this paper. It is based on independence of sources and on the a priori knowledge of the propagation model, assuming a uniform linear array. Accordingly, a new parametrization involving the directions of arrival and the attenuations of the sources is applied to the separating matrix. Then the adaptive minimization of a separation criterion by the stochastic gradient algorithm working on the parameters will recover the angles of arrival, then the attenuations, and finally the sources.

1 Introduction

En traitement d'antenne, il est souvent question d'estimer des sources indépendantes complexes et leurs angles d'arrivée dans un milieu très bruité. Dans le cas des communications radio-mobiles, les signaux sont à bande étroite, et le mélange peut être considéré instantané.

De nouvelles méthodes adaptatives non supervisées de traitement d'antenne inspirées des techniques de séparation de sources indépendantes ont été récemment développées [1]. Ces méthodes traitent le cas particulier d'un modèle de propagation rectiligne et d'une antenne linéaire uniforme. Il existe aussi des solutions non adaptatives basées sur les statistiques d'ordre deux des observations [2] ou sur les statistiques d'ordre supérieur [3],[4].

Cependant, la structure particulière de la matrice de vecteurs directionnels n'a pas encore été exploitée dans ce contexte. Si l'on en tient compte, il est possible d'appliquer un critère de séparation de sources. En le minimisant d'une manière adaptative, on peut, en même temps, estimer les angles d'arrivée et séparer les sources. Par ailleurs on peut déduire les atténuations des sources à partir des gains de restitution lors de la séparation, en supposant connus a priori les kurtosis normalisés des sources. Il suffit pour cela que le nombre p de sources soit connu, et que les sources soient sous-gaussiennes, ce qui est le cas pour les raies et pratiquement tous les signaux usuels de télécommunication.

2 Modèle d'antenne

Le modèle des observations captées sur une antenne linéaire uniforme ayant m capteurs équidistants qui reçoit p sources à l'infini s_1, \dots, s_p centrées, indépendantes avec les angles d'arrivée respectifs $\theta_1, \dots, \theta_p$ s'écrit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\Gamma\mathbf{s} + \mathbf{w}. \quad (1)$$

Dans ce modèle, $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_p)$ est la matrice $p \times p$ des coefficients réels d'atténuation des sources,

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\varphi_1), \dots, \mathbf{a}(\varphi_p)] \quad (2)$$

est la matrice $m \times p$ des vecteurs directionnels

$$\mathbf{a}(\varphi_i) = (1, e^{j\varphi_i}, \dots, e^{j(m-1)\varphi_i})^T \quad (3)$$

où $\varphi_i = K \sin \theta_i$, la constante K dépendant de la fréquence, et enfin \mathbf{s} et \mathbf{w} sont respectivement le vecteur des p sources s_i et des bruits centrés w_j sur les m capteurs. Sans perte de généralité, on peut normaliser les sources selon

$$E\{|s_i|^2\} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, p. \quad (4)$$

la puissance de s_i étant prise en compte dans l'atténuation γ_i . Dans ce cadre, le problème de l'estimation des sources peut se traiter en estimant les θ_i (ou ce qui revient au même les φ_i) ainsi que les γ_i pour pouvoir inverser successivement les matrices \mathbf{A} et Γ du modèle (1).

3 Structure de séparation

Rappelons que "séparer des sources" c'est traiter \mathbf{x} par une matrice \mathbf{F} selon

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{x} \quad (5)$$

de telle sorte que

$$\mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda} \quad (6)$$

où $\mathbf{\Lambda}$ et \mathbf{P} sont des matrices $p \times p$, $\mathbf{\Lambda}$ étant diagonale et \mathbf{P} étant une matrice de permutation¹. De la sorte $y_i = \lambda_{\mathcal{P}(i)} s_{\mathcal{P}(i)}$, où $\mathcal{P}(1), \dots, \mathcal{P}(p)$ est une permutation de $1, \dots, p$. Les méthodes classiques de séparation de sources ne fournissent pas les valeurs de $\mathbf{\Lambda}$ et \mathbf{P} , ce qui veut dire que les sources sont restituées à des gains près inconnus λ_i et dans l'ordre inconnu de la permutation \mathcal{P} .

L'idée de cet article est de tirer profit de la forme particulière de $\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}$ pour paramétriser la matrice \mathbf{F} de séparation avec les φ_i et les γ_i . L'indétermination sur l'ordre \mathcal{P} se trouvera donc levée *de facto* : à chaque matrice de séparation \mathbf{F} seront associés les angles φ_i correspondant à la localisation des sources. De même, les gains inconnus de $\mathbf{\Lambda}$ seront déterminés par les atténuations γ_i - à condition de connaître les moments d'ordre 4 des s_i - Il est donc judicieux de rechercher \mathbf{F} comme un produit $\mathbf{D}\mathbf{H}$ de sorte que la séparation soit constituée d'une cascade de deux traitements comme sur la figure 1.

