

Déconvolution Robuste pour les systèmes lentement variables

Ph.NEVEUX* E.SEKKO* G.THOMAS* P.SARRI**

* Université Claude Bernard Lyon 1
LAGEP, U.P.R.E.S.-A CNRS Q 5007, CPE-Lyon, Bât 308G
43 Bd du 11 Novembre 1918. 69622 Villeurbanne.
GdR ISIS GT7

e-mail: neveux@lagep.univ-lyon1.fr

** INSA de Lyon. Laboratoire d'Automatique Industrielle. Bat 303
30 Avenue Albert Einstein. 69621 Villeurbanne.

Résumé

Une méthode de déconvolution pour les systèmes linéaires à paramètres lentement variables dans le temps est présentée. Pour cela, nous utilisons la structure développée par Sekko & al [8] où on est amené à calculer un filtre et une loi de commande optimale. Il est possible dans ce cadre de déterminer un filtre et une loi de commande variables dans le temps. L'inconvénient de cette approche est la capacité mémoire qu'elle nécessite. Afin de résoudre ce problème, nous proposons une méthodologie permettant d'utiliser un "déconvolveur" fixe dans le temps. A cet effet, nous utilisons les outils développés pour les systèmes incertains. Ce travail permet d'effectuer une déconvolution pour des systèmes temps variant.

I. Introduction

La relation entrée-sortie d'un système linéaire temps-invariant est donnée par le produit de convolution suivant :

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(t-\tau) \cdot u(\tau) dt \quad (1)$$

où $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du système et $u(t)$ le signal d'entrée correspondant. L'opération inverse consistant en la reconstruction du signal $u(t)$ à partir de $y(t)$ et $h(t)$ est appelée déconvolution. Ce problème est connu pour être mal-posé. En effet, les procédés technologiques sont généralement passe-bas, leurs inverses sont donc physiquement irréalisables.

L'essentiel du travail effectué jusqu'alors sur la déconvolution concerne les systèmes temps-invariant. Cet article a pour but de donner une solution au problème de déconvolution des systèmes à paramètres lentement variables dans le temps.

Abstract

A new deconvolution procedure for linear systems with slowly time-varying parameters is presented. In that purpose, we use the structure developed by Sekko & al [8], where we compute an optimal filter and an optimal control law. In such framework, it is possible to determine time-varying filter and control law. The drawback of such approach is its huge memory requirement. In order to solve this problem, we propose a methodology using an inverse filter with constant gains. Thus, we will use tools developed for uncertain systems. This work gives a solution to the problem of deconvolution for slowly time-varying systems.

Sekko & al [8] ont proposé une méthode de déconvolution pour systèmes temps-invariant que nous allons modifier et adapter à notre problème.

Lorsque la méthode [8] est appliquée aux systèmes temps-variant, la capacité mémoire utilisée devient très vite importante. Afin d'éviter ce défaut majeur, nous proposons de considérer le système temps-variant comme un système temps-invariant mais avec des incertitudes, ces dernières étant supposées bornées. Ensuite, à l'aide des outils de filtrage et de commande robuste, nous allons élaborer une procédure de déconvolution dont le coût mémoire est équivalent au coût mémoire de la méthode [8] appliquée aux systèmes temps-invariant.

II. Motivation

Dans la méthode de déconvolution utilisée par Sekko & al. [8], on considère que le signal de

mesure dont on dispose a été déformé par un système que l'on peut représenter par sa fonction de transfert ou par une équation d'état. Dans la procédure employée (figure 1), la déconvolution est effectuée par le biais d'une poursuite de trajectoire.

On considère le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) + B.w(t) \\ y_m(t) = C.x(t) + v(t) \end{cases} \quad (2)$$

et le filtre de Kalman associé :

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = (A - KC).x_e(t) + B.u(t) + K.y_m(t) \\ y_e(t) = C.x_e(t) \end{cases} \quad (3)$$

Le gain du filtre de Kalman stationnaire est donné par : $K = PC^T V^{-1}$ où P est solution de l'équation algébrique de Riccati suivante :

$$AP + PA^T - PC^T V^{-1} CP + BWB = 0 \quad (4)$$

Soit le vecteur d'état augmenté : $X(t) = \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_e(t) \end{bmatrix}$.