3.1 Localisation des sources

On calcule d'abord

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}(\phi_1, \dots, \phi_p)\mathbf{x} \quad (7)$$

où \mathbf{H} est une matrice $p \times m$ complexe et où les ϕ_i sont des estimateurs des angles φ_i des sources. Dans le cas où $m = p$, il n'est pas judicieux, pour des raisons de complexité calculatoire, de poser (même à une matrice de permutation près) $\mathbf{H}(\phi_1, \dots, \phi_p) = \mathbf{A}^{-1}$ où \mathbf{A} est donnée en (2) et (3). Nous proposons la définition itérative suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H}^{(q)} \triangleq \left[\begin{array}{c|c} -\mathbf{e}^{\mathbf{j}\phi_q} \mathbf{H}^{(q-1)} & \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \\ \hline -\mathbf{e}^{\mathbf{j}\phi_{q-1}} \mathbf{h}_{q-1}^{(q-1)} & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & \mathbf{H}^{(q-1)} \\ \hline 0 & \mathbf{h}_{q-1}^{(q-1)} \end{array} \right] \\ \mathbf{H}^{(1)} \triangleq \mathbf{1} ; \quad \mathbf{H}(\phi_1, \dots, \phi_p) \triangleq \mathbf{H}^{(p)}(\phi_1, \dots, \phi_p) \end{array} \right. \quad (8)$$

où $\mathbf{h}_i^{(q)}$ est la i -ème ligne de $\mathbf{H}^{(q)}$. A chaque itération q on ajoute le nouvel argument ϕ_q . Avec cette définition on a

Proposition 3.1 — Si tous les φ_i sont différents, $\forall \mathcal{P}$ on a

$$\mathbf{H}(\varphi_{\mathcal{P}(1)}, \dots, \varphi_{\mathcal{P}(p)})\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_1. \quad (9)$$

Réciproquement si

$$\mathbf{H}(\phi_1, \dots, \phi_p)\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_1. \quad (10)$$

alors $\phi_i = \varphi_{\mathcal{P}(i)}$.

Cette proposition se démontre par récurrence sur l'ordre p .

Ce résultat montre que localiser correctement les sources équivaut à les séparer, la matrice des gains étant $\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{\Gamma}$.

¹ \mathbf{P} comporte un et un seul élément non nul qui est égal à 1 dans chaque ligne et chaque colonne ; $\mathcal{P}(i)$ indique la place du 1 dans la ligne i

3.2 Réglage des gains

Les sources étant séparées, la matrice \mathbf{D} du deuxième traitement de la cascade est prise diagonale. Les sorties sont

$$y_i = d_i z_i, \quad i = 1, \dots, p. \quad (11)$$

Donc \mathbf{D} réalise un simple CAG sur chaque voie de sortie. Il découle de (1),(9) et (11) que, au bruit près,

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{P}\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{\Gamma}\mathbf{s} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{s} \quad (12)$$

où les matrices \mathbf{D} , $\mathbf{\Lambda}_1$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{\Lambda}$ sont diagonales avec $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}_2\mathbf{\Gamma}$ et où la matrice diagonale $\mathbf{\Lambda}_2$ dépend de \mathbf{D} , \mathbf{P} et $\mathbf{\Lambda}_1$.

La matrice de gains \mathbf{D} va être optimisée (voir d' 4) de manière à en déduire, sous certaines conditions, l'estimation des atténuations γ_i .

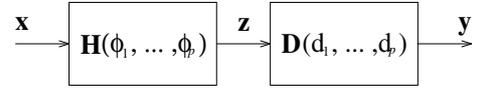


FIG. 1 — Nouvelle structure de séparation de sources par localisation angulaire puis CAG

4 Critère et algorithme

Le critère de séparation de sources est global conjointement sur \mathbf{H} et \mathbf{D} . Nous avons choisi de minimiser le critère

$$J = \sum_{j=1}^p \mathbb{E}(|y_j|^4 - 2\sigma|y_j|^2) - 2\alpha \text{Ln}(|\det(\mathbf{D}\mathbf{H}^{(p)})|^2) \quad (13)$$

(σ et α sont deux quantités positives) car il a été montré en [5] que lorsque les p sources sont de kurtosis négatif, ses minima correspondent à des points séparants. La minimisation peut se faire par l'algorithme du gradient stochastique, en dérivant (13) par rapport aux paramètres ϕ_i et d_i . On montre aisément que, à une constante près, (13) peut s'écrire

$$J = \sum_{j=1}^p [\mathbb{E}(d_j^4 |z_j|^4 - 2\sigma d_j^2 |z_j|^2) - 2\alpha \text{Ln}(d_j^2)] - 2\alpha \sum_{l=2}^p \sum_{k=l}^p \text{Ln} \left(\sin^2 \left(\frac{\phi_{l-1} - \phi_k}{2} \right) \right) \quad (14)$$

On voit tout de suite que toutes les matrices $\mathbf{H}^{(q)}$ ont leur dernière colonne constituées de 1. De la sorte

$$z_q = \sum_{j=1}^{p-1} H_{q,j}^{(p)} x_j + x_p, \quad (15)$$

De plus, il découle de (8) que l'élément (i, j) de $\mathbf{H}^{(p)}$ s'écrit

$$H_{i,j}^{(p)} = (-1)^{p-j} \sum_{\substack{k_1 < \dots < k_{p-j} \\ k_l \neq i, \forall l}} \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\phi_{k_1} + \dots + \phi_{k_{p-j}})}, \quad j < p \quad (16)$$

Le calcul du gradient stochastique de J par rapport à un angle ϕ_i aboutit à la règle d'adaptation suivante ($\mu_1 > 0$)

$$\Delta\phi_i = \mu_1 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq i}}^p \{d_q^2(|y_q|^2 - \sigma)\Theta_{q,i}\} \quad (17)$$

$$+ \frac{\alpha}{2} \cotg\left(\frac{\phi_i - \phi_q}{2}\right), \mu_1 > 0, i \in \{1, \dots, p\}$$

$$\Theta_{q,i} = \text{Im} \left\{ z_q^* \sum_{j=1}^{p-1} (-1)^{p-j} x_j \sum_{\substack{k_1 < \dots < k_{p-j} \\ k_i \neq q}} e^{j(\phi_1 + \dots + \phi_{p-j})} \right\} \quad (18)$$

L'adaptation des gains d_i découle du gradient stochastique de J par rapport à d_i et donne ($\mu_2 > 0$)

$$\Delta d_i = -\mu_2 \left(d_i^3 |z_i|^4 - \sigma d_i |z_i|^2 - \frac{\alpha}{d_i} \right), i \leq p \quad (19)$$

Les Δd_i effectuent des CAG. Ils sont découplés entre eux car aucun paramètre d_j , $j \neq i$ n'affecte Δd_i . D'après (13) les coefficients d_i permettent d'ajuster à σ la puissance sur chacune des voies y_i . D'après la normalisation (4), on choisira donc $\sigma = 1$ dans la suite.

En revanche, l'algorithme de localisation angulaire (17) est couplé avec l'élément \mathbf{D} qui est en aval dans la cascade de la figure 1 car les d_j interviennent dans les $\Delta\phi_i$.

L'algorithme adaptatif global s'écrit $\phi_i(n+1) = \phi_i(n) + \Delta\phi_i(n)$, $d_i(n+1) = d_i(n) + \Delta d_i(n)$ où l'entier n caractérise le tirage d'une nouvelle observation.

5 Exemple : cas $p = 2$

Dans le cas de deux sources ($p = 2$), on a

$$\mathbf{H}^{(2)} = \begin{pmatrix} -e^{j\phi_2} & 1 \\ -e^{j\phi_1} & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

L'adaptation des angles ϕ_i s'écrit simplement

$$\Delta\phi_i = \mu \{-d_{3-i}^2(|y_{3-i}|^2 - \sigma) \text{Im}\{z_{3-i}^* x_1 e^{j\phi_i}\} + \frac{\alpha}{2} \cotg\left(\frac{\phi_i - \phi_{3-i}}{2}\right)\}, i = 1, 2 \quad (21)$$

Selon (9), les deux couples (ϕ_i, ϕ_{3-i}) , $i = 1, 2$ séparent les sources au niveau des sorties z_i . En notant $A_i \triangleq \text{E}\{|s_i|^4\}$ on montre que le quadruplet

$$\phi_i = \varphi_i \quad (22)$$

$$d_i = \pm \frac{(1 + (1 + 4\alpha A_i)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} A_i^{\frac{1}{2}} \gamma_i |\sin(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})|} \quad (23)$$

($i = 1, 2$) est un point stationnaire séparant pour les incréments (19,21) où $\sigma = 1$.