On a alors les équations d'état augmenté :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A_s . X(t) + B_1 . y_m(t) + B_2 . u(t) \\ \varepsilon(t) = C_s . X(t) \end{cases} \quad (5)$$

avec : $A_s = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A - KC \end{bmatrix}$; $B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix}$; $C_s = [C \quad -C]$

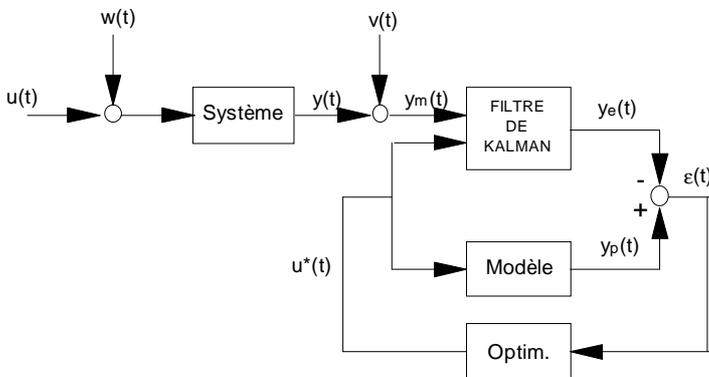


Figure 1 : Schéma de principe de la méthode de déconvolution.

On recherche le signal $u(t)$ minimisant :

$$J = \int_0^T (\varepsilon^2 + \alpha^2 . u^2) dt \quad (6)$$

La résolution de ce problème par la théorie du contrôle optimal [1] conduit au résultat ci-dessous :

$$\begin{cases} -\dot{S} = A_s^T S + S A_s - \alpha^{-2} S B_2 B_2^T S + C_s^T C_s \\ \bar{A} = A_s - \alpha^{-2} B_2 B_2^T S \\ \dot{\Theta}(t) = -(A + \Delta A_s(t))^T . \Theta(t) - S B_1 . y_m(t) \text{ avec } \Theta(T) = 0 \\ X(t) = (\bar{A} + \Delta A_s(t)) . X(t) + B_1 . y_m(t) - \alpha^{-2} B_2 B_2^T . \Theta(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$u^*(t) = -\alpha^{-2} B_2^T (S . X(t) + \Theta(t))$$

On considère le transfert (modèle d'un réacteur calorimétrique du laboratoire) :

$$F(s) = \frac{c_1 . s + c_0}{s^3 + a_2 . s^2 + a_1 . s + a_0} \quad (8)$$

Soit l'évolution temporelle des paramètres :

$$\begin{cases} a_0 = a_{0n} + 0,10 * a_{0n} * \cos(0,01t) \\ a_1 = a_{1n} + 0,25 * a_{1n} * \cos(0,01t) \\ a_2 = a_{2n} + 0,15 * a_{2n} * \cos(0,01t) \end{cases} \quad (9)$$

où a_{0n} , a_{1n} et a_{2n} représentent les valeurs nominales des paramètres.

On détermine le filtre et les gains de la loi de commande à partir du modèle sans dérive. Ensuite, on peut effectuer deux démarches différentes :

- on applique ces gains sur le modèle nominal (figure 2).
- on décide d'appliquer ces résultats sur le modèle avec les dérivées (figure 3).

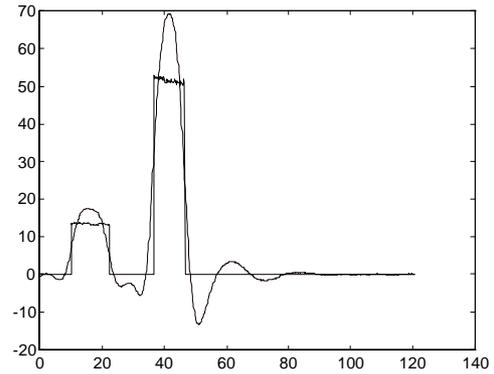


Figure 2 : Déconvolution sur le modèle nominal. BSNR=20 dB.

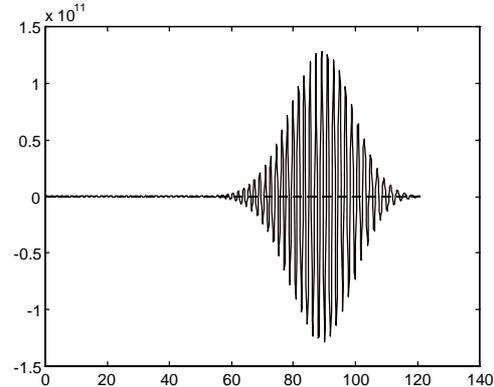


Figure 3 : Déconvolution sur le modèle incertain. BSNR=20 dB.

Compte tenu des résultats obtenus, il nous est apparu nécessaire de tenir compte de la dérive temporelle des paramètres du modèle mathématique dans la procédure de déconvolution employée ici.