Dans le cas où les A_i sont connus, l'expression (23) procure immédiatement un estimateur des γ_i par inversion. Evidemment l'atténuation γ_i est elle-même liée à la distance de la source s_i que l'on peut ainsi atteindre.

6 Simulations

Soit deux sources centrées s_1 et s_2 de puissances unitaires en MAQ-16 avec les atténuations $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et les angles $\varphi_1 = \frac{\pi}{10}$, $\varphi_2 = \frac{3\pi}{8}$. Le bruit est spatialement blanc gaussien. Le rapport signal à bruit (RSB) est calculé par rapport à la source la plus atténuée c'est-à-dire s_2 . On évalue l'indice de séparation

$$IS(\mathbf{C}) \triangleq \sum_{i=1}^2 \left(\sum_{j=1}^2 \frac{|c_{ij}|^2}{\max_l |c_{lj}|^2} - 1 \right) + \sum_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^2 \frac{|c_{ij}|^2}{\max_l |c_{lj}|^2} - 1 \right) \quad (24)$$

où $\mathbf{C} \triangleq \mathbf{DHAF}$ est la matrice du système global. Cet indice tend à s'annuler lorsque la condition (6) est vérifiée. Pour un RSB d'entrée de $20dB$, les simulations des figures 2(a) et 3 montrent que la séparation est réalisée et que les angles φ_1 et φ_2 sont bien estimées. La reconstitution des deux sources s_1 et s_2 sur les sorties est confirmée en figure 4(a). Pour un RSB de $6dB$, la simulation de la figure 2(b) montre que la performance de séparation n'est pas très dégradée. La figure 5 fait apparaître un biais qui entache l'estimation des deux angles. La figure 4(b) montre que les deux sources récupérées en sortie sont noyées dans le bruit. Sachant que le moment d'ordre 4 d'une source MAQ-16 est $A = 1.31$, les coefficients d'atténuation γ_1 et γ_2 sont estimés après la convergence et sont portés dans le tableau suivant :

RSB	γ_1	$\hat{\gamma}_1$	γ_2	$\hat{\gamma}_2$
$20dB$	1	1.0017	0.7071	0.7074
$6dB$	1	1.0506	0.7071	0.7901

Pour $RSB = 20dB$, les estimations des γ_i sont très bonnes. Un biais apparaît pour $RSB = 6dB$.

Des simulations ont également été faites sans bruit avec $p = 5$ sources en MAQ-4, avec les 5 angles $0, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}$ et les atténuations 0.5, 0.3, 0.24, 0.45, 0.8. La figure 6 montre que les angles sont bien estimés, même si ϕ_3 converge plus lentement.

7 Conclusion

On propose une nouvelle application de la séparation de sources, basée sur une paramétrisation originale de la matrice de séparation. Pour cela on utilise la paramétrisation de la matrice des vecteurs directionnels pour une antenne linéaire uniforme. La minimisation d'un critère de séparation de sources est effectuée par adaptation des paramètres selon le gradient stochastique. Lorsque les sources sont de kurtosis négatif, l'algorithme obtenu possède des points stationnaires séparants qui, en absence de bruit, correspondent à la fois à la séparation des sources et à l'estimation exacte de leurs angles d'arrivée. Si de plus les statistiques des sources sont connues, il est possible d'estimer leurs atténuations, donc leurs distances.

Références

- [1] M. Nájar, M. Lagunas and A.I. Péres-Neira, "Source separation based on coupled single DOA estimation processors", *ICASSP 1993*, , Minneapolis, pp 336-339.
- [2] S. Marcos et J. Sanchez, "Méthodes linéaires haute résolution pour l'estimation de directions d'arrivée de sources. Performances asymptotiques et complexité.", *Soumis à Traitement du Signal*, 1996.
- [3] P. Chevalier, G. Benoit and A. Ferréol, "Direction finding after blind identification of sources steering vectors : the Blind-Maxcor and Bind-MUSIC methods", *EUSIPCO 1996*, Trieste, pp 2097-2100.
- [4] J.F. Cardoso and E. Moulines, "Asymptotic performance analysis of direction-finding algorithms based on fourth-order cumulants", *IEEE Trans. on SP*, 43, 1995, pp 214-224.
- [5] Z. Malouche et O. Macchi, "Adaptive separation of an unknown number of unknown sources", *Workshop IEEE on Higher Order Statistics 1997*, Canada.

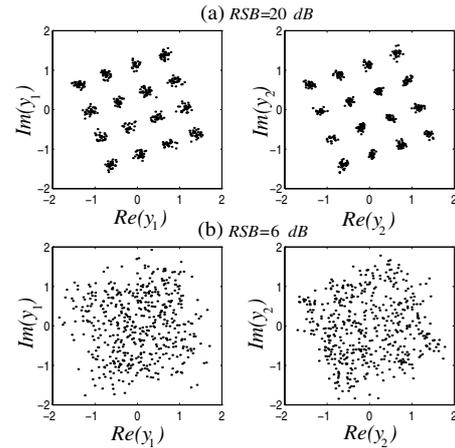


FIG. 4 — Constellations des sources MAQ-16 récupérées sur les sorties : (a) $RSB = 20\text{dB}$; (b) $RSB = 6\text{ dB}$

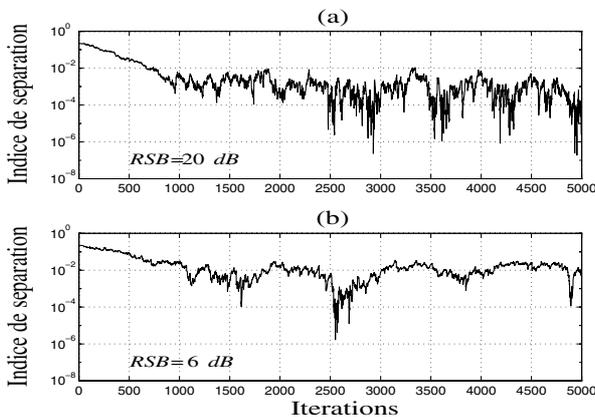


FIG. 2 — Indices de séparation : (a) $RSB = 20\text{dB}$; (b) $RSB = 6\text{ dB}$

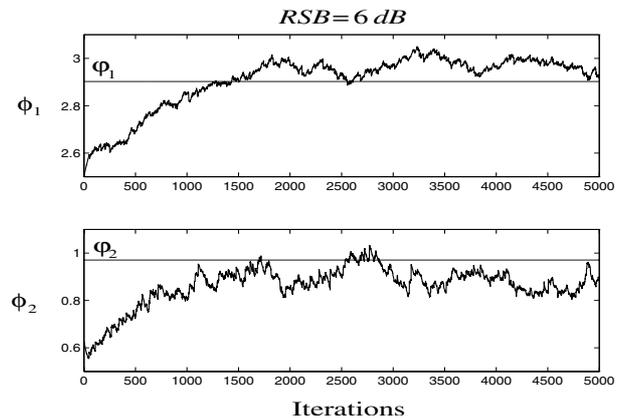


FIG. 5 — Estimation de ϕ_1 et ϕ_2 pour $RSB = 20\text{dB}$

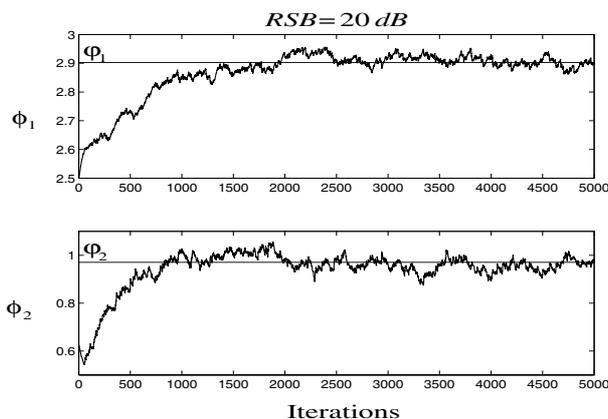


FIG. 3 — Estimation de ϕ_1 et ϕ_2 pour $RSB = 20\text{dB}$

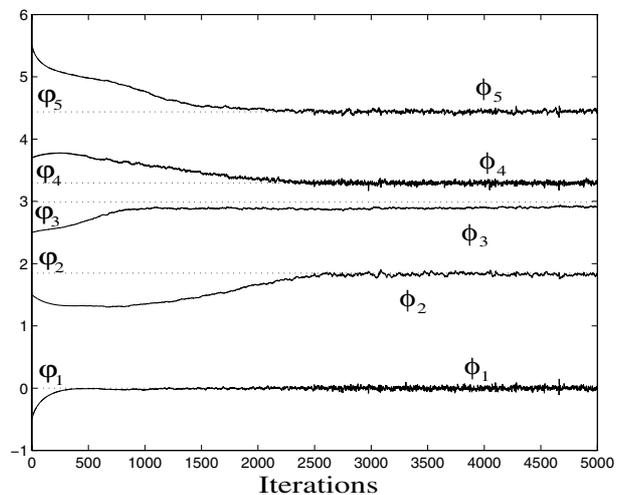


FIG. 6 — Estimation de ϕ_1, \dots, ϕ_5 sans bruit