D'autre part, la simulation a été effectuée sur

Matlab®. L'élaboration d'une procédure temps-variant à partir de la méthode [8] nécessiterait pour le système considéré un emplacement mémoire de 225 Kbyte pour stocker toutes les matrices S et 122.5 Kbyte pour stocker les matrices de gain du filtre de Kalman. Le système considéré dans cet exemple est d'ordre 3 et le coût mémoire est déjà élevé. Afin de remédier à ceci, nous allons élaborer une procédure nécessitant un coût mémoire réduit.

III. Formulation du problème. Hypothèses

Nous proposons de modéliser les dérives temporelles de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)].x(t) + B.u(t) + B.w(t) \\ y_m(t) = C.x(t) + v(t) \end{cases} \quad (10)$$

avec: $\Delta A(t) = HF(t)E$

et $F^T(t)F(t) < I \quad \forall t$

où: $x(t)$ représente l'état du système, $u(t)$ la commande, $y_m(t)$ la sortie mesurée.

$w(t)$ et $v(t)$ sont des bruits blancs, de moyenne nulle, non-corrélés entre eux et de matrice de covariance W et V respectivement.

L'objectif que nous nous fixons est de reconstituer le signal u à partir de la connaissance du modèle et du signal de mesure $y_m(t)$. Pour cela, on introduira dans la structure utilisée par Sekko & al. [8] (cf. figure 4) dans le cadre des systèmes linéaires certains, des outils de filtrage et de commande optimale robustes.

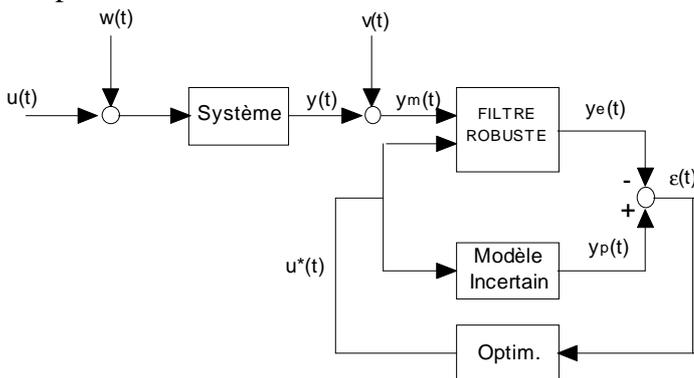


Figure 4 : Schéma de principe de la méthode de déconvolution.

IV. Déconvolution robuste

Comme nous l'avons précédemment dit, il nous faut introduire la notion de robustesse à la fois dans la partie filtrage et dans l'algorithme estimant le signal u .

Nous utiliserons le filtre robuste développé par Bolzern & al. [2] donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = F.x_e(t) + G.y_m(t) + B.u(t) \\ y_e(t) = C.x_e(t) \end{cases} \quad (11)$$

où $x_e(t)$ est l'estimée du vecteur d'état $x(t)$ du procédé.

Pour déterminer la loi de commande optimale robuste, à l'instar de Tsay & al. [13], on détermine une loi de commande optimale sur le modèle nominal augmenté puis on la rend robuste en agissant sur le coefficient de régularisation α ([3], [13]).

On considère le modèle du procédé suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = [A + \Delta A(t)].x_p(t) + B.u(t) \\ y_p(t) = C.x_p(t) \end{cases} \quad (12)$$

Soit le vecteur d'état augmenté : $X(t) = \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_e(t) \end{bmatrix}$

on a alors les équations d'état augmenté :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = [A_s + \Delta A_s(t)].X(t) + B_1.y_m(t) + B_2.u(t) \\ e(t) = C_s.X(t) \end{cases} \quad (13)$$

avec: $A_s = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix}$; $B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix}$; $B_2 = \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix}$

$C_s = [C \quad -C]$; $\Delta A_s = \bar{H}.F(t).\bar{E}$

où $\bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix}$; $\bar{E} = [E \quad 0]$

On recherche la loi de commande optimale minimisant le critère (6) à partir du modèle nominal.

D'après (7) et (13), on obtient :

$$\dot{X}(t) = (\bar{A} + \Delta A_s(t)).X(t) + B_1.y_m(t) - \alpha^{-2}B_2B_2^T.\Theta(t) \quad (14)$$

La seconde étape consiste à rendre robuste cette loi de commande optimale.

Théorème

Le système augmenté incertain (14) est quadratiquement stable en boucle fermée si et seulement si il existe une matrice symétrique définie positive Q solution de l'équation de Riccati :

$$\bar{A}^T Q + Q\bar{A} + Q\bar{H}\bar{H}^T Q + \bar{E}^T \bar{E} = 0 \quad (15)$$

La résolution de cette équation permet de définir un ensemble D_α de valeurs du coefficient α pour lesquelles le système augmenté est stable en boucle fermée.

L'application de cette nouvelle méthodologie au système considéré dans la partie II a donné les résultats suivants.

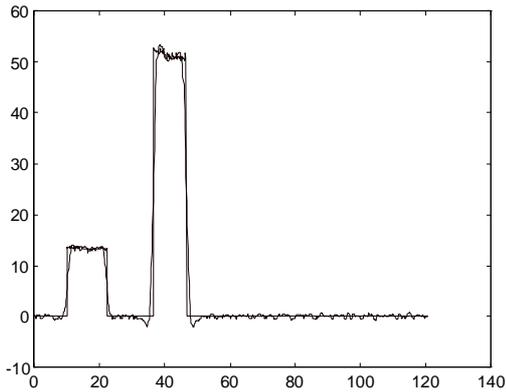


Figure 5 : Résultat de la déconvolution robuste. BSNR=20 dB.

On constate que la restauration du signal u est très bonne avec la nouvelle méthode (figure 5) en comparaison avec les résultats donnés par une synthèse sur le modèle nominal (figure 2 et 3).

V. Conclusion

Nous avons proposé une méthode robuste de déconvolution de signaux pour les systèmes linéaires dont les paramètres évoluent lentement dans le temps. L'essentiel du travail fourni a été de rendre robuste un algorithme initialement prévu pour les systèmes temps-invariants.

L'utilisation de cette nouvelle approche est conditionnée par deux hypothèses : tout d'abord, il faut que, pour les incertitudes de modèle considérées, on puisse déterminer un filtre robuste stable; ensuite, la loi de commande optimale que nous calculons doit stabiliser le système incertain en boucle fermée pour toutes les incertitudes admissibles.

Enfin, l'application de cette méthode à un exemple a montré son efficacité vis-à-vis des outils précédemment utilisés dans de telles situations, tout en ne nécessitant qu'une faible capacité mémoire.

BIBLIOGRAPHIE

[1]. Athans M. & P.L.Falb : Optimal control. Mc Graw-Hill Book Company, 1966.
 [2]. Bolzern P., P.Colaneri & G.De Nicolao : Optimal robust filtering with time-varying parameter uncertainty. INT. J. Control. 1996, Vol 63, no3, pp 557-576.
 [3]. Hopp T.H., W.E.Schmitendorf : Design of linear controller for robust tracking and model

following. Trans. of the ASME. 1990, Vol 12, pp 552-558.

[4]. Kwon O.K., H.S.Ryu & K.S.Yoo : Robust H_∞ FIR filter for uncertain systems. 1996 IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA. pp 517-522.

[5]. Mac Farlane D.C., I.R.Petersen : A simplified approach to guaranteed cost LQG control. 1996 IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA. pp 255-260.

[6]. Petersen I.R., D.C.Mac Farlane : Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems. IEEE Trans. on Aut. Control. 1994, Vol 39, no9, pp 1971-1977.

[7]. Reza Moheimani S.O., I.R.Petersen : Optimal guaranteed cost control for uncertain systems via static and dynamic output feedback. Automatica. 1996, Vol 32, no4, pp 576-579.

[8]. Sekko .E, P.Sarri & G.Thomas : Robust constraint deconvolution. Proc. IEEE ICASSP'96, Atlanta, USA, 1996, Vol 3, pp 1794-1796.

[9]. Shaked U., Y.Theodor : A frequency domain approach to the problems of H_∞ minimum error state estimation and deconvolution. IEEE Trans. on signal processing. 1992, Vol 40, no12, pp 3001-3011.

[10]. Shaked U., C.E.de Souza : Continuous-time tracking problem in an H_∞ setting : A game theory approach. IEEE Trans. on Aut. Control. 1995, Vol 40, no12, pp 841-852.

[11]. De Souza C.E., U.Shaked and M.Fu : Robust H_∞ filtering of continuous time systems with deterministic input signals. IEEE Trans. on signal processing. 1995, Vol 45, no ??, pp 709- ???.

[12]. Thomas G. : A positive optimal deconvolution procedure. IEEE International conference on acoustics, speech and signal processing. 1983.

[13]. Tsay S.C., I.K.Fong & T.S.Kuo : Robust linear quadratic optimal control for systems with linear uncertainties. INT. J. Control. 1991, Vol 53, no1, pp 81-86.

[14]. Xie L., C.E.de Souza : H_∞ filtering for linear periodic systems with parameter uncertainty. Systems & control letters. 1991, no17, pp 343-350.

[15]. Xie L., Y.C.Soh: Robust Kalman filtering for uncertain systems. Systems & control letters. 1994, no22, pp 123-129.